

UMA ANÁLISE DAS DIFICULDADES DE INGRESSANTES NO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE ÁREA E PERÍMETRO
Rita de Cássia da Costa Guimarães¹, Juliana Souza Menezes², Roberto Seidi Imafuku³, William Vieira⁴ e Emanuel Fabiano Menezes Pereira⁵

Resumo

Neste artigo, analisa-se as resoluções e interpretações de questões sobre a área e perímetro de figuras planas, realizadas por estudantes ingressantes no primeiro ano do Ensino Médio de uma instituição pública de ensino do estado de São Paulo. O objetivo dessa investigação foi o de detectar e classificar os principais erros e dificuldades apresentados pelos participantes. As duas questões foram aplicadas para sessenta e nove estudantes no início do ano letivo de 2020. Os Três Mundos da Matemática é o quadro teórico adotado na análise das questões. Verificou-se que alguns participantes não possuem compreensão dos conceitos de área e de perímetro e apresentam dificuldades em relação aos cálculos envolvidos na resolução das questões propostas.

Palavras-chave: Três Mundos da Matemática; Análise de Erros; Dificuldades; Áreas e perímetro.

AN ANALYSIS OF THE DIFFICULTIES OF MEMBERS IN HIGH SCHOOL IN SOLVING QUESTIONS ABOUT THE AREA AND PERIMETER

Abstract

In this article, we analyze the resolutions and interpretations of questions about the area and perimeter of flat figures, carried out by students entering the first year of high school at a public educational institution in the state of São Paulo. The purpose of this investigation was to detect and classify the main errors and difficulties presented by the participants. The two questions were applied to sixty-nine students at the beginning of the 2020 academic year. The Three

¹ Licencianda em Matemática, Instituto Federal de São Paulo (IFSP) campus Guarulhos, Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores (GEPEMFOP), rita.cassia@aluno.ifsp.edu.br.

² Licencianda em Matemática e Bolsista de Extensão, Instituto Federal de São Paulo (IFSP) campus Guarulhos, juliana.menezes@aluno.ifsp.edu.br.

³ Doutor em Educação Matemática, Instituto Federal de São Paulo (IFSP) campus Guarulhos, Professor do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) Campus Guarulhos, Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores (GEPEMFOP), roberto.imafuku@ifsp.edu.br.

⁴ Doutor em Educação Matemática, Instituto Federal de São Paulo (IFSP) campus Guarulhos, Professor do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) Campus Guarulhos, Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores (GEPEMFOP), wvieira@ifsp.edu.br.

⁵ Doutorando em Matemática, Instituto Federal de São Paulo (IFSP) campus Guarulhos, Professor do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) Campus Guarulhos, Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores (GEPEMFOP), emanoel.pereira@ifsp.edu.br.

Worlds of Mathematics is the theoretical framework adopted in the analysis of the questions. It was found that the participants do not have an understanding of the concepts of area and perimeter and have difficulties in relation to the calculations involved in solving the proposed questions.

Keywords: Three worlds of mathematics; Error Analysis; Difficulties; Areas and perimeter.

UN ANÁLISIS DE LAS DIFICULTADES DE LOS MIEMBROS DE LA ESCUELA SECUNDARIA PARA RESOLVER PREGUNTAS SOBRE EL ÁREA Y PERÍMETRO

Resumen

En este artículo, analizamos las resoluciones e interpretaciones de preguntas sobre el área y perímetro de figuras planas, realizadas por estudiantes que ingresan al primer año de secundaria en una institución educativa pública en el estado de São Paulo. El propósito de esta investigación fue detectar y clasificar los principales errores y dificultades presentados por los participantes. Las dos preguntas fueron aplicadas a sesenta y nueve estudiantes al inicio del año académico 2020. Los Tres Mundos de las Matemáticas es el marco teórico adoptado en el análisis de las preguntas. Se encontró que los participantes no comprenden los conceptos de área y perímetro y tienen dificultades en relación a los cálculos involucrados en la resolución de las preguntas propuestas.

Palabras-clave: Tres mundos de las matemáticas; Análisis de errores; Dificultades; Áreas e perímetro.

Introdução

Área e perímetro de figuras planas são assuntos bastante importantes para a apreensão de conceitos não só geométricos como também algébricos, tendo a sua importância destacada nos documentos oficiais norteadores do ensino de Matemática no Brasil. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), é apresentado que, de maneira frequente, os estudantes costumam confundir noções de área e de perímetro, sendo que uma das possíveis explicações para isso é a de que raramente são colocadas para os estudantes situações problema nas quais as duas noções estejam presentes. Além disso, é destacada a aprendizagem pela apresentação de fórmulas, que por consequência torna a forma de aplicá-las mecânica e sem nenhum significado.

Mais recentemente, na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) também é apontado que o ensino não deve ser reduzido somente a aplicação de fórmulas de cálculo de área e perímetro, com a expectativa de que os estudantes reconheçam e consigam resolver problemas associados a esses temas. Ademais, é colocado que para os anos finais do Ensino Fundamental é esperado que “[...] os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos [...]” (BRASIL, 2018, p. 273).

A importância destes temas na Educação Básica se faz presente tanto nos documentos oficiais quanto nas investigações de pesquisadores brasileiros e internacionais (HENRIQUES; SILVA, 2018; LORENZATO, 1995; PEREIRA, 2015; SANTOS, 2014; STEFANI; PROENÇA, 2018).

Lorenzato (1995) afirma que o ensino da geometria é pouco explorado na sala de aula e aponta que essa área da Matemática raramente está incluída em obras didáticas da maneira correta, sendo frequentemente colocada com fórmulas prontas, contrariando a ideia de que a Matemática também é uma linguagem que precisa ser estudada e interpretada da maneira correta, sem “fórmulas mágicas” que auxiliam na chegada dos resultados. Ainda segundo este autor, outro fator contribuinte é que, nas grades curriculares, a geometria é vista como complemento dos conteúdos matemáticos, destoando do proposto nos documentos oficiais brasileiros, que propõem o ensino da geometria como instrumento de auxílio no processo de desenvolvimento cognitivo do aluno, estimulando a área de observação do educando.

