UMA ANÁLISE DE RESOLUÇÕES ELABORADAS POR INGRESSANTES NO ENSINO MÉDIO DE UMA QUESTÃO SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS

Andressa Ribeiro Queiroz[1], William Vieira[2], Roberto Seidi Imafuku[3] e Emanuel Fabiano Menezes Pereira[4]

Resumo

Neste artigo, analisam-se as resoluções de uma questão sobre o Teorema de Pitágoras, elaboradas por ingressantes no primeiro ano do Ensino Médio de uma instituição pública do estado de São Paulo, com o objetivo de identificar as principais dificuldades e defasagens matemáticas dos participantes sobre este tema, segundo uma análise de erros. A questão foi aplicada para 75 estudantes no início do ano letivo de 2022. Adotou-se como referencial teórico para as análises das soluções a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais. As análises indicam dificuldades conceituais e de aplicação do teorema, e também revelam dificuldades relacionadas à identificação de triângulos e ao cálculo algébrico para a maioria dos participantes.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras; Dificuldades e Defasagens Matemáticas; Aspectos Algorítmicos, Intuitivos e Formais.

AN ANALYSIS OF RESOLUTIONS PREPARED BY BEGINNERS IN HIGH SCHOOL ON A QUESTION ABOUT THE PYTHAGORAS THEOREM

Abstract

In this article, we analyze the resolutions of a question about the Pythagorean Theorem, prepared by students entering the first year of high school at a public institution in the state of São Paulo, with the aim of identifying the participants' main difficulties and mathematical gaps regarding this topic, according to an error analysis. The question was applied to 75 students at the beginning of the 2022 academic year. The interaction of algorithmic, intuitive and formal aspects was adopted as a theoretical framework for analyzing solutions. The analyzes indicate conceptual difficulties and application of the theorem, and also reveal difficulties related to the identification of triangles and algebraic calculation for the majority of participants.

Keywords: Pythagorean theorem; Difficulties and Mathematical Lags; Algorithmic, Intuitive and Formal Aspects.

---

[1] Licenciada em Matemática, Instituto Federal de São Paulo – IFSP – campus Guarulhos, Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN – IFSP Guarulhos. queiroz.andressa@aluno.ifsp.edu.br

[2] Doutor em Educação Matemática, Instituto Federal de São Paulo – IFSP – campus Guarulhos, Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN – IFSP Guarulhos. wvieira@ifsp.edu.br

[3] Doutor em Educação Matemática, Instituto Federal de São Paulo – IFSP – campus Guarulhos, Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN – IFSP Guarulhos. roberto.imafuku@ifsp.edu.br

[4] Doutorando em Matemática Aplicada, Instituto Federal de São Paulo – IFSP – campus Guarulhos, Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN – IFSP Guarulhos. emanoel.pereira@ifsp.edu.br

UN ANÁLISIS DE LAS RESOLUCIONES PREPARADAS POR INGRESANTES EM LA ESCUELA SECUNDARIA A UMA PREGUNTA SOBRE EL TEOREMA DE PITÁGORAS

Resumen
En este artículo, analizamos las resoluciones de una pregunta sobre el Teorema de Pitágoras, preparada por estudiantes de primer año de secundaria de una institución pública del estado de São Paulo, con el objetivo de identificar las principales dificultades y lagunas matemáticas de los participantes. sobre este tema, según un análisis de errores. La pregunta se aplicó a 75 estudiantes a principios del año académico 2022. Se adoptó la interacción de aspectos algorítmicos, intuitivos y formales como marco teórico para el análisis de soluciones. Los análisis indican dificultades conceptuales y de aplicación del teorema, y también revelan dificultades relacionadas con la identificación de triángulos y el cálculo algebraico para la mayoría de los participantes.

Palabras-clave: Teorema de Pitágoras; Dificultades y Rezagos Matemáticos; Aspectos algorítmicos, intuitivos y formales.

Introdução

Segundo a BNCC "[...] os alunos do 9° ano devem ser capazes de resolver e elaborar problemas de aplicação do Teorema de Pitágoras" (BRASIL, 2018, p. 319); O teorema é um dos principais assuntos da Geometria e apresenta diversas aplicações teóricas e práticas, além de ser um conceito fundamental da matemática elementar.

No entanto, com o gradativo abandono do ensino da Geometria, os educandos do Ensino Fundamental têm apresentado muitas deficiências quanto a conhecimentos geométricos elementares, conforme apontado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais das séries finais do Ensino Fundamental:

> [...] a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1998, p. 122).

Este abandono do ensino da Geometria reflete-se também no ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras e tem sido alvo de muitas pesquisas nos últimos tempos, demonstrando sua grande importância dentro do estudo do ensino matemático.

Bastian (2000), em sua vasta experiência frente ao ensino de Matemática para o Ensino médio, ao confrontar as propostas curriculares quanto ao ensino do teorema com a sua transposição didática, observou a "[...] dificuldade dos alunos no que se refere tanto à aplicação do Teorema de Pitágoras como ferramenta tanto na resolução de problemas, como na aprendizagem de outros conceitos”, atribuindo essa dificuldade, também, à abordagem utilizada pelos professores no processo de ensino deste tema.

