**UMA CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA PARA O MODELO CLÁSSICO DE MALTHUS**

**A HISTORICAL CONTEXT OF THE CLASSICAL**

**MALTHUSIAN MODEL**

Lorena Carolina Rosa Biffi[[1]](#footnote-1)

Breno Gabriel da Silva[[2]](#footnote-2)

Lucieli M. Trivizoli[[3]](#footnote-3)

**RESUMO**

Neste artigo, por meio de uma contextualização histórica, pretendemos revelar as circunstâncias que levaram o economista Thomas Malthus a levantar hipóteses polêmicas para descrever a projeção populacional da humanidade. Deste modo, para estruturar nossa busca nos baseamos no modelo de Mendes e Chaquiam (2016) que propõe a estruturação de um diagrama para o levantamento das informações históricas. Por meio do diagrama, elencamos personagens, situações e contextos relevantes relacionados ao personagem principal, que foi Thomas Malthus. Nascido na Inglaterra em 1766, Malthus foi um economista e sacerdote anglicano que elaborou uma obra intitulada *Ensaio sobre a população*, na qual enunciava que a população cresceria em uma progressão geométrica e os meios de subsistência em uma progressão aritmética. O economista acreditava que, se não houvesse um controle da população e dos meios de subsistência, o futuro da humanidade estaria ameaçado. A partir da construção desse diagrama, com vistas a justificar o que levou esse economista a levantar suas hipóteses, iremos entender a situação política, econômica e social no período vivenciado por Malthus, expor outros estudiosos contemporâneos a ele ou que, de certa forma, trouxeram contribuições para o desenvolvimento da ciência nos séculos XVIII e XIX – tais como: Lagrange, Legendre, Gauss, Condorcet, Adam Smith, e Darwin –, a relevância desse modelo para a época, e seu impacto em outras áreas, como na biologia.

**Palavras-chave:** Modelo de Malthus. Iluminismo. Projeção populacional. História da Matemática. Progressões.

**ABSTRACT**

Through historical contextualization, in this paper we intend to reveal the circumstances that led a famous economist to raise controversial hypotheses to describe the population projection of humanity. Thus, in order to structure our search we base ourselves on the Mendes & Chaquiam’ model (2016), through which we cast relevant characters in the context of the main character, who was Thomas Malthus. Born in England in 1766, Malthus was an Anglican economist and priest who produced a work entitled *An Essay on the Principle of Population* in which he states: “Population, when uncontrolled, grows in a geometric progression. Livelihoods grow only in arithmetic progression”. The economist believed that if there were no control over population and livelihoods, the future of humanity would be threatened. From the construction of this diagram, with a view to justifying what led this economist to raise his hypotheses, we will understand the political, economic and social situation in the period experienced by Malthus, expose contemporary mathematicians or other people that contributed to the development of science in the eighteenth and nineteenth centuries – such as Lagrange, Legendre, Gauss, Condorcet, Adam Smith, and Darwin–, the relevance of this model to the time, and its impact on other areas such as biology.

**Keywords:** Model of Malthus. Enlightenment. Population Projection. History of Mathematics. Progressions.

1. **INTRODUÇÃO**

Muito do desenvolvimento matemático deu-se em decorrência de necessidades humanas, assim como a resolução de questões do dia a dia que utilizava a Matemática como ferramenta para a abordagem de problemas que não necessariamente eram específicos dessa área. A natureza dos fenômenos ou situações do mundo real, muitas vezes, podem ser caracterizadas por meio de um modelo matemático. Nesse sentido, a utilização de modelos matemáticos no estudo das populações tem sido um recurso muito importante para a sociedade. Um exemplo disso é o problema conhecido como Modelo de Malthus que tratou da relação entre produção alimentícia e crescimento populacional, apresentado em 1798, pelo economista inglês Thomas Malthus, como um dos clássicos para crescimento populacional.

O uso de modelos matemáticos clássicos, como o de Malthus, pode servir para orientar a criação de novos trabalhos com Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem. Bassanezi (2013) relata que o modelo matemático apresentado por Malthus sofreu várias modificações que propiciaram a evolução dos modelos para crescimento populacional.

Com o objetivo de explorar os aspectos envolvidos na criação do Modelo de Malthus, assim como expor as perspectivas consideradas por ele e o contexto histórico no qual estava inserido, apresentaremos neste texto uma abordagem histórica baseada no diagrama proposto por Mendes e Chaquiam (2016). Nesse sentido, apresentaremos Malthus, que será o personagem principal de nossa escrita, acompanhado de outros nomes importantes para o desenvolvimento do tema matemático que será explorado, a saber, as estimativas para o crescimento da produção de alimentos e da população mundial, assim como a relação entre ambas.

**Um diagrama para a apresentação do contexto histórico do Modelo de Malthus**

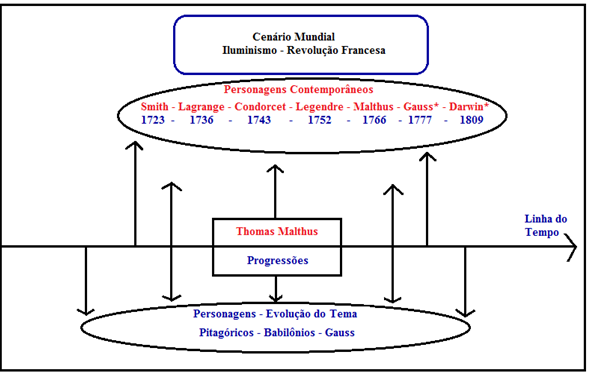


Figura 1: Malthus e seus contemporâneos

Fonte: elaborado pelos autores

Focaremos aqui, de maneira análoga a Alves (2002), no embate entre as ideias de Malthus e Condorcet quanto ao crescimento populacional, ocorrido no período que ficou conhecido como Iluminismo. Entretanto, outros nomes serão abordados como: Lagrange, Legendre, Gauss, Adam Smith, e Darwin. Para situar o desenvolvimento do estudo das progressões, apresentaremos brevemente o desenvolvimento histórico deste conceito.

Barbosa (2003) afirma que, por meio da Modelagem Matemática, é possível potencializar nos estudantes aptidões para perceber exemplos de usos da Matemática na sociedade, assim como a constatação de que a Matemática tem um caráter cultural. Entendemos que, associada a essa potencialização, a História da Matemática pode ajudar a construir as relações de determinado conceito matemático com o cotidiano em certo momento histórico, relações entre a história da humanidade e a Matemática.

A história deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da Matemática. Assim pode promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais (PARANÁ, 2008, p. 66).

Assim, este texto se volta para uma proposta de contextualização do momento histórico em que o Modelo de Malthus foi construído, a caracterização desse modelo do ponto de vista da Modelagem Matemática, os fatores considerados por ele e seus contemporâneos, a situação social daquele período etc. Como dito, esses aspectos a serem considerados se baseiam nas etapas propostas por Mendes e Chaquiam (2016), que apresentaremos adiante.