Henriques e Silva (2012) investigaram as possíveis dificuldades de aprendizagem de áreas e perímetros de figuras planas de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Juiz de Fora, no estado de Minas Gerais. Para isso, foi desenvolvido e aplicado um conjunto de tarefas que possibilitasse a construção de significados pelos participantes em relação a esses temas. Na análise dos dados, os pesquisadores adotaram como base teórica o Modelo dos Campos Semânticos. Os resultados apontaram que muitos estudantes confundiam os conceitos de área e perímetro, além de terem dificuldades com o trabalho com malhas e ladrilhamento de figuras geométricas. Além disso, os pesquisadores ainda destacaram que “a ação de levantar as dificuldades é um elemento-chave para que orientemos o nosso trabalho, em sala de aula, que nos oferece uma perspectiva nova para compreendermos os processos de aprendizagem de temas geométricos ou de outro tema qualquer” (HENRIQUES; SILVA, 2012, p. 509).

Com o objetivo de identificar os problemas de ensino e de aprendizagem relacionados aos conceitos de área e perímetro de figuras planas, Santos (2014) analisou as respostas de 85 estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública para duas questões retiradas do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) de 2007 e 2008. Além disso, realizou uma entrevista com treze dos 85 estudantes e três professores de Matemática que atuam no Ensino Fundamental.

Segundo a pesquisadora, os relatos e respostas dos estudantes indicam um sério problema de ensino, pois não há apreensão dos conceitos. Em relação ao relato dos professores, é destacado que a falta de conhecimento do educador, nos âmbitos da geometria, coloca-o como um “transmissor mecânico” dos conteúdos didáticos, o que pode ocasionar erros conceituais no processo de aprendizagem. Enfatizando a importância de repensar o ensino desses conceitos, Santos (2014) aponta que é necessário “solicitar atividades nas quais a área varie em sentido oposto ao de seu perímetro, favorecendo a compreensão e diferenciação desses conceitos. Em suma, atividades que articulem e diferenciem a figura, a grandeza a ela associada e a medida dessa grandeza” (SANTOS, 2014, p. 235).

Pereira (2015) realizou uma pesquisa com o objetivo de investigar as dificuldades apresentadas por estudantes na determinação do perímetro e da área de figuras planas. Para tal, foi aplicado um questionário com sete questões para estudantes portugueses com idades entre 10 e 13 anos. Após a aplicação das questões, uma entrevista semiestruturada foi realizada com os participantes com o intuito de conhecer e caracterizar as estratégias matemáticas utilizadas nas resoluções. Os resultados obtidos evidenciaram dificuldades em reconhecer as diferenças entre os conceitos de perímetro e área, em associar unidades de medida às grandezas correspondentes, em realizar operações aritméticas e em relação ao entendimento de enunciados.

Em sua pesquisa, Stefani e Proença (2018) analisaram as dificuldades de quarenta e cinco estudantes do 7º ano ao 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Estado do Paraná na resolução de problemas de áreas e perímetros. Como instrumentos de coleta de dados, foram aplicados um questionário e uma prova de Matemática para os participantes. A análise do questionário evidenciou que 22,22% não sabiam e 26,67% não responderam à questão sobre o significado dos conceitos de área e de perímetro e o restante tinha bons conhecimentos sobre estes conceitos. Com esse trabalho, os pesquisadores verificaram que “os alunos não apresentam conhecimentos e domínio sobre os conceitos de área e perímetro e que

ainda precisam trabalhados em sala de aula” (STEFANI; PROENÇA, 2018, p. 363) e indicaram que uma das possíveis causas para a não-apreensão de conceitos sobre esse tema é não serem trabalhados em sala de aula.

Esses estudos evidenciam a relevância da análise das dificuldades de estudantes da educação básica como um ponto de partida para um repensar as práticas pedagógicas e a necessidade do aprimoramento dos processos de ensino e de aprendizagem relacionados ao cálculo de áreas e perímetros de figuras planas.

Com o objetivo de contribuir com essa discussão apresentamos, neste artigo, apresentamos uma análise das resoluções de duas questões que abrangem a interpretação e o cálculo de áreas e de perímetros de figuras planas. As questões analisadas compõem um questionário que foi aplicado para sessenta e nove estudantes ingressantes no Ensino Médio Técnico de uma instituição federal de ensino do Estado de São Paulo. O questionário, que foi realizado de maneira individual na instituição de ensino na qual os participantes estudam e teve duração de uma hora e meia, possui doze questões que abordam temas relevantes do Ensino Fundamental como operações com números racionais, cálculo de porcentagens, resolução de equações e de sistemas de equações, Teorema de Pitágoras, proporções e leitura e interpretação de gráficos, além das questões analisadas sobre áreas e perímetros. A análise de erros propostas por Cury (2007) é o procedimento metodológico utilizado na tabulação dos dados. O quadro teórico utilizado na análise, que apresentaremos a seguir, é a Teoria dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2013).

Referencial Teórico

A Teoria dos Três Mundos da Matemática foi elaborada por David Tall e seus colaboradores. Eles entendem que o pensamento matemático de um indivíduo se dá de três formas diferentes, mas não desconexas.

A primeira é a corporificada, que se dá por meio de percepções e ações sobre os objetos (físicos ou mentais), que possibilitam o reconhecimento das formas e de suas características; os *proceitos*, palavra que indica a dualidade entre processo e conceito, constituem a segunda maneira que estão relacionadas as representações e as manipulações simbólicas de objetos

matemáticos, como as representações algébricas ou gráficas; e a terceira, axiomático-formal, traz características de Matemática formal, como os axiomas, definições e teoremas.

Segundo Tall (2013), essas diferentes maneiras do desenvolvimento do pensamento matemático se inter-relacionam e habitam Três Mundos da Matemática: o Conceitual Corporificado, o Operacional Simbólico e o Formal Axiomático, que estão intimamente conectados e os descrevemos brevemente a seguir.