Júnior e Perovano (2019), buscando identificar as principais dificuldades envolvendo a aprendizagem do teorema, aplicaram um questionário para 32 estudantes ingressantes no Ensino Superior na Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do interior da Bahia. Foram analisadas 128 respostas e verificou-se que mais da metade (57%) eram respostas erradas, deixadas em branco ou incompletas, sendo que a maior parte das estratégias de resolução erradas foi classificada como “estratégia com indícios de conhecimento do Teorema de Pitágoras e com erro na resolução do teorema”, não sendo o seu desconhecimento o principal fator de erro, mas sim a dificuldade em relacionar este conhecimento com o enunciado do teorema ou com outros conteúdos matemáticos básicos como produtos notáveis, potenciação e radiciação.

Dificuldades semelhantes foram observadas por Pereira, Couto e Costa (2016), em estudo realizado com 20 estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública na cidade de Belém do Pará, ao aplicarem um teste diagnóstico contendo 6 questões sobre o Teorema de Pitágoras. Foi realizada uma análise quantitativa e qualitativa dos erros e dificuldades dos participantes e constatou-se que é “[...] evidente que o problema não está apenas no uso do Teorema de Pitágoras, mas também nas operações básicas, havendo certa confusão no processo de resolução das mesmas” (PEREIRA; COUTO; COSTA, 2016, p. 12), além da dificuldade em identificar os elementos de um triângulo retângulo.

Com o objetivo de identificar e classificar as principais dificuldades apresentadas por alguns estudantes ingressantes no Ensino Médio, com respeito à aplicação do Teorema de Pitágoras, Vieira, Imafuku e Pereira (2019) aplicaram duas questões de múltipla escolha para 78 discentes. A análise das resoluções dos estudantes evidenciou um desempenho muito abaixo do esperado, sendo que somente 31% acertou a primeira questão e 41% a segunda. Sobre os erros, os autores puderam concluir que “[...] são evidências desse desempenho ruim e indicam que muitos dos participantes possuem pouco ou nenhum conhecimento sobre o Teorema de Pitágoras” (VIEIRA; IMAFUKU; PEREIRA, 2019, p. 15).

Estas diferentes perspectivas acadêmicas apontam para a importância do ensino e da aprendizagem do Teorema de Pitágoras, sendo este um dos principais assuntos da Geometria e fundamento para vários outros conhecimentos matemáticos básicos. Além disso, podemos ressaltar que as pesquisas identificaram várias dificuldades entre os estudantes quanto à aplicação do teorema como ferramenta de resolução de problemas e quanto à sua relação com outros conteúdos matemáticos.

Considerando a importância deste conteúdo e os problemas em sua aprendizagem, propomos neste artigo uma análise das dificuldades e defasagens que ingressantes no primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública apresentaram na resolução de uma questão sobre o Teorema de Pitágoras, que compôs um questionário diagnóstico sobre conteúdos matemáticos trabalhados no Ensino Fundamental. As resoluções foram classificadas segundo a análise de erros proposta por Cury (2007).

Como referencial teórico, apoiamo-nos nas ideias de Fischbein (1994) para examinar as estratégias de resolução empregadas pelos participantes. Segundo este autor, o aprendizado matemático não se limita apenas à aplicação de procedimentos algorítmicos, sendo, ao invés disso, um processo criativo inerente à atividade humana. Nessa perspectiva, a construção do conhecimento matemático envolve momentos de "iluminação, hesitação, aceitação e refutação" (FISCHBEIN, 1994). Destaca-se que esse processo acontece por meio da interação entre três aspectos fundamentais: o algorítmico, o intuitivo e o formal. Sobre os três aspectos "[...] no que tange aos processos de ensino e de aprendizagem de conceitos e ideias matemáticas, entendemos que essa interação deve guiar nossas escolhas e práticas, se desejamos que nossos estudantes sejam capazes de produzir afirmações matemáticas, construir provas e avaliar, formal e intuitivamente, a validade dessas produções" (VIEIRA; IMAFUKU; PEREIRA, 2019, p. 4).

Os aspectos formais caracterizam-se pelos conhecimentos teóricos que qualificam a matemática como uma ciência formal. Tratam-se, assim, das definições, axiomas, teoremas e demonstrações que são o cerne dessa ciência, e que devem ser encarados como componentes dinâmicos e ativos do raciocínio matemático. Neste sentido, é imprescindível a mediação do professor para que os alunos possam aprendê-los, organizá-los, prová-los e aplicá-los, e para que o seu processo de resolução seja coerente e consistente.

No caso do Teorema de Pitágoras, trata-se de uma dupla implicação, ou seja, se um triângulo é retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos, de modo que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos dois quadrados construídos sobre os catetos. Por outro lado, qualquer triângulo no qual um dos lados ao quadrado seja igual à soma do quadrado dos outros dois lados, será necessariamente um triângulo retângulo. Existem diversas demonstrações, tanto algébricas como geométricas, que podem ser feitas pelo professor como prova da validade da relação pitagórica.