1. **O MODELO DE MALTHUS**

O inglês Thomas Robert Malthus (1766-1834) elaborou um ensaio com um modelo que estimava o crescimento da população mundial, em 1798. Para criar o modelo, Malthus considerou algumas hipóteses, como: “[...] os casais sempre vão ter muitos filhos, pois o sexo dentro do casamento é uma obrigação matrimonial dos cônjuges e tem um objetivo generativo” (ALVES, 2002, p. 18). Segundo Malthus há um fundo de subsistência que só depende do trabalho agrícola e, a partir do valor desse fundo, é definida a condição para se ter mais ou menos filhos. Para ele, quando a produção agrícola é maior, aumenta o valor monetário do fundo, o que acarreta um “estímulo ao crescimento populacional”, assim os trabalhadores poderiam oficializar a união mais jovens, quando a taxa de fertilidade é maior, consequentemente o número de filhos por casal também aumentaria. De maneira análoga, caso o valor do fundo diminua, há um desestímulo ao casamento precoce e, assim, uma diminuição na taxa de crescimento populacional.

De acordo com Biembengut e Hein (2003 apud BUENO, 2011), a Modelagem Matemática possui três momentos principais: interação, na qual é feita a identificação do problema a ser estudado, assim como a motivação para fazê-lo. Nessa etapa, são coletados os dados a serem examinados na etapa seguinte. Na matematização, os dados são organizados, para então criar o modelo e buscar a solução (BUENO, 2011). A etapa seguinte é a validação, na qual “esse processo de validação é o que garante a sua aplicabilidade ou não. Caso o modelo não responda de forma condizente à pergunta inicial (pergunta geradora), deve-se retomar os dados da matematização para melhorar ou reelaborar o modelo” (BIEMBENGUT; HEIN, 2003, p. 15 apud BUENO, 2011, p. 24).

Baseados nesses momentos, podemos caracterizar o Modelo de Malthus do ponto de vista da Modelagem Matemática. Na etapa de interação, entendemos que ele considerou como problema a necessidade de uma forma de prever o crescimento populacional e o da produção alimentícia. A partir disso, Malthus coletou e organizou os dados, entre eles o “[...] crescimento da população dos Estados Unidos da América” (ALVES, 2002, p. 17), que naquele período tinha uma grande produção alimentícia, o que levava a um alto índice de natalidade.

Já na matematização, por meio dos dados americanos coletados, qualificamos que Malthus mostrou que a população dobrava a cada 25 anos, ou seja, se comportava como uma progressão geométrica. Malthus considerava, ainda, que na Inglaterra a produção agrícola crescia, no máximo, em uma progressão aritmética (ALVES, 2002).

Ao utilizar as equações diferenciais como ferramenta para estimar sobre o crescimento populacional, pode-se encontrar, de acordo com Magalhães e Leite (2012), a equação diferencial que descreve o Modelo de Malthus, representada por meio de um problema de valor inicial da seguinte maneira:

em que é a taxa de crescimento populacional e P uma determinada população. A solução analítica desta equação diferencial é dada por:

Logo, verifica-se que o Modelo de Malthus estima que o crescimento populacional é exponencial.

Estudando a teoria de Malthus, percebemos que uma das etapas mais importantes para a verificação da eficácia do modelo criado, a validação, não foi executada, o que pode ter contribuído para imprecisões na previsão do crescimento populacional e alimentício proposto pelo seu modelo, já que não considerava, por exemplo, segundo Alves (2002), o sexo fora do casamento e o uso de métodos contraceptivos. A seguir, apontaremos fatores considerados ou não por Malthus que poderiam enriquecer o modelo e aproximá-lo de projeções reais.

1. **PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS E ARITMÉTICAS AO LONGO DA HISTÓRIA**

As progressões, que em geral são trabalhadas no Ensino Médio e abordadas por meio de fórmulas prontas, têm seus primeiros indícios entre os Babilônios. Mesmo datando de tanto tempo, a formalização e generalização só ocorreu por volta do século XIX. Sendo assim, quando Malthus elaborou seu modelo, as noções de progressões ainda eram bastante intuitivas.

Eves (2004) traz que uma tábula que se encontra no Louvre, com data aproximada de 300 a.C., apresenta os seguintes dizeres: o que remete às progressões geométricas (veja que os termos que estão sendo somados no primeiro membro são todos potências de 2, já que e ).

Cajori (2007 apud MILANI, 2011) aponta que no Papiro de Rhind (ou Ahmes), que data de cerca de 1.650 a.C., também são encontrados problemas que remetem a progressões aritméticas e geométricas, sendo um deles o seguinte: "Divida 100 pães entre cinco pessoas; um sétimo do que recebem as três primeiras é o que recebem as duas últimas. Qual é a diferença?” (CAJORI, 2007, p. 40 apud MILANI, 2011, p. 21).

Outro problema que remete às progressões geométricas presente no Papiro de Rhind é apresentado por Eves (2004). No problema 79 desse documento, aparece o seguinte conjunto de números: 7, 49, 343, 2401, 16807. Esses valores apareciam lado a lado das seguintes palavras: Casas, Gatos, Ratos, Espigas de Trigo, Hecates de Grãos, respectivamente. Essa listagem teve algumas interpretações ao longo dos anos, sendo a do historiador Moritz Cantor, apresentada em 1907, a considerada mais aceitável: “Uma relação de bens consistia em sete casas; cada casa tinha sete gatos; cada gato comeu sete ratos; cada rato comeu sete espigas de trigo; e cada espiga de trigo produzia sete hecates de grãos. Casas, gatos, ratos, espigas de trigo e hecates de grãos: quanto havia disso tudo?” (EVES, 2004, p. 76).

Com essa interpretação da lista presente no papiro, é possível perceber que o problema tratava de obter a soma dos termos de uma progressão geométrica de cinco termos cujo primeiro termo e a razão são sete.

O matemático Carl Friedrich Gauss (1777-1855) é, muitas vezes, associado a uma conhecida história:

[...] segundo a qual o professor de Carl na escola pública, quando ele tinha dez anos de idade, teria passado à classe, para mantê-la ocupada, a tarefa de somar os números de 1 a 100. Quase que imediatamente Carl colocou sua lousa sobre a escrivaninha do irritado professor. Quando as lousas foram finalmente viradas, o professor surpreso verificou que Carl tinha sido o único a acertar a resposta correta, 5050, mas sem fazê-la acompanhar nenhum cálculo. Carl havia mentalmente calculado a soma da progressão aritmética 1 + 2 + 3 +...+ 98 + 99 + 100 observando que 100 + 1 = 101, 99 + 2 = 101, 98 + 3 = 101 e assim por diante com os cinqüenta pares possíveis dessa maneira, sendo a soma portanto 50 x 101 = 5050 (EVES, 2004, p. 519).

Pode-se perceber também a presença de sequências nos números figurados apresentados pelos estudiosos da Escola Pitagórica (séculos VI e V a.C.). Para obter o enésimo número triangular, era calculada a soma de uma progressão aritmética.