O Mundo Conceitual Corporificado refere-se às percepções e ações humanas sobre objetos matemáticos, as quais desenvolvem imagens mentais que são verbalizadas de forma cada vez mais sofisticada (IMAFUKU, 2018). Por exemplo, o desenvolvimento conceitual corporificado em geometria se dá pela percepção das formas, desenhos a mão livre, construções físicas com régua e compasso e construções mentais (TALL, 2013).

Da necessidade de saber a quantidade de objetos (contagem), da comparação e da medida, e de representações de padrões, isto é, da necessidade de efetuar ações sobre objetos do Mundo Conceitual Corporificado, surge o Mundo Operacional Simbólico. É nesse mundo que encontramos os símbolos matemáticos, que são utilizados para representar as ações pretendidas sobre objetos e/ou realizar cálculos. Por exemplo, ao trabalhar com os ângulos internos de um polígono faz-se necessário o uso da representação simbólica da medida desses ângulos e, por meio de investigações envolvendo cálculos com tais valores, pode-se inferir que a soma dos ângulos internos de um polígono com n lados é dada por $(n - 2) \cdot 180^\circ$, cuja representação se dá por meio de objetos deste mundo.

O Mundo Formal Axiomático diz respeito à construção do conhecimento formal, por meio de axiomas, definições e teoremas, de forma que as propriedades de um objeto matemático são deduzidas a partir de demonstrações matemáticas (IMAFUKU, 2018).

Nas análises dos dados obtidos utilizamos, principalmente, as ideias colocadas por Tall (2013), contudo destacamos que a ideia de contrato didático pode ser identificada nas respostas apresentadas por alguns participantes, por isso definimos este conceito a seguir e o utilizamos nas análises.

O contrato didático refere-se ao conjunto de atitudes do professor que são esperados pelos estudantes. Ele “(...) é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro.” (BROUSSEAU, 1986, apud SILVA, 2008, p. 50).

Procedimentos Metodológicos

Para a realização da pesquisa, no início do ano letivo de 2020, foi elaborado e aplicado, presencialmente, um questionário com doze questões para sessenta e nove estudantes ingressantes no Ensino Médio de uma instituição de ensino pública federal da região metropolitana de São Paulo. O objetivo que se teve com a aplicação foi explorar possíveis dificuldades em relação aos conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental. As questões versavam sobre os temas: Teorema de Pitágoras, Teorema de Tales, proporcionalidade, resolução de equações e de sistemas de equações, interpretação de gráficos e tabelas, operações com números racionais, além de duas questões envolvendo áreas e perímetros de figuras planas.

A aplicação do questionário ocorreu no horário regular das aulas e foi conduzida pelo professor regente da turma. As questões foram resolvidas individualmente, em um período de uma hora e meia, no campus em que os participantes estudam. Nenhum tipo de consulta a materiais externos foi permitido e os pesquisadores não forneceram nenhuma informação adicional, além daquelas constantes nos questionários.

Os responsáveis pelos estudantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Os participantes assinaram o Termo de Assentimento de participação na pesquisa e são tratados por pseudônimos na discussão dos dados.

As questões discutidas neste artigo são aquelas que abrangem o cálculo de áreas e de perímetros de figuras planas, pois estamos interessados em avaliar os conhecimentos e dificuldades dos ingressantes sobre estes temas.

As resoluções dos estudantes foram classificadas de acordo com a Análise de Erros proposta por Cury (2007), procedimento metodológico que é baseado em uma análise de conteúdo, na qual classes de erros recorrentes nas resoluções das questões são identificadas e classificadas por meio de uma tabulação, apresentando a frequência e o percentual de cada tipo de erro identificado. Posteriormente, uma discussão sobre cada tipo de erro é feita.

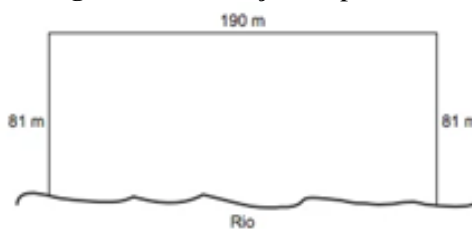
No que segue, discutimos as resoluções propostas pelos estudantes.

Discussão dos Resultados

Apresentamos, a seguir, a análise da primeira questão proposta, retirada do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2013, e uma discussão sobre as resoluções dos participantes.

Questão 1 Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimentos. Determine a quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno.

Figura 1 – Ilustração do problema

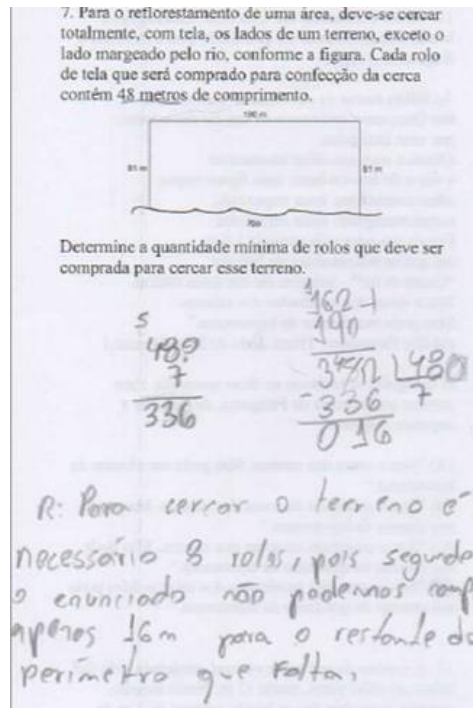


Fonte: ENEM (2013)

Nesta situação-problema, procuramos investigar os conhecimentos dos estudantes em relação ao cálculo de perímetro de figuras geométricas planas. Além de explorar quais características dos Três Mundos da Matemática os participantes apresentam ao responderem à questão.

A análise das resoluções mostrou que 44,92% de 69 estudantes acertaram a questão; isso indica que mais da metade dos estudantes apresentaram dificuldades na interpretação e resolução da mesma. Uma das formas de resolução dessa questão é utilizar o cálculo do perímetro, subtraindo a margem do rio. A resolução proposta por Guilherme (Figura 2) exemplifica uma forma de resposta correta.