Os aspectos algorítmicos correspondem aos métodos e técnicas de resolução. Embora sejam fundamentais, o domínio dos procedimentos e técnicas, sem a presença dos conceitos e resultados formais inerentes à Matemática, são insuficientes para que um indivíduo seja capaz de resolver problemas, sobretudo os problemas e situações que não são padronizados. Além disso, Fischbein (1994) alerta que os procedimentos e técnicas de resolução sem o aparato de justificativas formais, cedo ou tarde são esquecidos.

Quanto à aplicação do Teorema de Pitágoras, os aspectos algorítmicos têm seus usos mais evidentes na obtenção, por exemplo, da hipotenusa de um triângulo retângulo, conhecendo-se os catetos e situações análogas. Outra situação seria o uso da relação para os três lados de um triângulo para verificar se este é, ou não, um triângulo retângulo. Essa é a perspectiva explorada pela questão investigada neste artigo. Não obstante, reiteramos o caráter imprescindível da interação entre aspectos algorítmicos e formais da relação pitagórica.

Os aspectos intuitivos exercem um papel coercitivo no raciocínio, associando-se à intuição cognitiva, compreensão intuitiva e resolução intuitiva, e estabelecem estratégias de resolução de problemas. Isto significa que um conhecimento é assumido por um indivíduo como sendo auto evidente, não sendo necessários argumentos ou provas formais para justificá-lo. Muitas vezes, aspectos intuitivos corretos, mesmo que não amparados em justificativas formais, podem ter um caráter funcional para um sujeito na resolução de problemas, por outro lado, àqueles que não estiverem de acordo com as verdades matemáticas podem ser uma fonte para erros e incompreensões, e dificultar o processo de aprendizagem. Nesse sentido, identificar aspectos intuitivos presentes nas resoluções de problemas dos estudantes torna-se uma perspectiva essencial do processo de ensino.

No caso do Teorema de Pitágoras, identificar e representar corretamente a hipotenusa, os catetos e o ângulo reto, sem utilizar a recíproca do teorema, assumindo que um triângulo é retângulo tão somente pela sua representação gráfica, é um exemplo de equívoco que identificamos em nossa investigação. Outro exemplo é confundir a definição de triângulo retângulo com a definição de outros tipos de triângulos, equiláteros e isósceles. Essas situações reforçam que a presença de aspectos intuitivos relacionados com as experiências e conhecimentos trazidos por cada indivíduo, não inter-relacionadas a aspectos formais e algorítmicos, podem levar a diversos tipos de erros.

Considerando a perspectiva do processo de ensino, uma análise detalhada das resoluções de problemas dos estudantes, utilizando a metodologia da análise de erros proposta por Cury (2007) e incorporando os três aspectos delineados por Fischbein (1994), proporciona uma melhor compreensão sobre a natureza e a origem dos erros cometidos. Podendo, assim, contribuir no direcionamento de intervenções mais assertivas por parte dos professores que melhore a aprendizagem dos alunos.

Neste contexto, voltando nossas atenções para as discussões sobre os processos de ensino e aprendizagem relacionados ao Teorema de Pitágoras, nosso estudo se concentra na análise das resoluções apresentadas por ingressantes no Ensino Médio diante de uma questão envolvendo esse teorema. O objetivo central é identificar as principais dificuldades enfrentadas por esses estudantes, o que nos fornecerá elementos para intervenções específicas que abordem aquilo que é essencial para a compreensão do teorema. Além disso, buscamos desenvolver estratégias pedagógicas eficazes para o aprimoramento sobre o entendimento matemático desse conceito.

Métodos

No início do ano letivo de 2022, foi elaborado e aplicado, para os 75 ingressantes no Ensino Médio técnico de uma instituição pública de ensino de São Paulo, um questionário diagnóstico contendo onze questões de diversos conteúdos matemáticos, com o objetivo de identificar e analisar as principais dificuldades e defasagens dos estudantes relacionadas aos assuntos estudados nos anos finais do Ensino Fundamental.

O questionário foi aplicado no horário regular das aulas, com duração de uma hora e meia, sem a possibilidade de nenhum tipo de consulta ou informação adicional. Além disso, as questões foram resolvidas individualmente e sem o uso de calculadora.

Os participantes, que serão identificados na discussão dos resultados por pseudônimos, foram informados sobre o conteúdo e objetivo da pesquisa. Seus responsáveis assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e os estudantes assinaram o Termo de Assentimento de participação na pesquisa[5].

---

[51]Parecer do Comitê de Ética Número: 5.906.159. CAEE: 66438122.3.0000.5473.

Dessa forma, analisamos a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais nas estratégias de resolução apresentadas pelos participantes na questão envolvendo o Teorema de Pitágoras. A escolha desta questão deve-se ao baixo desempenho dos participantes e às notáveis dificuldades evidenciadas em suas resoluções. Para investigar e compreender melhor esses desafios, adotamos a metodologia de análise de erros proposta por Cury (2007). Essa abordagem visa não apenas identificar os equívocos apresentados pelos alunos, mas também busca contribuir para o desenvolvimento de estratégias de ensino capazes de auxiliá-los em suas principais dificuldades.