1. **CENÁRIO MUNDIAL: ILUMINISMO E REVOLUÇÃO FRANCESA**
   1. **Iluminismo**

Também conhecido como “Século das Luzes” ou “ilustração”, o período compreendido pelo século XVIII foi o ápice de uma efervescência de ideias. Para os iluministas, a prevalência da religião, de preconceitos e de superstições era o que impedia a humanidade de progredir, ao passo que o predomínio da razão humana levaria ao progresso. Para Kant (1985, p. 25 apud ALVES, 2006, p. 49), “a ilustração é a saída do homem de sua menoridade, da qual é o próprio culpado. A menoridade é a incapacidade de se servir de seu entendimento sem a direção de outrem”.

Já em referência a Souza (1994), Alves (2002) afirma que o século XVIII foi um período de pensamentos otimistas, de tentativa de solução de problemas por meio da Razão, como percebemos a partir das ideias de Condorcet, acompanhados de momentos de ceticismo e pensamentos pessimistas, como as projeções de Malthus. Ainda de acordo com Alves (2002), muitas vezes a proposta de Malthus foi discutida desvinculada do contexto do qual fez parte, o que leva a interpretações que são utilizadas como justificativas por conservadores que são contra o progresso e a justiça.

Os estudiosos que apoiavam o Iluminismo eram contra o Absolutismo[[4]](#footnote-4), o Mercantilismo[[5]](#footnote-5) e possuíam uma visão otimista acerca do desenvolvimento humano, do aumento populacional e da produção alimentícia. Entre esses estudiosos, podemos citar Adam Smith (1723-1790), que defendia que “os avanços tecnológicos aumentariam o bem-estar. Assim, haveria uma relação inversa entre crescimento do bem-estar (renda) e mortalidade; e uma relação direta entre bem-estar e natalidade” (ALVES, 2006, p. 2), ou seja, Smith elencou alguns aspectos que considerava importantes para o desenvolvimento populacional.

* 1. **Revolução Francesa**

No final do século XVIII, devido às injustiças que estavam ocorrendo na França, tais como o pagamento altíssimo de impostos para o sustento da elite, ocorreu a Revolução Francesa (1789), movimento social e político que marcou o início de uma sociedade moderna, cujos ideais eram Liberdade, Igualdade e Fraternidade (GRESPAN, 2008).

Nesse período, a França era caracterizada como um país totalmente agrário e a sociedade francesa era dividida em três classes: o Clero (Primeiro Estado), a Nobreza (Segundo Estado) e o Terceiro Estado (população que não estava inserida nas duas classes anteriores, seriam os burgueses[[6]](#footnote-6), camponeses, artesãos e o proletariado). Governados por um regime absolutista, os franceses não podiam votar nem opinar sobre a maneira como o país era administrado, e caso isso ocorresse, o cidadão era preso ou condenado à guilhotina (GRESPAN, 2008).

Movidos por uma concepção de que enquanto existisse desigualdade social a população não iria melhorar o seu estado atual, os iluministas influenciaram o Terceiro Estado, que se levantou contra as condições impostas pelo governo daquela época (GRESPAN, 2008). Nesse contexto, podemos destacar Condorcet que:

[...] influenciou a Revolução Francesa, assim como a Revolução o influenciou, portanto, ele fazia parte de um grupo de pensadores iluministas europeus que defendiam uma sociedade de cidadãos ao invés de uma sociedade de súditos (KLEIN, 2017, p. 124).

Condorcet foi um importante militante na Revolução Francesa, participou ativamente de movimentos contra questões sociais que desfavoreciam o Terceiro Estado, lutando por mudanças no futuro da humanidade.

1. **A MATEMÁTICA NO SÉCULO XVIII**

Devido aos trabalhos de Newton e Leibniz referentes ao cálculo infinitesimal no século XVII, vários matemáticos no século XVIII contribuíram para o avanço da Matemática utilizando o cálculo infinitesimal em aplicações e até mesmo em outras áreas (SANCHEZ, 2007). Com o advento de diversos matemáticos nesse período, iremos expor algumas contribuições de três matemáticos em especial: Lagrange, Euler e Laplace. Ainda nessa época, ocorreu também uma importante contribuição para essa ciência: a discussão da universalização do sistema de pesos e medidas, que discutiremos ainda nesta seção.

Iniciando a nossa explanação acerca das contribuições de matemáticos do século XVIII, podemos destacar Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), que nesse período tem a iniciativa de trazer rigor matemático, tornando-se um contraexemplo dos matemáticos de sua época:

Seu objetivo principal na matemática – e na sua vida, aparentemente – não era adicionar mais uma aplicação do cálculo de Newton e Leibniz (como fazia a maioria dos matemáticos de seu tempo) a lista, mas sim, revisar seus fundamentos e oferecer uma explicação mais rigorosa do porquê e de como o cálculo funciona (SANCHEZ, 2007, p. 1).

Além de introduzir o formalismo em suas produções, Lagrange trouxe inúmeras contribuições para outras áreas da matemática, dentre elas podemos destacar: a introdução do cálculo variacional na mecânica, o estudo da teoria das equações diferenciais, na qual desenvolveu um método de resolução denominado “variação de parâmetros”, o estabelecimento de alguns dos fundamentos de teoria dos grupos e a inserção do sistema de coordenadas esféricas (SANCHEZ, 2007).

Com inúmeras produções e admirado até a atualidade pela quantidade de material produzido após ter se tornado cego, Leonhard Paul Euler (1707-1783) se destaca como um dos maiores matemáticos do século XVIII. De acordo com Gayo e Wilhelm (2015), Euler não só demonstrou novos teoremas, mas procurou utilizar elegância em suas demonstrações. As áreas que apresentam suas maiores contribuições são a Análise Matemática e o Cálculo Diferencial e Integral.

Não se restringindo apenas à Análise Matemática e ao Cálculo Diferencial, Euler procurou investigar em diversas outras áreas, e “suas obras eram bem variadas, entre elas se poderiam encontrar temas de Cálculo, Álgebra, Geometria além de Física e Astronomia” (GAYO; WILHELM, 2015, p. 344), dando até mesmo contribuições importantes para a criação de uma área da Matemática[[7]](#footnote-7).

Nesse contexto, destaca-se também Pierre-Simon Laplace (1749-1827), considerado um dos matemáticos mais respeitáveis da França nos séculos XVIII e XIX, por trazer contribuições a diversos ramos da ciência. Com uma carreira acadêmica recheada de produções, podemos destacar dentre elas:

Estudos sobre o Cálculo Integral às diferenças infinitamente pequenas e às diferenças finitas (1771), Teoria do movimento e da figura elíptica dos planetas (1784), os cinco volumes do Tratado de Mecânica Celeste: Vol. I e II (1799), Vol. III (1802), Vol. IV (1805), Vol. V (1823-1825), Exposição sobre o sistema do mundo (1796), Teoria Analítica das Probabilidades (1812), Ensaio filosófico sobre as probabilidades (1914), Resumo da História e da Astronomia (1821) (SILVA, 2010, p. 50).

Um fato que se remete a Laplace é que, por apresentar inúmeros trabalhos ao decorrer de sua carreira acadêmica, ele foi convidado a participar da comissão de unificação de pesos e medidas[[8]](#footnote-8), na qual sugeriu a palavra “metro” como nome a ser utilizado e que segue até os dias atuais para uma unidade de medida (SILVA, 2010).