Figura 2 – Resposta de Guilherme



Fonte: Dados da Pesquisa (2020)

Nesse caso, é interessante observar que Guilherme apresenta um texto escrito para indicar a sua resposta para a questão, destacando informações que foram apresentadas no enunciado. Dessa forma, entendemos que, além de apresentar bons conhecimentos sobre o tema e na interpretação do problema, o estudante também comunica suas ideias de maneira compreensível. Além disso, podemos destacar o trânsito entre os Três Mundos, pois o estudante, além de realizar os cálculos, elabora uma justificativa para sua resposta, apresentado características formais. Mas, apesar de apresentar um raciocínio correto, o estudante apresenta erros na manipulação de objetos do Mundo Simbólico ao efetuar as operações ($162 + 190 = 352$ e $352 \div 48 = 7$ e resta 16). Esse tipo de registro pode ser oriundo de representações realizadas por algum professor ao longo do ensino fundamental, caracterizando uma possível influência do contrato didático.

Para as respostas consideradas erradas, apresentamos as classes de erros identificadas no Quadro 1.

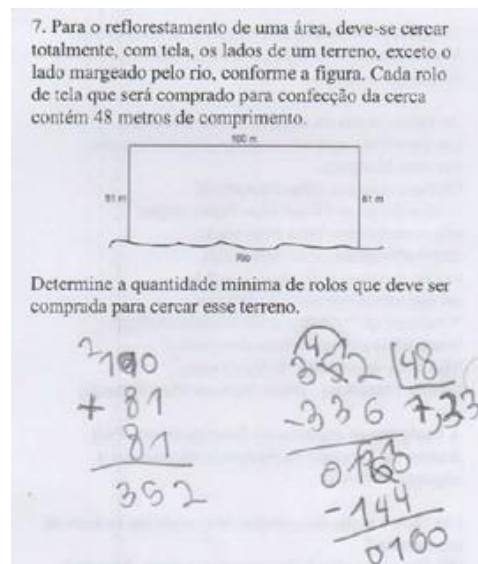
Quadro 1 – Erros identificados na resolução da Questão 1

Descrição do Erro	Freq	%
A ₁ – Considerar pedaços do rolo de tela	12	30,77
B ₁ – Erro operacional	14	35,89
C ₁ – Sem resolução	8	20,52

D ₁ – Em branco	5	12,82
----------------------------	---	-------

O erro do tipo A₁, *Considerar pedaços do rolo de tela*, foi cometido por 30,77% dos participantes, que aparentemente não se atentaram ao enunciado, que solicitava a quantidade mínima de rolos de tela a ser comprado, dando como resposta final a quantidade de 7,33..., que pode ter ocorrido por uma distração em relação a redação da resposta. A resposta de Maria (Figura 3) representa esse tipo de erro.

Figura 3 – Resposta de Maria



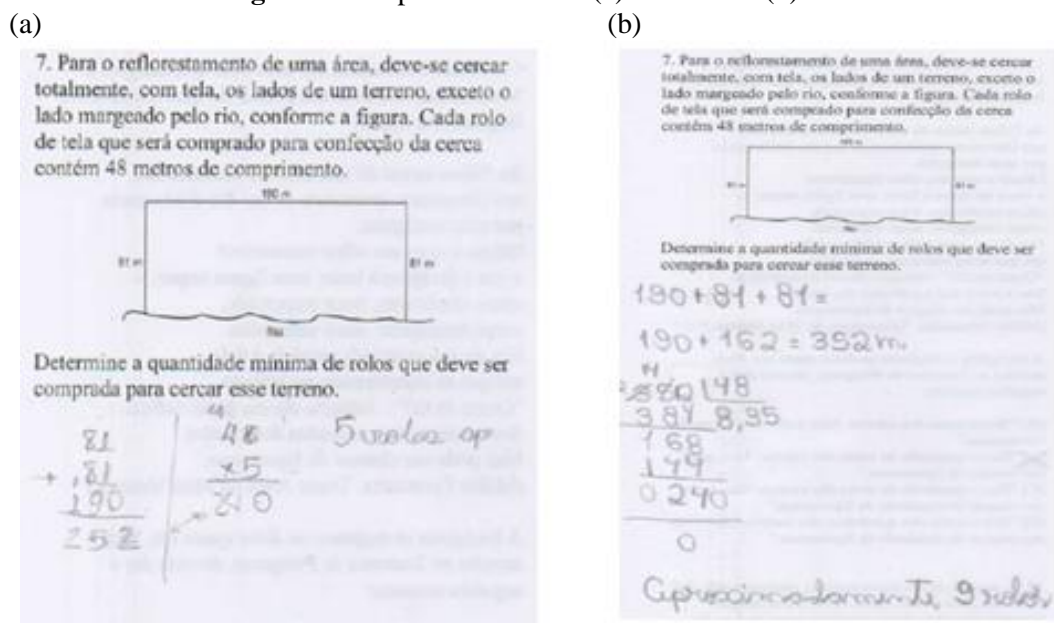
Fonte: Dados da pesquisa (2020)

Em sua resolução, Maria apresentou características simbólicas ao utilizar a noção do cálculo do perímetro e a operação de divisão para resolver o problema, porém interpretou o enunciado considerando que os rolos de tela poderiam ser vendidos em partes, de modo que sua resposta final não expressa corretamente a solução desejada para o problema. Destacamos que,

assim como Maria, os demais estudantes que cometeram esse erro também apresentaram características do Mundo Operacional Simbólico em suas resoluções, utilizando corretamente o cálculo do perímetro e da operação de divisão. Esse tipo de erro evidencia a não atribuição de significados ao quociente de uma divisão, o que aponta que esses estudantes utilizam esse objeto do Mundo Operacional Simbólico apenas como procedimento, sem relacioná-lo com o conceito.

O erro do tipo B₁, *Erro Operacional*, foi cometido por 35,89 % dos participantes, e a maioria deles realizou os cálculos incorretamente. Dentre as respostas deste tipo, na Figura 4, destacamos as de Breno e Helen.