O processo de análise de erros delineado por Cury (2007) segue uma abordagem sistemática, compreendendo algumas etapas. Inicialmente, destaca-se a fase de coleta de dados, na qual ocorre a observação e registro dos erros manifestados pelos alunos durante a resolução de problemas matemáticos. Posteriormente, procede-se à classificação dos erros, agrupando-os com base em padrões ou tipos específicos. Essa categorização desempenha um papel fundamental na identificação de tendências relacionadas aos erros mais frequentes compartilhados pelos estudantes.

Neste estudo, coletamos, registramos e categorizamos os principais erros cometidos pelos participantes em cinco classes distintas: “Não Usar a Recíproca do Teorema (A_1)”, “Confundir Com Outros Triângulos (B_1)”, “Enunciar Lei Diferente do Teorema (C_1)”, “Sem sentido (D_1)” e “Em Branco (E_1)”. Aferiu-se o percentual de ocorrência de cada classe de erro em relação ao número total de estudantes participantes da pesquisa. É fundamental ressaltar que cada resolução pode estar associada a mais de um tipo de erro. Assim, a soma dos percentuais não totaliza 100%, refletindo a complexidade e a diversidade das dificuldades

4. Um triângulo apresenta os lados com medidas 5 cm, 12 cm e 13 cm. Como saber se é um triângulo retângulo? Justifique sua decisão.

enfrentadas pelos participantes em suas resoluções.

Resultados e discussões

A seguir, apresentamos a análise didática da questão 4 proposta aos participantes e discutimos algumas das soluções.

Figura 01 – Questão 4 do questionário diagnóstico

Fonte: Elaborada pelos autores (2023)

Nesta questão buscamos verificar se os participantes compreendem que, para um triângulo ser retângulo, seus lados devem satisfazer a relação pitagórica. Ou seja, investigamos se eles compreendem a recíproca do teorema que diz que, se a, b e c forem as medidas dos lados de um triângulo e $a^2 + b^2 = c^2$, então o triângulo é retângulo. Assim, esperamos que a exploração de aspectos algorítmicos e intuitivos da relação $13^2 = 12^2 + 5^2$, inter-relacionados (FISCHBEIN, 1994) com os aspectos formais do enunciado do teorema, permita aos estudantes concluir que o triângulo apresentado é de fato retângulo.

A Figura 2 apresenta um exemplo de resolução considerada correta, realizada pela estudante Mônica.

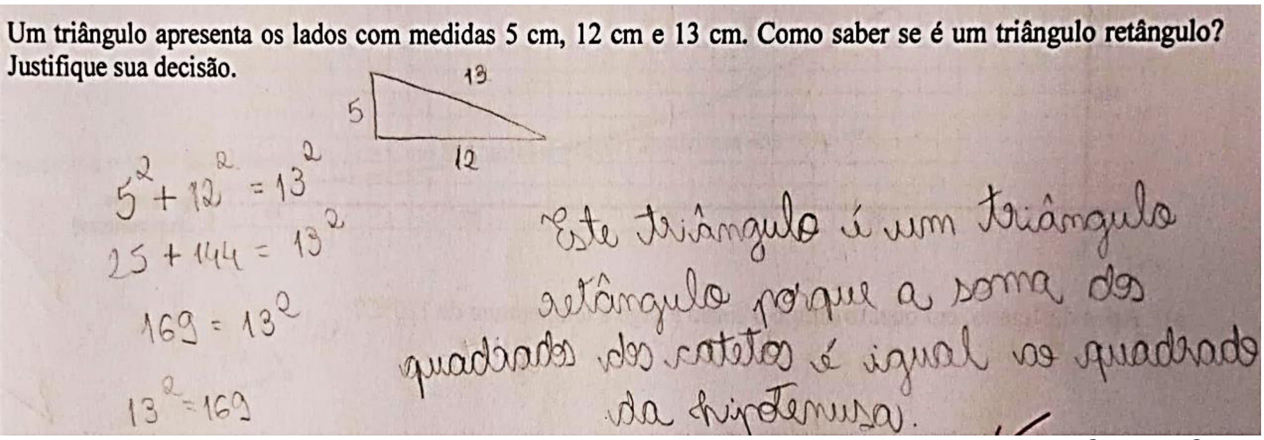


Figura 02 – Resposta de Mônica

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Ao usar corretamente a recíproca do teorema para justificar que o triangulo é retângulo, Mônica se utiliza de aspectos algorítmicos relacionados ao teorema para tomar sua decisão. Revela, também, bons conhecimentos intuitivos ao representar o triângulo, indicando corretamente a hipotenusa como o maior lado e oposto ao ângulo, que, pelo desenho, podemos inferir que seja reto. Além disso, valendo-se de aspectos formais, ela enuncia corretamente o teorema, garantindo, assim, a interação entre os três aspectos (FISCHBEIN, 1994).