O contexto no qual a sugestão do “metro”, trazida por Laplace, veio à tona refere-se ao final do século XVIII, em 1790, quando se iniciou a discussão sobre a reformulação para a unificação do sistema de pesos e medidas, na França, proposta por Talleyrand[[9]](#footnote-9). Com a crise política estabelecida no final do século XVIII no país em questão, os matemáticos se esforçaram para que essa reformulação acontecesse (BOYER, 2010).

Comissões foram formadas pela Academia de Ciências de Paris para as discussões sobre a reformulação do sistema de pesos e medidas (SILVA, 2010), e podemos destacar alguns de seus membros, tais como: Condorcet, Laplace, Legendre e Lagrange. Dentre os temas discutidos nessas comissões, destaca-se a recomendação de adoção de um sistema decimal e a aceitação de uma maneira para descrever o comprimento (BOYER, 2010). Devido aos estudos de Legendre e outros matemáticos sobre o comprimento de um meridiano terrestre, a comissão decidiu que “o metro foi definido como a décima milionésima parte da distância entre o equador e o pólo” (BOYER, 2010, p. 325), e a palavra “metro” foi uma sugestão de Laplace, como já foi dito anteriormente.

Nesse período, de acordo com Silva (2010), a Academia de Ciências de Paris nomeou novamente Legendre, Cassini e Méchain, que já haviam sido nomeados em 1787, “[...] para realizar as medidas geodésicas de Greenwich a Paris, foram novamente convocados para fazer parte da comissão constituída para realizar os cálculos finais para o estabelecimento do sistema métrico único” (SILVA, 2010, p. 27).

Em 1799, a comissão encerrou as discussões e definiu o sistema métrico como temos até os dias atuais, enfatizando que este feito “é um dos resultados matemáticos mais tangíveis da Revolução, mas em termos do desenvolvimento da matemática não se compara em significado com outras contribuições” (BOYER, 2010, p. 326).

Outro membro dessas comissões a ser destacado é Jean-Antonio Nicholas Caritat – Marquês de Condorcet – (1743-1794), um matemático idealista que defendia fortemente a justiça, lutava por uma reforma que levasse ao fim da desigualdade, defendia a educação pública gratuita, e tinha uma visão perfeccionista do ser humano. Condorcet teria cometido suicídio na prisão, decretada por contrariar os extremistas que assumiram o poder durante a Revolução. Nesse mesmo período, temos Malthus, que é o personagem principal de nossa discussão, cujo famoso modelo será abordado na próxima seção a partir do contexto histórico e dos demais personagens contemporâneos a ele.

* 1. **Malthus e seus contemporâneos**

A fim de traçar um panorama sobre o contexto do qual Malthus fez parte e os fatores considerados por ele ao traçar seu modelo, escolhemos alguns personagens históricos que de alguma forma, direta ou indireta, se relacionam com a proposta e o período de Malthus. Um deles é Condorcet, visto que, de acordo com Alves (2002), Malthus escreveu seu *Ensaio Sobre a População* contestando as ideias de Condorcet e de Smith, outro personagem que será abordado.

Condorcet foi um importante matemático e se relacionou com outros matemáticos conhecidos, entre os quais Lagrange, que, juntamente com Condorcet, foi membro da *Académie des Sciences*. Ambos foram indicados para elaborar a proposta de reforma dos pesos e medidas, juntamente a Legendre. Além disso, discorreremos sobre Gauss devido ao seu papel na formalização dos conceitos de progressões, que só ocorreu depois da elaboração do Modelo de Malthus.

Assim, apresentaremos algumas informações biográficas, de produção e do contexto de Lagrange, Legendre, Gauss, Condorcet e Smith. Por fim, apresentaremos as informações de Malthus.

Joseph-Louis Lagrangenasceu em janeiro de 1736, em Turim (OLIVEIRA, 2013). Sua primeira publicação, uma carta a Euler escrita em latim, ocorreu em 1754. Euler recomendou a Lagrange que continuasse seus estudos e ele prontamente seguiu. A partir de suas aulas, estabeleceu uma comunidade de estudos com seus alunos “[...] que veio a se tornar o embrião de uma sociedade científica” (OLIVEIRA, 2013, p. 50). Em 1784, esse grupo se tornou a Academia Real de Ciências de Turim (HOEFER, 1874, apud OLIVEIRA, 2013).

Em 1766 foi convidado por Frederico-o-Grande, então rei, para ir para Berlim, onde ficou até que o monarca morresse, em 1786. Foi nesse período que escreveu sua conhecida obra *Mécanique analytique* (1788)*,* que figura ao lado de *Théorie des fonctions analytiques* (1788) e *Leçons sur le calcul des fonctions* (1801) como suas maiores obras. Também participou da reforma dos sistemas de pesos e medidas (STRUIK, 1992).

Struik (1992), em referência a *Mécanique analytique*, afirma que a maneira como Lagrange utilizou o Cálculo das Variações levou à unificação de diversos princípios da estatística e da dinâmica. Ainda segundo esse autor, “[...] o livro de Lagrange foi um triunfo da análise pura” (p. 218) e sua maneira de trabalhar, sem o uso de figuras, se valendo apenas de operações algébricas para justificar os resultados, o caracterizou “[...] como o primeiro verdadeiro analista” (STRUIK, 1992, p. 218).

Pertencendo a uma geração de grandes matemáticos do século XVIII, Adrien-Marie Legendre nasceu em 18 de setembro de 1752 na cidade de Paris. Legendre iniciou seus estudos no Colégio Mazarin[[10]](#footnote-10) e “[..] foi nessa escola que ele começou a se interessar por literatura antiga e por livros científicos, especialmente os de Matemática” (SILVA, 2010, p. 21). Mais tarde, com 18 anos de idade, concluiu e defendeu sua tese na área da Matemática e Física (SILVA, 2010).

Com uma carreira acadêmica admirável, Legendre trouxe inúmeras contribuições: publicou um tratado de Mecânica em 1774; foi professor da Escola Militar de Paris, onde permaneceu até 1780; participou na Academia de Berlim de 1766 a 1787; recebeu o Grande Prêmio da Academia de Ciências de Berlim por sua produção intitulada *Trajetórias de projéteis em meios resistentes*, em 1782; a mesma academia publicou seu trabalho *Figura de Planetas* (1782); tornou-se membro adjunto (colaborador) e logo depois associado (efetivo) da Academia de Ciências de Paris em 1783; publicou o primeiro trabalho da Academia de Paris sobre Teoria dos Números intitulado *Estudos sobre a Análise Indeterminada* em 1785; entre outras (SILVA, 2010).

Em sua trajetória acadêmica, Legendre obteve contato com vários outros matemáticos desse período, no qual:

Algumas relações foram conflitantes, com episódios envolvendo Laplace e Gauss, sobre apropriação de trabalhos em Mecânica Celeste e Teoria dos Números. No caso de Gauss, tais querelas perduram por muito tempo, como percebemos não somente em suas cartas a Jacobi, como também nos prefácios de suas obras (SILVA, 2010, p. 42).