Figura 4 –Respostas de Breno (a) e de Helen (b)



Fonte: Dados da pesquisa (2020)

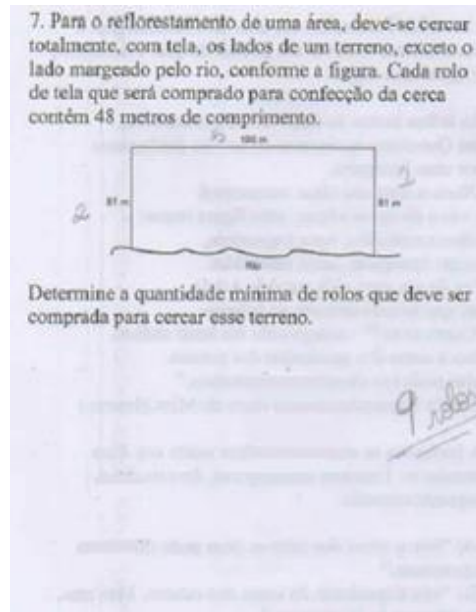
Em sua resposta, destacada na Figura 4 (a), Breno utiliza a noção do cálculo do perímetro corretamente, apresentando características do Mundo Formal Axiomático, e a ideia da relação entre as operações de multiplicação e divisão para tentar resolver o problema, porém não obtém êxito ao realizar a operação de divisão, caracterizando uma dificuldade ao trabalhar

com objetos do Mundo Operacional Simbólico. Além disso, embora o estudante tenha utilizado uma estratégia correta para resolver o problema, realizando a multiplicação do comprimento de cada rolo (48 metros) por um número para encontrar a quantidade de rolos, chegando em 5 na sua resposta final, não soube interpretar e comparar corretamente os valores encontrados, pois a multiplicação de 48 por 5 resulta em 240, número menor que o perímetro encontrado pelo estudante. E por se tratar, nesse caso, de uma comparação numérica, as dificuldades estão relacionadas ao Mundo Operacional Simbólico. Esse tipo de erro evidencia, novamente, que as operações matemáticas, características do Mundo Operacional Simbólico, são entendidas somente como um procedimento, sem a atribuição de significado aos resultados obtidos.

A estudante Helen utiliza a noção de cálculo do perímetro e a operação de divisão para encontrar uma solução para a questão (ver Figura 4 (b)), porém comete um equívoco na realização da operação de divisão, visto que ao dividir 352 por 48, a participante encontra 8,35 como quociente, o que caracteriza uma dificuldade relacionada aos processos envolvidos no uso do algoritmo, característicos do Mundo Operacional Simbólico. Destacamos que apesar de cometer um erro procedimental, a participante interpreta de maneira correta o enunciado da questão, considerando que os rolos de tela só podem ser vendidos inteiros.

O erro do tipo C₁, *Sem Resolução*, foi cometido por 20,52 % dos participantes que erraram a questão, no qual os estudantes apresentaram apenas o resultado, não especificando a forma de raciocínio utilizada para realização da questão. Nesta categoria, foram incluídas respostas que apresentaram apenas um número, sem exibir os cálculos, dessa maneira não foi possível interpretar o raciocínio dos participantes.

Figura 5 – Resposta de Beatriz



Fonte: Dados da pesquisa (2020)

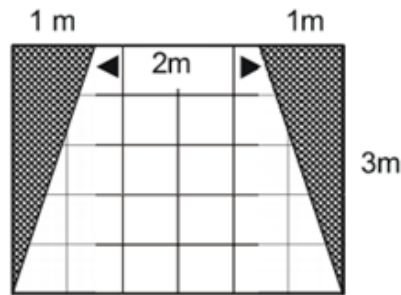
Em sua resposta, destacada na Figura 5, Beatriz faz uma marcação a lápis na imagem que ilustra a situação-problema, colocando o número 2 nos lados com comprimento de 81 metros e o número 5 no lado com comprimento de 190 metros, o que pode indicar que a estudante realizou algum cálculo mental, com características simbólicas, da quantidade de rolos utilizados para cercar cada lado do terreno. Para chegar na sua resposta final, a participante pode ter adicionado essa quantidade de rolos encontrada.

Os 12,82%, erro tipo D₁, corresponde aos participantes que deixaram a questão em branco e ajudam a corroborar o quadro de muitas dificuldades dos ingressantes.

Apresentamos a seguir a análise da Questão 2, retirada da Prova Brasil 8^a série/9^o ano de 2011.

Questão 2 *O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido em cerâmica. Qual a área do piso que será revestido com cerâmica?*

Figura 6 – Ilustração do problema



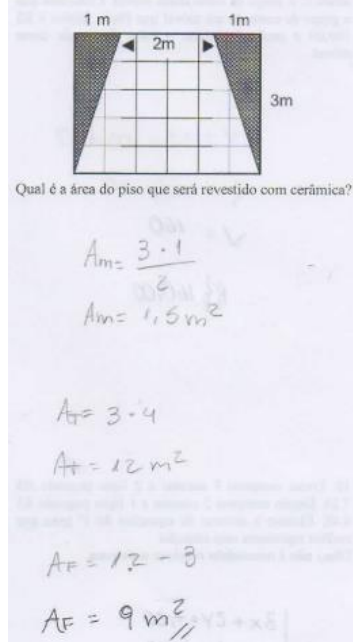
Fonte: Prova Brasil 8ª série/9º ano (2011)

Com a Questão 2 buscamos avaliar os conhecimentos dos participantes no que concerne ao cálculo de área da superfície de figuras planas.