A análise geral das resoluções revelou que apenas 25% dos 75 participantes acertaram a questão 4, indicando que grande parte dos estudantes não compreende a relação entre os lados de um triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras. Por se tratar de ingressantes no Ensino Médio, era esperado um desempenho melhor dos participantes, dada a relevância deste teorema no ensino de matemática.

Na Tabela 1 abaixo, destacamos uma análise das respostas incorretas, revelando as classes de erros identificadas. Ressaltamos que as resoluções podem ser classificadas em mais de um tipo de erro, conforme a metodologia proposta por Cury (2007).

Descrição do Erro	%
A_1 - Não Usar a Recíproca do Teorema	15
B_1 - Confundir Com Outros Triângulos	12

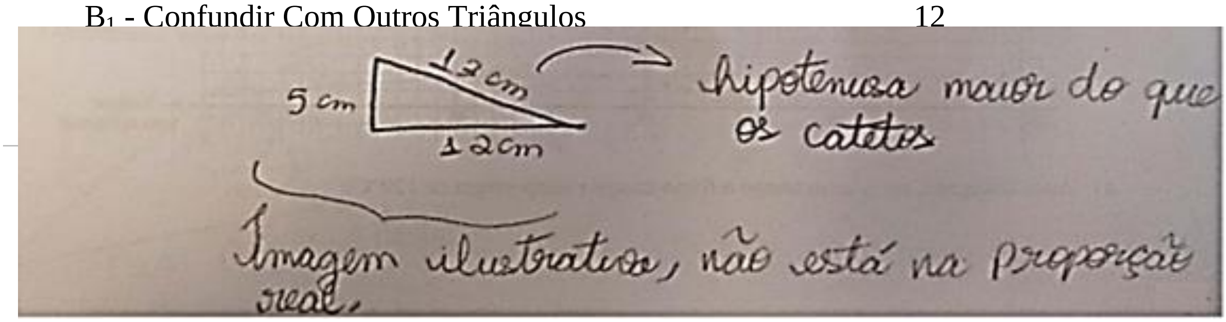


Tabela 01 – Classes de erros identificadas nas resoluções da questão 4.

Fonte: Elaborada pelos autores (2023)

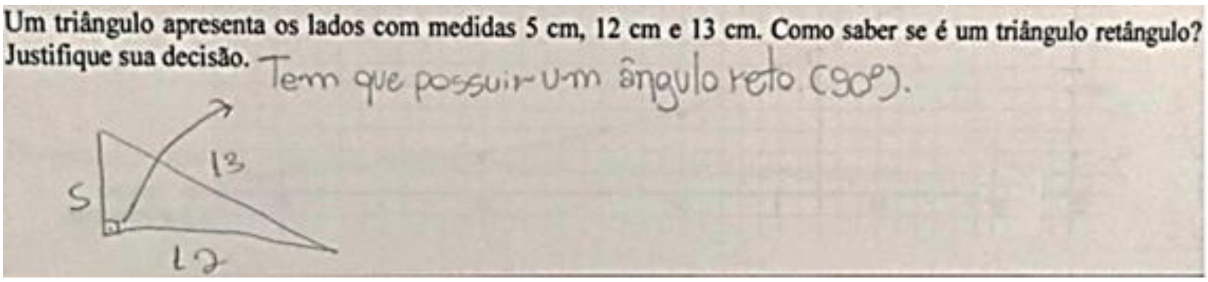
O erro do tipo A_1, "Não Usar a Recíproca do Teorema", foi cometido por 15% dos estudantes, e concentra as resoluções em que não é aplicada a relação pitagórica. As resoluções de João e Maria (Figura 3) são exemplos desse tipo de erro.

Figura 03 – a) Resposta de João b) Resposta de Maria

a)

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

b)



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

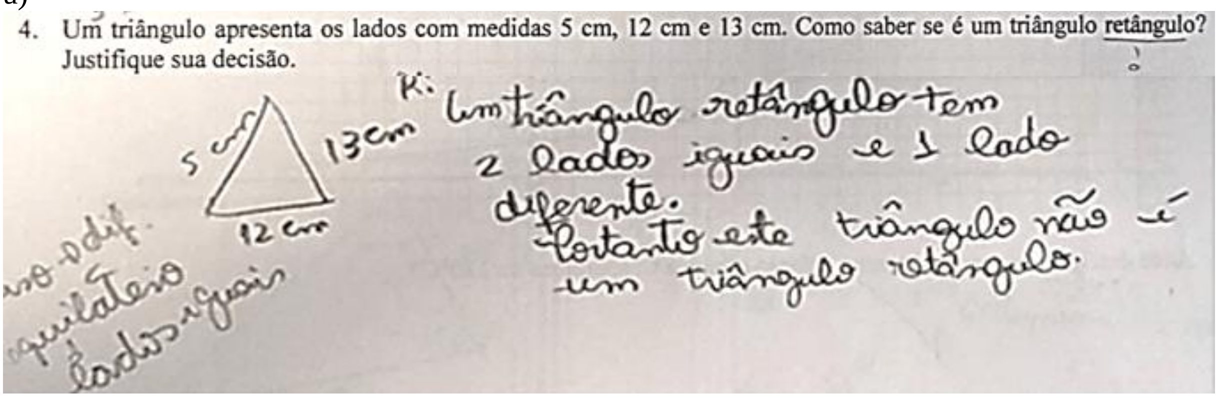
Embora João e Maria tenham identificado e representado corretamente a hipotenusa, os catetos e o ângulo reto em suas resoluções, revelando algum conhecimento relativo ao Teorema de Pitágoras, ambos demonstram dificuldades com relação a aspectos algorítmicos e formais (FISCHBEIN, 1994) relacionados ao enunciado do teorema, ao não aplicarem a relação $13^2 = 12^2 + 5^2$, condição necessária e suficiente para que o triângulo seja classificado como retângulo.