Vislumbra-se nesse período a competição por desenvolver teorias ou descobrir algo novo dentro da Matemática, dentre algum desses impasses vivenciados por Legendre que era considerado severamente rigoroso na análise de trabalhos. Destacamos um episódio envolvendo Gauss, que Legendre relata em uma carta enviada a Jacobi:

“Como ousou M. Gauss lhe dizer que a maioria de vossos teoremas já lhe era conhecida e descoberta por ele em 1808?”. [...] Esse excesso de insolência não deveria vir da parte de um homem de muito mérito pessoal que não necessita se apropriar de trabalho dos outros. [...] Mas foi esse mesmo homem que em 1801 se atribuiu a descoberta da lei da reciprocidade publicada em 1785 assim como quis em 1801 se apossar do meu método de mínimos quadrados publicado em 1805 (JACOBI, 1998, p. 398-399 apud SILVA, 2010, p. 56).

Diante desse episódio, Legendre, em outra carta destinada a Jacobi, o aconselha: “Não comentais com ninguém vossas descobertas antes de publicá-las, para que quando o invasor Sr. G. afirmar tê-las descoberto bem antes de vós, ele seja desmascarado e motivo de escárnio dos colegas” (JACOBI, 1998, p. 427 apud SILVA, 2010, p. 56).

Embora existindo várias controvérsias sobre essas discussões e o local exato de seu nascimento, Legendre foi um importante matemático do século XVIII e trouxe inúmeras contribuições para diversas áreas da Matemática, como foi descrito anteriormente, focalizando na teoria dos números, tema que produziu até o final de sua vida (SILVA, 2010).

Um dos principais nomes quando se fala em progressões aritméticas é o de Carl Friedrich Gauss. De acordo com Eves (2004), era uma criança prodígio. Ingressou aos quinze anos no colégio e aos dezoito na universidade, escolhendo a carreira matemática quando estava prestes a completar dezenove anos. Foi responsável por expor a possibilidade de se construir um polígono regular de dezessete lados utilizando apenas régua e compasso. Quando apresentou esse resultado, Gauss passou a escrever um diário com suas realizações, entre elas a percepção de que algumas funções elípticas tinham periodicidade dupla. Essa anotação data de quando o matemático tinha apenas dezoito anos, sendo posteriormente generalizada por ele, mas não publicada (EVES, 2004).

Em sua tese de doutorado, escrita quando ele tinha vinte anos, apresentou a demonstração do Teorema Fundamental da Álgebra, que outros importantes matemáticos (Newton e Euler, entre eles) já haviam tentado demonstrar sem sucesso. Posteriormente, publicou mais três demonstrações para esse teorema. Considerado seu trabalho mais importante, *Disquisitiones arithmeticae* traz seu resultado acerca do polígono regular de dezessete lados, uma demonstração de sua lei da reciprocidade (EVES, 2004).

A fim de delimitar a órbita descrita por planetas, Gauss desenvolveu um método que ficou conhecido como Método de Gauss e que ainda hoje é utilizado para estimar a órbita de satélites. Seu método fez um enorme sucesso, já que com poucas observações ao planetoide Ceres, foi capaz de prever em que posição ele voltaria a aparecer, o que ocorreu com uma variação de posição bastante pequena em relação à prevista por ele (BOYER, 2010).

Boyer (2010) aponta que a Matemática produzida por Gauss serviu como ponto de partida para importantes áreas de pesquisa da matemática moderna, como a geometria diferencial, e em geral seus alunos acabavam por tornarem-se astrônomos, e não matemáticos. De acordo com Eves (2004), Gauss era extremamente perfeccionista, só aceitando publicar seus estudos quando estivessem completos, concisos, acabados e convincentes.

Marquês de Condorcet foi um matemático, pensador, filósofo e um importante militante na Revolução Francesa, que nasceu em Ribemont, região da Picardia em 1743. Seu pai, cavaleiro de Condorcet faleceu poucos dias após seu nascimento e sua mãe extremamente religiosa o influenciou a estudar em colégios jesuítas onde obteve destaque nas ciências exatas e mais tarde ganhou reputação como matemático.

Condorcet deixou contribuições matemáticas e a nível social. De acordo com Boyer (2010), suas principais obras foram: *Decalcul intégral* (1765) e *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix* (1785). Condorcet tornou-se ainda integrante e presidente da Assembleia Legislativa pós-Revolução e como membro da *Académie des Sciences* participou, juntamente com Legendre, Lagrange e outros, do famoso Comitê de Pesos e Medidas entre os anos 1790 e 1799.

Diante do caos estabelecido na França no período no qual vivenciava e movido por suas concepções iluministas, Condorcet foi o único dos personagens anteriores que “[..] teve um papel de antecipação nos acontecimentos que levaram a 1789” (BOYER, 2010, p. 324) e é considerado como “[..] aquele que mais fez para que se chegasse a Revolução foi o único a perder a vida por causa dela [...]” (BOYER, 2010, p. 324). Ainda, escreveu um documento intitulado “Relatório e projeto de decreto sobre a organização geral da Instrução Pública”, cujo objetivo era:

[...] o desenvolvimento de um caminho para a minimização das desigualdades, exceto àquelas naturais inerentes aos indivíduos, referentes às aptidões e aos talentos humanos. Nesse sentido, a educação no âmbito da instrução[[11]](#footnote-11) pública proposta pela comissão da Assembleia Legislativa francesa, que foi principalmente escrita por Condorcet propunha uma instrução pública, gratuita, laica e universal que atendesse as demandas sociais de ambos os sexos (homens e mulheres) de diferentes realidades sociais, abrangendo as diferentes etapas da vida, desde a escolarização elementar até o grau superior (KLEIN, 2017, p. 123).

De imediato, este material não foi aceito, pois não era um interesse político daquele momento, visto que além dos diversos problemas existentes com a população francesa, o país “[...] havia declarado guerra à Áustria, fato que trunca mais uma vez, nos primeiros anos da Revolução, a aprovação de um projeto de reforma do ensino” (FERRARO, 2009, p. 318 apud KLEIN, 2017, p. 124).

No período de 1793 a 1794, no qual estava refugiado, Condorcet elaborou uma de suas principais produções, o livro intitulado *Esboço de um quadro histórico dos progressos do espírito humano*, “marcado por um profundo otimismo e por uma fé inquebrantável no progresso humano [...]” (ALVES, 2002, p. 9). A obra é dividida em dez capítulos, sendo que nos nove primeiros Condorcet descreve desde o período dos primórdios da humanidade até o final do século XVIII, enquanto o décimo capítulo apresenta questões sobre o futuro da humanidade, que versam sobre o progresso obtido por ações no presente momento (ALVES, 2002).

Condorcet acreditava que o destino da humanidade era descrito em três pilares: “1) destruição da desigualdade entre as nações; 2) progressos da igualdade em um mesmo povo; 3) aperfeiçoamento real do ser humano” (CONDORCET, 1793-1794, p. 176 apud ALVES, 2002, p. 12). O matemático lutou para cessar as desigualdades no período em que viveu:

[...] foi um ardoroso defensor do voto feminino durante a Revolução Francesa e combateu as diversas desigualdades de gênero. Defendeu a criação de um sistema de aposentadorias e pensões, o progresso da ciência, o avanço tecnológico, a produtividade agrícola e do trabalho, além de combater as guerras (ALVES, 2002, p. 13).