A análise das resoluções mostrou que 9 acertaram a questão, índice que revela dificuldades da maioria dos ingressantes na interpretação de problemas desse tipo. Essa questão poderia ser resolvida fazendo-se a utilização do cálculo da área de um trapézio. Outra alternativa de resolução seria calcular a área dos triângulos retângulos e subtrair da área total da figura (retângulo), assim com propôs a estudante Heloísa (Figura 7)

Figura 7 – Resposta de Heloísa

8. O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido em cerâmica.



Qual é a área do piso que será revestido com cerâmica?

$$A_m = \frac{3 \cdot 1}{2}$$

$$A_m = 1,5 \text{ m}^2$$

$$A_T = 3 \cdot 4$$

$$A_T = 12 \text{ m}^2$$

$$A_F = 12 - 3$$

$$A_F = 9 \text{ m}^2$$

Fonte: Dados da pesquisa (2020)

Na sua resolução, a estudante Heloísa, ao calcular a área ocupada por cada triângulo retângulo e subtrair da área total da figura (retângulo), apresenta características do Mundo

Operacional Simbólico relacionados ao cálculo de áreas de figuras planas e do Mundo Conceitual Corporificado, ao reconhecer as formas geométricas que compõe a figura. Também cumpre observar que Heloísa não apresenta um texto escrito para indicar sua resposta e limita-se a sublinhar a área final encontrada como solução do problema, o que entendemos ser um efeito do contrato didático, visto que alguns professores terminam a resolução de um problema dessa forma, sem escrever uma resposta completa. Acreditamos que essa tarefa de comunicação das ideias deveria ter sido assimilada pela estudante ao longo do Ensino Fundamental.

A quantidade de estudantes que erraram a questão foi 60. Para as respostas consideradas erradas, apresentamos as classes de erros identificadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Erros identificados na resolução da Questão 2

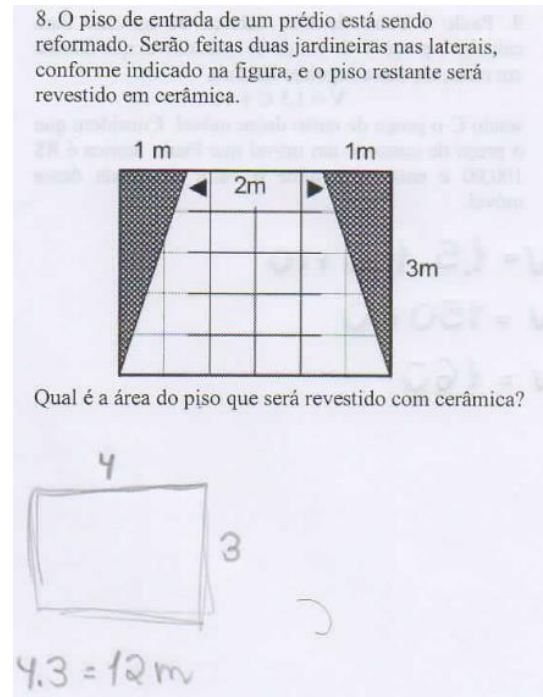
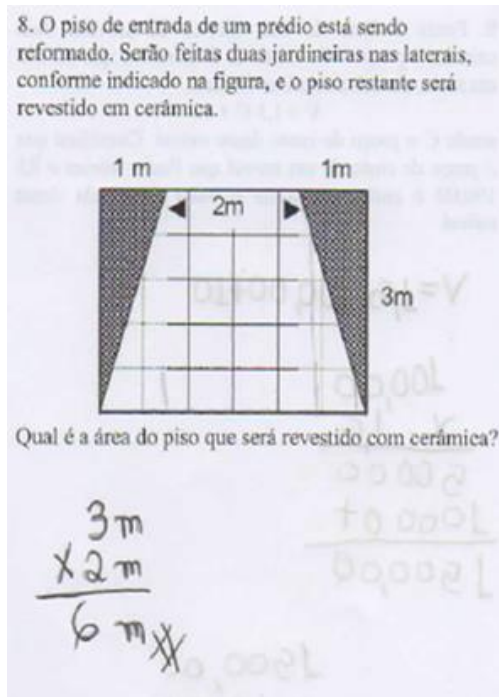
Descrição do Erro	Freq	%
A₂ – Multiplicação dos valores presentes na imagem	19	31,67
B₂ – Erro operacional	12	20,00
C₂ – Sem resolução	19	31,67
D₂ – Em branco	10	16,66

O erro do tipo *A₂*, *Multiplicação dos valores presentes na imagem*, foi cometido por 31,67 % dos participantes, e corresponde a resoluções nas quais os estudantes utilizaram os valores destacados na figura do enunciado para multiplicar entre si e encontrar o valor da área da superfície hachurada. Dentre as respostas deste tipo, as de Lucas e Melissa, destacadas na Figura 08 (a) e 08 (b), respectivamente, exemplificam esse erro.

Figura 8 – Respostas de Lucas (a) e Melissa (b)

(a)

(b)



Fonte: Dados da pesquisa (2020)

Em sua resolução, o estudante Lucas (Figura 8 (a)) aplicou o cálculo da área de um retângulo para tentar encontrar a área do trapézio, considerando as medidas 2m e 3m. A participante Melissa (Figura 8 (b)) também utilizou a mesma estratégia, considerando as medidas 4m e 3m. Ambas as resoluções apresentam problemas relacionados com o reconhecimento da figura trapézio, uma característica do Mundo Conceitual Corporificado, e da relação desta com a fórmula para o cálculo da área, caracterizando uma dificuldade de relacionar objetos do Mundo Operacional Simbólico com objetos do Mundo Formal Axiomático.

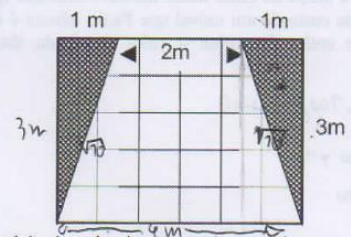
O erro do tipo B₂, *Erro operacional*, foi cometido por 20% dos participantes, e corresponde a resoluções que apresentam erros nos cálculos com fórmulas que não expressavam a área de um trapézio. Dentre as respostas deste tipo, as de Leonardo e Antônio são destacadas na Figura 9 (a) e 9 (b), respectivamente. Ambos mostram algum conhecimento sobre a fórmula da área do trapézio, mas cometem alguns erros operacionais.