Em sua solução, João indica o ângulo reto e esboça o que seria um triângulo retângulo. Maria, por outro lado, apesar de não destacar diretamente o ângulo reto em sua representação, mostra um esboço do que seria um triângulo retângulo. Além disso, ao destacar a falta de proporção da figura, a estudante demonstra boas percepções sobre a questão de proporção e escala de figuras. Assim, embora estes participantes tenham indicado conhecimentos adequados sobre elementos de um triângulo retângulo, esses conhecimentos reduzem-se a aspectos intuitivos que, não estando em interação com aspectos algorítmicos e formais (FISCHBEIN, 1994) associados ao teorema, tornam inviável a resolução adequada do problema.

O erro do tipo B_1, “Confundir com Outros Triângulos”, foi cometido por 12% dos participantes, que em suas respostas confundiram um triângulo retângulo com outros tipos de triângulos. As respostas de Cláudio e Isabela (Figura 4) exemplificam esse tipo de erro.

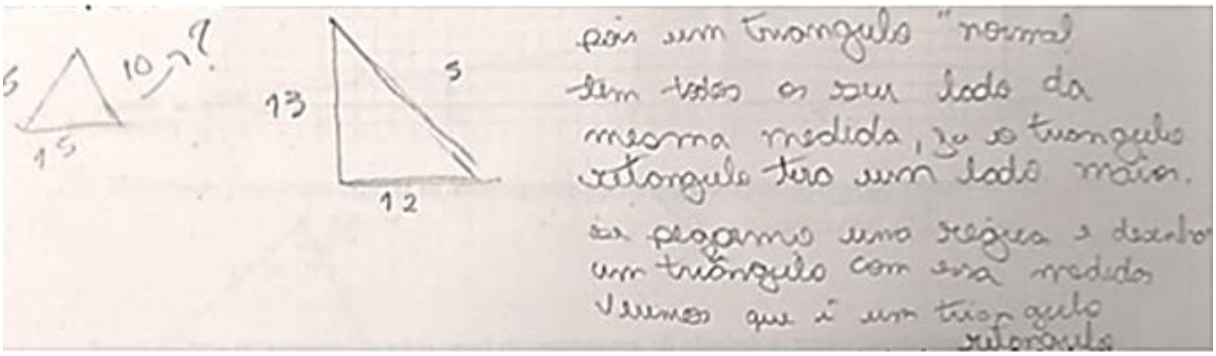
Figura 04 – a) Resposta de Cláudio b) Resposta de Isabella

a)



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

b)



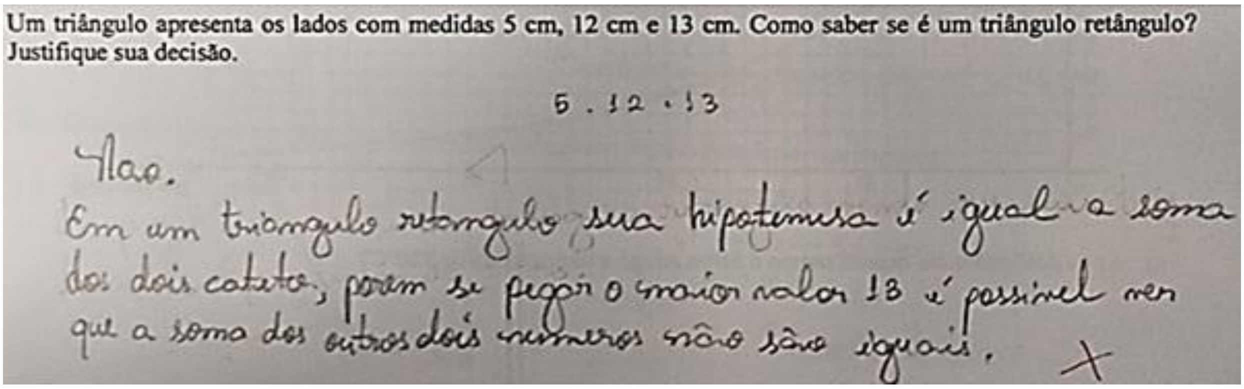
Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Em sua resposta, Cláudio revela uma série de conhecimentos com relação a triângulos (aspectos intuitivos), o que não foi suficiente para que ele resolvesse o problema corretamente. Observamos, por exemplo, que ele indica com uma seta que um triângulo equilátero possui lados iguais, no entanto, ao categorizar um triângulo retângulo como se fosse um triângulo isósceles, demonstra dificuldade com aspectos formais. Dessa forma, essas definições apresentadas pelo estudante, embora corretas, permanecem bastante confusas para ele, evidenciando a falta de interação entre aspectos intuitivos e formais (FISCHBEIN, 1994), impedindo-o assim de interpretar corretamente as informações colocadas no enunciado e resolver o problema.