De forma contrária ao idealismo de Malthus, o matemático Condorcet afirmava “[...] que a natureza e o mundo social (cultura) podem ser transformados através da ação racional dos homens e mulheres, visando a se construir um mundo mais justo, feliz e rico” (ALVES, 2002, p. 9-10). Para ele, se a população crescesse de tal maneira que esse crescimento fosse superior ao crescimento da produção alimentícia, isso não seria um fator racional implicado pelos seres humanos (ALVES, 2002).

Outro estudioso que se tornou conhecido devido a suas projeções econômicas foi AdamSmith. Escocês nascido em 1723 na cidade de Kirkycaldy (FERNANDEZ, 2012), lecionou na universidade de Glasgow de 1751 a 1764, na qual publicou, em 1759, *Um tratado de filosofia social e moral* e, em 1776, a que se tornou a obra mais importante de sua produção, intitulada na versão brasileira *A riqueza das nações* (HUNT; LAUTZENHEISER, 2013).

Smith teria sido o primeiro a elaborar um modelo que abordava o funcionamento do capitalismo, ao observar um crescimento acelerado na população a partir do desenvolvimento causado pela Revolução Industrial, com o número de habitantes de Manchester passando de 17000 habitantes em 1760 para 237000 em 1831, atingindo o total de 400000 em 1851. Essas informações teriam chamado a atenção de Smith, levando-o a escrever *A riqueza das nações* e a trazer suas projeções para o desenvolvimento econômico das cidades (HUNT; LAUTZENHEISER, 2013).

Observando o desenvolvimento das manufaturas e o potencial delas, Smith foi o primeiro grande economista a apresentar a separação entre os lucros vindos da atividade industrial, salários e aluguéis, e os vindos das rendas comerciais, e relacionar as categorias dessa primeira forma de lucro com as classes sociais dos capitalistas, donos de terras e trabalhadores, respectivamente (HUNT; LAUTZENHEISER, 2013).

Em sua teoria econômica, afirma que, por mais egoísta que um sujeito possa ser e por mais que tome atitudes visando benefício próprio ou da classe na qual está inserido, essas atitudes são tomadas em resposta às “leis da natureza” ou por “divina providência”, que possuem o que Smith chamou de “mão invisível” – termo que, de acordo com Fernandez (2012), aparece apenas três vezes em toda sua obra, mas após sua morte passou a ser utilizado incessantemente.

Em seu modelo econômico, Smith divide o capitalismo em indústria e agricultura, e a produção de mercadorias dependeria da terra, do trabalho e do capital, com os proprietários de terra, trabalhadores e capitalistas representando essas facetas do processo de produção. Cada uma dessas classes representaria um tipo de remuneração: aluguéis, salários e lucros respectivamente. A partir dessa divisão, Adam Smith defendia que o capitalismo atingiria o seu auge quando não houvesse mais intervenções do governo sobre a economia, e se o governo simplesmente parasse de intervir junto à economia, o desenvolvimento econômico aconteceria naturalmente (HUNT; LAUTZENHEISER, 2013).

Nesse sentido, Smith defendia que o governo deveria ter três funções, a saber: a de proteger a sociedade de invasões de outras sociedades; a de administrar a justiça; a de administrar órgãos públicos cujos baixos rendimentos não despertem interesse, mas que são necessárias à sociedade (HUNT; LAUTZENHEISER, 2013). Sendo assim, perceberemos que Malthus se opõe a essas ideias, principalmente em termos de intervenção do estado na variação salarial.

Nascido na Inglaterra em 1766, o economista e sacerdote anglicano Thomas Robert Malthus se tornou e ainda é mundialmente conhecido em decorrência de seu modelo de crescimento populacional e sua relação com o crescimento da produção alimentícia. Em 1798, em resposta a Condorcet e a outros estudiosos do período, escreveu seu *Ensaio sobre a população*, no qual apresenta seu modelo e suas justificativas para tal.

Conforme já foi retratado, o cenário em que Malthus estava inserido se encontrava imerso no desenvolvimento da maquinaria em substituição à manufatura, com milhares de trabalhadores perdendo seus empregos, por meio da substituição do homem por mulheres e crianças no mercado de trabalho, já que estes eram vistos como mão-de-obra mais barata, o que ocasionou o aumento do desemprego, da mortalidade infantil, trazendo, consequentemente, mudanças na vida dos trabalhadores (DAMIANI, 2004).

Nesse contexto, Malthus, cujas referências religiosas tiveram grande importância na elaboração de sua teoria, publicou, em 1798, anonimamente a primeira edição de seu ensaio, que posteriormente passou por reedição. Ele ancora sua teoria em dois postulados: “Primeiro: Que o alimento é necessário para a existência do homem. Segundo: Que a paixão entre os sexos é necessária e que permanecerá aproximadamente em seu atual estágio” (MALTHUS, 1996, p. 246). A partir daí, por meio de suas referências, elabora seu modelo.

Assim, Malthus apresentou a seguinte constatação:

[...] adotando meus postulados como certos, afirmo que o poder de crescimento da população é indefinidamente maior do que o poder que tem a terra de produzir meios de subsistência para o homem. A população, quando não controlada, cresce numa progressão geométrica. Os meios de subsistência crescem apenas numa progressão aritmética. Um pequeno conhecimento de números demonstrará a enormidade do primeiro poder em comparação com o segundo. (MALTHUS, 1996, p. 246)

Nesta citação ele argumentava que o ritmo de crescimento alimentício não era capaz de acompanhar o crescimento populacional, e justificava suas considerações, algo que apresentaremos mais adiante.

Em contrapartida ao que defendeu Condorcet, Malthus afirmava que a causa da miséria não era a desigualdade social, mas que a miséria era um “[...] obstáculo positivo, que atuou ao longo de toda a história humana, para reequilibrar a desproporção natural entre a multiplicação dos homens – o crescimento populacional – e a produção dos meios de subsistência – a produção de alimentos” (DAMIANI, 2004, p. 13). Ou seja, com a eliminação da miséria, haveria uma explosão populacional.

Malthus tinha motivos específicos para considerar a miséria um fator importante para a manutenção da relação entre produção alimentícia e crescimento populacional, e, para compreendermos esses motivos, é necessário esclarecer seus posicionamentos políticos e econômicos.

De acordo com Alves (2002), Malthus foi professor de economia política e ele argumentava que os trabalhadores deveriam receber uma quantia estritamente necessária para que pudessem continuar trabalhando, sem terem filhos em excesso, tendo apenas a quantidade de filhos necessária para substituir a geração anterior, sem aumentá-la.

Assim, salvos os encargos da produção e os gastos com salários, Malthus chamou a renda excedente de renda da terra, que ficava sob a posse dos latifundiários. Assim, “[...] Malthus considerava que o salário de subsistência seria aquele capaz de garantir o equilíbrio homeostático entre população e meios de subsistência” (ALVES, 2000), o que se opõe aos ideais defendidos por Condorcet.