Figura 9 –Respostas de Leonardo (a) e Antônio (b)

(a)

(b)

8. O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido em cerâmica.

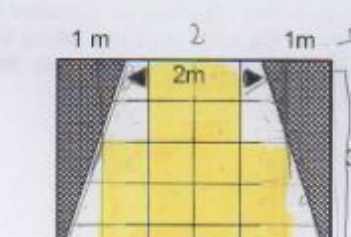


Qual é a área do piso que será revestido com cerâmica?

$$\frac{(B \cdot b) \cdot h}{2} = \frac{(4 \cdot 2) \cdot 3}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

R: 16m² será revestido com cerâmica.

8. O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido em cerâmica.



Qual é a área do piso que será revestido com cerâmica?

$$\frac{B \cdot b + h}{2} \cdot \frac{4 \cdot 2 \cdot 3}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

Fonte: Dados da pesquisa (2020)

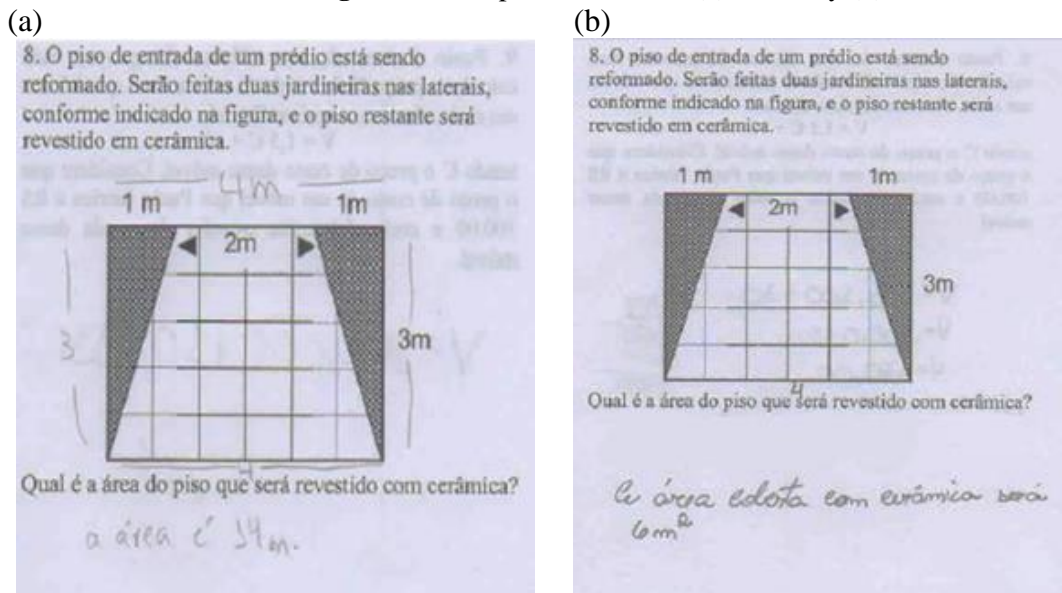
Na resolução apresentada, Leonardo (Fig. 9 (a)) confunde a fórmula da área do trapézio ao escrever $B \cdot b$, mas, identifica corretamente a base maior e menor, e erra novamente ao identificar a altura, que deveria ser 3, o que mostra que o estudante reconhece a forma, mas não relaciona com sua medida, indicando dificuldades em relacionar as características do Mundo Conceitual Corporificado com as do Mundo Operacional Simbólico. No caso de Leonardo, destaca-se que o estudante soube calcular a hipotenusa do triângulo retângulo (raiz de 10), o que evidencia características dos Três Mundos, uma vez que reconhece o triângulo retângulo e utiliza corretamente o Teorema de Pitágoras, embora essa informação não seja necessária para a resolução do problema. Além disso, o estudante Leonardo também faz a extensão da propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição para a multiplicação, revelando uma dificuldade em relacionar características do Mundo Operacional Simbólico com o Mundo Formal Axiomático.

Antônio (Fig. 9 (b)), também confunde as operações, mas indica se lembrar de algo relacionado às bases e altura. Além disso, ele identifica corretamente os valores de cada uma dessas informações e, assim como Leonardo, apresenta características do Mundo Conceitual Corporificado, ao reconhecer o trapézio, contudo demonstra não compreender a fórmula para o cálculo da área, característica do Mundo Operacional Simbólico. Há, ainda, uma identificação de retângulos inteiros (pintados de amarelo), o que pode indicar uma possível tentativa de

resolução via soma da área desses retângulos, relacionando características do Mundo Conceitual Corporificado com as do Mundo Operacional Simbólico. Embora essa alternativa não tenha se mostrado adequada, indica um conhecimento deste estudante em calcular áreas de superfícies de figuras pela decomposição em figuras menores.

O erro do tipo C₂, *Sem Resolução*, foi cometido por 33,33 % dos participantes, e agrupa respostas nas quais os estudantes responderam somente um valor, não especificando a forma de raciocínio utilizada para se chegar a ele. Dentre as respostas deste tipo, as de Luana e Wesley, destacadas na Figura 10 (a) e 10 (b), respectivamente, chamam a atenção pelos erros cometidos.

Figura 10 –Respostas de Luana (a) e Wesley (b)



Fonte: Dados da pesquisa (2020)

Em sua resposta, Luana (Fig. 10 (a)) faz uma marcação a lápis na figura que ilustra a questão, colocando o número 3 no lado oposto ao menor lado do retângulo e o número 4 nos outros lados do retângulo, esses números representam o comprimento dos lados da figura. O reconhecimento da congruência dos lados opostos do retângulo, pode indicar a compreensão de características corporificadas-formais relacionadas à definição de retângulo.

Destacamos que para chegar na resposta final, a estudante parece ter realizado o cálculo do perímetro da figura, revelando uma dificuldade em relacionar os objetos do Mundo Conceitual Corporificado aos objetos do Mundo Operacional Simbólico ao confundir a área de uma figura com o perímetro, evidenciando, também, dificuldades com características formais.

Ainda em relação a resposta dada por Luana, apontamos que a utilização da unidade de medida metro, que é utilizada para grandeza comprimento, para exprimir o valor da área, que é uma medida de grandeza superfície, caracteriza uma dificuldade em trabalhar com objetos do Mundo Formal Axiomático.