Isabela, por outro lado, apesar de esboçar dois triângulos diferentes, um dos esboços sugere a possibilidade de ser um triângulo retângulo, mesmo sem a indicação do ângulo reto. Entretanto, sua resposta demonstra diversas incompreensões e confusões. estudante chama de triângulo “normal” na realidade trata-se de um triângulo equilátero e, aparentemente, ao indicar “normal” entre aspas ela própria relativiza o termo, tentando expressar que está pensando em um triângulo equilátero, pois destaca que “um triângulo ‘normal’ tem todos os seus lados de mesma medida”. Esta indicação, embora correta como conceito formal de um triângulo equilátero, manifesta muitos aspectos intuitivos equivocados com relação à classificação de triângulos. Além disso, sua resposta é confusa e contraditória no sentido de que, apesar de definir o triângulo retângulo como possuindo um lado diferente, ela aceita o triângulo do problema como sendo retângulo mesmo possuindo todos os lados diferentes e associa a sua conclusão a partir da construção com a régua, valorizando um aspecto geométrico construtivo.

Assim, a ausência de interação entre aspectos intuitivos e formais (FISCHBEIN, 1994) relacionados à classificação de triângulos, dificultam e impedem que Cláudio e Isabela resolvam corretamente o problema.

O erro do tipo C_1, "Enunciar Lei Diferente do Teorema", evidenciado em 18% dos



Um triângulo apresenta os lados com medidas 5 cm, 12 cm e 13 cm. Como saber se é um triângulo retângulo? Justifique sua decisão.

5 . 12 . 13

Não.
Em um triângulo retângulo sua hipotenusa é igual a soma dos dois catetos, porem se pegar o maior valor 13 é possível ver que a soma dos outros dois números não são iguais.

participantes, concentra as respostas que revelaram desconhecimento do enunciado do Teorema de Pitágoras ou que o enunciaram de maneira equivocada. A resposta de Júlio (Figura 5) exemplifica esse tipo de equívoco e reflete a necessidade de reforçar o aspecto formal do teorema.

Figura 05 – Resposta de Júlio

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Nesse caso, Júlio demonstra desconhecer a relação pitagórica, valendo-se de uma ideia intuitiva equivocada que não está em interação com os aspectos algorítmicos e formais (FISCHBEIN, 1994) associados ao teorema. Observamos, no entanto, que o estudante constroi um argumento coerente baseado em sua premissa equivocada, ao destacar que em um triângulo retângulo a hipotenusa é igual à soma dos catetos. Esta ideia intuitiva incorreta impossibilita a resolução do problema. Destacamos, também, em sua resposta, a expressão $5 \cdot 12 \cdot 13$, no entanto, não fica claro o seu sentido na resolução apresentada por ele.

A Classe de erro E_1, "Em Branco", com um percentual de 15%, representa a quantidade de estudantes que deixaram a questão sem resolução, evidenciando a dificuldade existente na aprendizagem do Teorema de Pitágoras.

Considerações finais

Neste estudo tivemos como objetivo analisar a interação de aspectos intuitivos, algorítmicos e formais (FISCHBEIN, 1994), nas resoluções dos ingressantes no Ensino

Médio em uma questão envolvendo o Teorema de Pitágoras e, com isso, identificar as principais dificuldades e defasagens trazidas por estes estudantes.

O resultado da análise das resoluções, indicou que apenas 25% dos 75 estudantes participantes da pesquisa acertou a questão proposta. Este índice está abaixo do esperado, considerando que, segundo a BNCC (BRASIL, 2018), os alunos do 9° ano devem ser capazes de resolver e elaborar problemas de aplicação do Teorema de Pitágoras, ou seja, é previsto que ao ingressar no Ensino Médio, o estudante possua esta competência.

Destacam-se, na investigação, as classes de erros $D_{1,}$ "Sem Sentido", e $E_{1,}$ "Em Branco", que juntas equivalem a 50% dos erros cometidos pelos participantes, revelando que boa parte deles possui pouco ou nenhum conhecimento sobre o Teorema de Pitágoras. Além disso, detectou-se nas resoluções incorretas dos participantes, a falta de interação entre os aspectos intuitivos, algorítmicos e formais, sendo que esta interação, conforme defendido por Fischbein (1994), é imprescindível para a compreensão matemática. Semelhante dificuldade foi observada por Vieira, Imafuku e Pereira (2019), que também constataram o baixo índice de conhecimento por parte dos estudantes participantes de sua pesquisa, dado que a taxa de acertos ficou muito abaixo do esperado, confirmando, assim, o efetivo abandono do ensino da Geometria, apontado pelo PCN (BRASIL, 1998).