Malthus afirmava que quando havia um aumento na produção de alimentos, as pessoas tendiam a se casar mais jovens, e em consequência disso terem mais filhos, visto que ele, em decorrência de suas raízes religiosas, defendia o princípio bíblico “crescei e multiplicai-vos”, ou seja, assumia que o casamento deveria ser constantemente “celebrado”, e que não deveria ser feito uso de métodos contraceptivos (ALVES, 2000).

Com o aumento e antecipação dos casamentos, Malthus apontou que haveria aumento populacional, o que levaria a redução de salários, necessidade de mais alimentos, mais empregos, mas que a capacidade da terra de produzir seria limitada. Assim, haveria escassez alimentícia, o que levaria as pessoas a postergar seus casamentos, tendo então menos filhos, levando a uma sobra de empregos e aumento de salários, e assim ciclicamente (ALVES, 2002). Ou ainda, “[...] os pobres vivem um perpétuo movimento oscilatório entre progresso e retrocesso da felicidade humana” (DAMIANI, 2004, p. 14).

A partir de todas essas considerações, Alves (2002, p. 21) aponta que “o modelo econômico/demográfico de Malthus visava a defender a inflexibilidade do salário de subsistência em benefício da renda da terra”, uma vez que Malthus era declaradamente um defensor dos latifundiários – o que o levava a defender os fechamentos às exportações. Contrariamente a Condorcet, Malthus acreditava que não seria o fim da desigualdade social que levaria ao progresso, e sim “[...] as dificuldades da vida material e a luta pela sobrevivência” (ALVES, 2002, p. 23).

* 1. **A importância do trabalho de Malthus para Charles Darwin**

Diferente dos personagens descritos anteriormente, Charles Darwin, um personagem posterior a Malthus, é fundamental para nosso texto, pelo fato de que a produção de Malthus norteou o seu trabalho sobre a Teoria do Evolucionismo. Em Shrewsbury, Inglaterra, no ano de 1809 nasceu o naturalista britânico Charles Darwin, reconhecido mundialmente por apresentar uma justificativa sobre a evolução dos seres vivos (HART-DAVIS, 2014).

No ano de 1831, em uma viagem pelo mundo a bordo do navio de pesquisa *HMS Beagle*, Darwin ampliava seus conhecimentos sobre a vida terrestre. Em cada território que o navio ancorava, o naturalista “[...] observava todos os aspectos da natureza” (HART-DAVIS, 2014, p. 146). Nessa viagem, Darwin iniciou seus estudos sobre as modificações nas espécies de seres vivos. Durante a sua expedição nas ilhas de Galápagos, ele pode observar características distintas em uma mesma espécie de pássaros localizados nessas ilhas (HART-DAVIS, 2014), na qual Darwin relata

Ao ver essa gradação e diversidade na estrutura em um pequeno grupo de pássaros e a escassez de pássaros desse arquipélago, pode-se realmente imaginar que uma espécie tenha sido modificada para finalidades diferentes (DARWIN, 1839, p. 551 apud HART-DAVIS, 2014, p. 146).

Essa não foi a única observação de Darwin em sua viagem, ainda nas ilhas de Galápagos. O naturalista pôde observar as características presentes nas tartarugas gigantes que habitavam essas ilhas, concluindo diferenças no formato de seus cascos de uma ilha para outra (HART-DAVIS, 2014). Aponta ainda que:

Em outubro de 1838, isto é, quinze meses depois de ter começado minha investigação sistemática, li por diversão “Malthus sobre a população”, e estando preparado para apreciar a luta pela existência, através de longa e continuada observação dos hábitos de animais e plantas, ocorreu-me que sob circunstâncias favoráveis, as espécies seriam preservadas, e sob circunstâncias desfavoráveis, seriam destruídas. O resultado disso seria a formação de novas espécies. Aqui encontrei finalmente uma teoria com a qual trabalhar. (DARWIN, 1999, p. 44, tradução nossa)

Assim, o naturalista desenvolveu um dos maiores avanços científicos de todos os tempos, a teoria da evolução por seleção natural (HART-DAVIS, 2014), na qual o cientista conclui “[...] que havia uma evolução dos seres vivos que ocorre através de um processo lento e gradual, através do acúmulo de pequenas modificações sobre as quais atua a Seleção Natural” (CARMO; MARTINS, 2006, p. 337) e, assim, Darwin afirma: “a esta preservação das diferenças e variações individuais favoráveis, e a destruição das prejudiciais eu chamei de Seleção Natural ou Sobrevivência do mais apto” (DARWIN, 1875, p. 40 apud CARMO; MARTINS, 2006. p. 337).

A sua teoria se baseava em duas hipóteses: na primeira, Darwin afirmava que nascem mais seres vivos de uma determinada espécie do que o número que consegue sobreviver a desafios decorrentes da vida animal, tais como: períodos climáticos, escassez alimentar e até mesmo a extinção de caça e caçador. A segunda hipótese consiste na existência de uma variação entre indivíduos de uma mesma espécie (HART-DAVIS, 2014):

Para a evolução, essas variações precisam atender dois critérios. Um: devem ter algum efeito na luta pela sobrevivência e procriação, ou seja, precisam ajudar a conferir o sucesso reprodutivo. Dois: devem ser herdadas ou repassadas à progênie, em que passariam a mesma vantagem evolutiva (HART-DAVIS, 2014, p. 148).

Outro fator importante que poderia ocasionar a modificação dos seres vivos seria a seleção sexual. Em seu livro *Origin*, o naturalista explica que a seleção sexual está associada em batalhas de indivíduos da mesma espécie, em geral os machos, que lutam pela disputa de seres do sexo oposto (CARMO; MARTINS, 2006). Darwin esclarece que:

Esta forma de seleção não depende da luta pela existência em relação a outros seres orgânicos ou às condições externas, mas à luta entre indivíduos de um mesmo sexo, geralmente os machos, pela posse do outro sexo. O resultado não é a morte do competidor mal sucedido, mais deixar poucos descendentes ou nenhum (DARWIN, 1875, p. 43 apud CARMO, MARTINS, 2006, p. 340).

Antes de Darwin, existiram cientistas que desenvolveram teorias que mais tarde, mostraram-se contrárias aos seus ideais. Nessa corrente, podemos destacar o naturalista francês Georges Cuvier que, por meio dos seus estudos em fósseis:

[...] reconheceu que certos fósseis, como os de mamutes ou de preguiças-gigantes, eram restos de animais extintos. Ele conciliou isso à sua crença religiosa, invocando catástrofes como o Grande dilúvio descrito na Bíblia. Cada desastre varria uma categoria inteira de seres vivos; Deus então reabastecia a Terra com novas espécies. (HART-DAVIS, 2014, p. 145).

Cuvier, em sua teoria intitulada de “catastrofismo” (HART-DAVIS, 2014), afirmava que, no intervalo entre estes desastres, os seres vivos permaneciam fixos e imutáveis.

Com diversas produções no decorrer de sua vida, tais como *A viagem de Beagle* (1839), *A origem das espécies por meio da seleção natural* (1859), *A descendência do homem e seleção em relação ao sexo* (1871), Charles Darwin é considerado um precursor nos estudos em relação aos avanços da genética. Sua teoria sobre o evolucionismo das espécies permanece como sendo a principal fonte para o entendimento de estudos em relação à área descrita anteriormente (HART-DAVIS, 2014).