Acreditamos que esses equívocos ocorram pelos estudantes terem passado por um processo de ensino que enfatiza as características do Mundo Operacional Simbólico, em detrimento dos outros mundos e das suas relações, tornando a aprendizagem vazia de significação.

Em relação a resposta dada por Wesley (Fig. 10 (b)), que não fez os registros dos cálculos realizados, ressaltamos a possível ação do contrato didático em relação ao comportamento dos estudantes que seria esperado pelos professores, de modo que os participantes não deixaram a questão sem resposta, mesmo que não soubessem como solucionar o problema proposto.

Além disso, os 16,66% dos participantes que deixaram a questão em branco, erro tipo D₂, ajudam a corroborar o quadro de muitas dificuldades dos ingressantes em problemas que envolvem cálculo de áreas de figuras planas.

Considerações Finais

Neste artigo, tivemos como objetivo identificar as principais dificuldades e erros sobre o cálculo de áreas de superfícies e perímetros presentes nas resoluções de ingressantes no Ensino Médio Técnico, de forma a compreender se, e como, transitam pelos Três Mundos da Matemática em suas estratégias de resolução.

A primeira questão proposta envolvia o cálculo do perímetro de um retângulo e para chegar ao resultado os participantes além de fazer esse cálculo precisavam utilizar a operação de divisão. A segunda questão envolvia um problema sobre o cálculo da área de um trapézio. As análises revelam que os estudantes obtiveram um desempenho abaixo do esperado para ingressantes no Ensino Médio, posto que, segundo documentos oficiais brasileiros para o ensino de Matemática (BRASIL, 1998; 2018), conteúdos relacionados ao cálculo de perímetro e de área e a operação de divisão, deveriam ser dominados ao final do Ensino Fundamental.

Na análise das respostas, identificamos uma possível influência do contrato didático estabelecido entre os participantes da pesquisa e seus professores no Ensino Fundamental,

manifestado na orientação de que não deveriam deixar questões sem respostas, o que pode ter levado alguns dos participantes a apresentar um cálculo qualquer envolvendo os dados do problema, mesmo sem compreender o que deveriam fazer, como mostram os índices das classes de erros tipo C_1 e C_2 .

Destacamos que no caso da ‘Questão 1’ houve 44,92% de acerto, um índice que, mesmo sendo abaixo da metade, indica a apreensão de conceitos relacionados ao cálculo do perímetro de figuras planas.

As tentativas de resolução propostas pelos participantes que erraram as questões revelam dificuldades envolvendo características do Mundo Formal Axiomático, associadas aos conceitos de áreas de superfícies e perímetros de figuras planas, do Mundo Operacional Simbólico, relacionadas ao cálculo dessas medidas e à interpretação das informações contidas no enunciado do problema proposto, e do Mundo Conceitual Corporificado, em relação ao reconhecimento de figuras geométricas. A confusão entre noções de área e perímetro e a extensão do cálculo da área de um retângulo para cálculo da área de um trapézio revelam que os estudantes não apresentavam características formais relacionadas a esses conceitos.

Nesse sentido, nossos resultados estão em consonância tanto com os colocados por Henrique e Silva (2012) e Pereira (2015), cuja conclusão apontou que muitos estudantes confundiam os conceitos de área e perímetro, quanto com as posições de Stefani e Proença (2018) que destacaram a dificuldade em relação ao domínio sobre os conceitos de área e perímetro, por parte de seus sujeitos de pesquisa.

Nas resoluções propostas pelos participantes que erraram as questões, destaca-se a prevalência de abordagens que privilegiam os objetos do Mundo Operacional Simbólico e as dificuldades na utilização desses objetos, o que pode estar associado com um tipo de ensino que valoriza o trabalho por meio de cálculos e fórmulas sem conectá-las aos seus significados, isto é, valoriza os procedimentos em detrimento dos conceitos. Nessa perspectiva, concordamos com Lorenzato (1995), que destacou que o frequente uso de fórmulas prontas no ensino de geometria não contribui de maneira efetiva para o desenvolvimento matemático dos aprendizes, e com Santos (2014), que enfatiza que o ensino mecânico pode ocasionar erros conceituais no processo de aprendizagem.

De maneira geral, sustentamos que para o sucesso do aprendizado é necessário um ensino que proporcione que os estudantes transitem pelos Três Mundos da Matemáticas.

Esperamos que os resultados obtidos possam colaborar para um repensar sobre os processos de ensino e de aprendizagem de noções da área de superfícies e de perímetro na Educação Básica.

Referências

- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. MEC, Brasília, Brasil. 1998.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 3. ed. Brasília: MEC, 2018.
- CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 1a. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- HENRIQUES, Márcilio Dias; SILVA, Amarildo Melchades da. Sobre a produção de significados para área e perímetro no Ensino Fundamental. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 3, n. 3, p. 499-511, 1 out. 2012.
- IMAFUKU, Roberto Seidi. **O uso dos softwares Simcalc e GeoGebra para o enriquecimento da imagem de conceito de derivada**. 2018. 437 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2018.
- LORENZATO, Sérgio. Porque não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**. v. 3, p. 3-13, 1995.
- PEREIRA, Marta Cristina Varela. **Perímetro e área de figuras planas no 2º ciclo do ensino básico**. 2015. 199 f. Dissertação (Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico) - Universidade do Algarve, Portugal, 2015.
- SANTOS, Jamile Aparecida Saulino. Problemas de ensino e de aprendizagem e de aprendizagem em perímetro e área de figuras planas. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.9, p. 224-238, 2014.
- SILVA, B. A. Contrato didático. In: MACHADO, S. D. A. (Org.), **Educação matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2008. p. 49-75.
- STEFANI, Amanda; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Resolução de problemas de área e perímetro: análise dos conhecimentos e dificuldades de alunos dos anos finais do ensino fundamental. **Revista Valore**, Volta Redonda, v. 3, p. 353 - 363, 2018.
- TALL, David. O. **How Humans Learn to Think Mathematically**: Exploring the Three Worlds of Mathematics. 1ª. ed. New York: Cambridge University Press, 2013.