Observou-se dentre as resoluções incorretas concentradas nas classes: $A_{1,}$ "Não Usar a Recíproca do Teorema", $B_{1,}$ "Confundir Com Outros Triângulos", $C_{1,}$ "Enunciar Lei Diferente do Teorema", uma maior concentração de aspectos intuitivos equivocados ou mal elaborados, justamente por estarem dissociados de aspectos formais, resultando em prejuízos na aprendizagem e na resolução de problemas.

No caso do erro $A_{1,}$ o aspecto intuitivo consiste em algum conhecimento relacionado ao Teorema de Pitágoras presente nas estratégias de resolução, porém, isso não é suficiente para a sua efetiva resolução, que exige a incorporação de aspectos formais e algorítmicos concernentes ao teorema. Júnior e Perovano (2019) constataram uma dificuldade similar entre seus alunos, quanto a relacionar esse conhecimento intuitivo com o enunciado do teorema ou com outros conteúdos matemáticos básicos (aspectos algorítmicos e formais) impedindo a resolução correta dos problemas propostos em sua investigação. Pereira, Couto e Costa (2016), também identificaram que o problema não está no desconhecimento do teorema, mas na resolução de operações básicas e na dificuldade dos alunos em identificar os elementos de um triângulo retângulo, relacionando-os ao enunciado do teorema.

Quanto às classes de erros B_1 e $C_{1,}$ observou-se, igualmente, a presença de aspectos intuitivos equivocados com relação a triângulos, sendo que as definições apresentadas pelos estudantes, embora corretas em alguns casos, não estão relacionadas ao conceito de triângulo retângulo, evidenciando a dissociação quanto aos aspectos formais, o que tornou as resoluções bastante confusas. Assim, nota-se a presença de diversos conhecimentos matemáticos intuitivos, mas que desarticulados dos aspectos algorítmicos e formais, levam o estudante a equívocos e o impedem de resolver o problema.

De forma mais geral, Bastian (2000), percebendo as muitas dificuldades de seus alunos na resolução de questões envolvendo a aplicação do teorema, comparou as propostas curriculares, que preveem o conhecimento adequado do teorema pelos estudantes desse nível, com a sua transposição didática insatisfatória, atribuindo essa dificuldade, entre outros fatores, à abordagem utilizada pelos docentes no ensino do teorema. Nossos dados não fornecem elementos para avaliarmos como se deu a formação dos participantes com relação ao Teorema de Pitágoras, no entanto, as dificuldades identificadas nos permitirão elaborar estratégias de ensino que busquem fomentar a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais (FISCHBEIN, 1994), a fim de proporcionar uma aprendizagem mais significativa e fundamentada para nossos participantes.

Por fim, esperamos ainda que os resultados aqui apresentados possam contribuir para a reflexão quanto às principais dificuldades sobre o ensino e a aprendizagem do Teorema de Pitágoras, para que sejam desenvolvidos, por meio de novas investigações, diferentes estratégias para o ensino deste tema fundamental da Matemática elementar, e que levem em consideração a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais envolvidos neste resultado.

Agradecimentos

Ao Instituto Federal de São Paulo – IFSP Guarulhos pela bolsa de extensão concedida. Ao avaliador, pelas contribuições ao texto.

Referências

ARAÚJO, Anésio Amancio**. Teorema de Pitágoras: história, demonstrações e aplicações**. 2016. 43 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade de Brasília: Brasília, 2016.

BASTIAN, Irma Verri Bastian. **O Teorema de Pitágoras**. 2000. 229 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998**.**

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FISCHBEIN, Efraim. **The interaction between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity**. In: Rolf Biehler; R. W. Scholz; R. Sträßer; B. Winkelmann. Didactics of mathematics as a scientific discipline. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1994. p. 328-375.

JÚNIOR, Wilson Souza Costa; PEROVANO, Ana Paula. Uma análise sobre as estratégias utilizadas por alunos do Nível Superior perante questões envolvendo o Teorema de Pitágoras. **REMAT - Revista de Educação Matemática**, v. 16, n. 23, p. 408-425, 2019. Disponível em: < https://www.revistasbemsp.com.br/index.p >. Acesso em: 23 nov. 2022.

PEREIRA, Mayara Gabriella Grangeiro Pereira; COUTO, Ana Paula Nascimento Pegado Couto; COSTA, Acylena Coelho Costa. Análise de Erros em Questões de Teorema de Pitágoras: Um estudo com alunos do Ensino Fundamental. In: ENEM: Encontro Nacional de Educação Matemática, XII, 13., 2016, São Paulo. **Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades.** São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. Disponível em: < https://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5481_4329_ID.pdf >. Acesso em: 23 nov. 2022.

VIEIRA, William; IMAFUKU, Roberto Seidi; PEREIRA, Emanoel Fabiano Menezes. Uma análise da resolução de questões sobre o Teorema de Pitágoras. **FORSCIENCE**, v. 7, n. 2, p. 27, 2019. Disponível em: < https://doi.org/10.29069/forscience.2019v7n2.e552 >. Acesso em: 10 nov. 2019.