1. **CONSIDERAÇÕES**

Acreditamos que um dos principais fatores que levaram a imprecisões no Modelo de Malthus foi que o economista não considerou como hipótese alguns fatores como a união patrimonial não implicar necessariamente no fato de os casais terem filhos (poderia ocorrer a utilização de métodos contraceptivos, por exemplo) e a possibilidade da geração de filhos fora do casamento. Para criar um modelo que previsse o crescimento populacional e alimentício, ele tomou como hipótese dados de países de continentes distintos e, mesmo justificando que no período de sua pesquisa a Inglaterra era o país europeu com a maior produção alimentícia, observamos que suas amostras não descreviam um modelo aceitável e o que nos chama mais atenção é a ausência de uma das etapas ao utilizar a Modelagem Matemática, a etapa de verificação, que é fundamental para a validação do modelo. Por fim, Malthus defendia os interesses dos latifundiários, que visava “[...] defender a inflexibilidade do salário de subsistência em benefício da renda da terra” (ALVES, 2002, p. 21).

Por fim, este trabalho apresentou uma discussão do contexto histórico, cultural, e político de um dos problemas clássicos de modelos matemáticos. Uma outra maneira de se trabalhar com modelos matemáticos, é por meio da Modelagem Matemática. Sugerimos que essa abordagem ocorra por meio da análise de um modelo que foi criado, observação das etapas, verificação de que nem todo modelo descreve de fato o que pretende ser investigado, podendo ter falhas, e posteriormente propor aos alunos que criem um modelo que descreva, por exemplo, a estimativa populacional de um bairro, de uma cidade etc.

1. **REFERÊNCIAS**

ALVES, J. E. D. **A Polêmica Malthus versus Condorcet reavaliada à luz da transição demográfica**. Rio de Janeiro: Escola Nacional de Ciências Estatísticas, 2002.

ALVES, J. E. D. **Mitos e realidade da dinâmica populacional**. 2000. Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/982735/mitos\_e\_realidade\_da\_dinamica\_populacional\_je\_diniz\_alves\_-\_ufop>. Acesso em: 19 out. 2017.

ALVES, J. E. D. População, bem estar e tecnologia: debate histórico e perspectivas. **Multiciência**, Campinas,n. 6, p. 1-24, mai. 2006.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática na sala de aula**. Perspectiva, Erechim. v. 27, n. 98, p. 65-74, jun. 2003.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2013.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Blucher, 2010.

BUENO, V. C. **Modelagem Matemática**: quatro maneiras de compreendê-la. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2011.

CARMO, V. A.; MARTINS, L. A. P. Charles Darwin, Alfred Russel Wallace e a seleção natural: um estudo comparativo. **Filosofia e História da Biologia**, Campinas, v. 1, p. 335-350, 2006.

DAMIANI, A. L. **População e Geografia**.São Paulo: Contexto, 2004.

DARWIN, C.; DARWIN, F. **The life and letters of Charles Darwin:** volume I. Champaign: Project Gutemberg, 1999. 2 v. Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select\_action=&co\_obra=12967>. Acesso em: 28 nov. 2018.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.

FERNANDEZ, E. P. **Adam Smith visto por Roberto Campos**:a (re)criação do mito e as necessidades do capitalismo. 2012. 197 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Sociais) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.

GAYO, J.; WILHELM, R. O problema que tornou Euler famoso. **Ciência e Natura**, Santa Maria, v. 37, p. 342-355, 2015.

GRESPAN, J. **Revolução Francesa e Iluminismo**. São Paulo: Contexto, 2008.

HART-DAVIS, A. **O livro da ciência**. São Paulo: Globo Livros, 2014.

HUNT, E. K.; LAUTZENHEISER, M. **História do Pensamento Econômico**: uma perspectiva crítica. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

KLEIN, A. Q. R. S. Condorcet e a instrução pública: por uma escolarização gratuita, laica e universal. **Revista Espaço Acadêmico**, Maringá, v. 16, n. 188, p. 120-131, jan. 2017.

MAGALHÃES, M. L. A.; LEITE, N. M. G. Equações Diferenciais Aplicadas à Dinâmica Populacional. In: CONGRESSO DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL NORDESTE, 1., 2012, Januária. **Anais...** Januária, 2012, p. 351-353.

MALTHUS, T. R. **Princípios de economia política e considerações sobre sua aplicação prática**: Ensaio sobre a população. São Paulo: Nova Cultural, 1996.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática**:fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMAT, 2016.

MILANI, W. N. **A resolução de problemas como ferramenta para a aprendizagem de progressões aritméticas e geométricas no ensino médio**.2011. 129 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

OLIVEIRA, J. L. R. **Elaboração de atividades didáticas para o ensino de matemática a partir de livros antigos**:o exemplo de Leçons Élémentaires de Lagrange. 2013. 133 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e da Terra) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica. Matemática**. 2008.

SANCHEZ, D. F. **Joseph Louis Lagrange e o desenvolvimento da Mecânica Clássica**. Itajubá: Unifei, 2007.

SILVA, M. A. R. R. **Adrien-Marie Legendre (1752-1833) e suas obras em teoria dos números**.2010. 256 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

SOUZA, C. E. B. O pensamento iluminista e a idéia republicana. In: MITRE, A. F. **Ensaios de teoria e filosofia política em homenagem ao prof. Carlos Eduardo Baesse de Souza**. Belo Horizonte: DCP/UFMG, 1994. p. 14-32.

STRUIK, D. J. **História Concisa das Matemáticas.** Gradiva, 1992.

WEISE, A. S. **Talleyrand: Controvertido ayer, hoy y siempre**. EL DEBER, 2010. Disponível em: <http://www.ceid.edu.ar/biblioteca/2010/agustin\_saavedra\_weise\_talleyrand\_controvertido\_ayer\_hoy\_y\_siempre.pdf>. Acesso em: 09 jul. 2017.

1. Mestra no Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência e Matemática, Universidade Estadual de Maringá (UEM). Endereço: Rua Jacinta Moreira Gavioli, 442 – Jardim São Silvestre. Maringá – Paraná – Brasil – CEP 87055-350. Email: trabalhoslorena@gmail.com. [↑](#footnote-ref-1)
2. Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Bioestatistica, Universidade Estadual de Maringá (UEM). Endereço: Avenida Pedro Taques, 2570 – Jardim Alvorada. Maringá – Paraná – Brasil – CEP 87033-000. Email: omatematico.breno@gmail.com. [↑](#footnote-ref-2)
3. Doutora em Educação Matemática, Professora Adjunta do Departamento de Matemática (UEM), Professora no Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência e Matemática (PCM-UEM). Coordenadora do Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática GHMEM – UEM (http://ghmem.com/). Endereço: Universidade Estadual de Maringá - Dpto. de Matemática - Bloco F67, 2º andar. Avenida Colombo, 5790 - Campus Universitário. Maringá - Paraná - Brasil - CEP 87020-900. Email: lmtrivizoli@uem.br. [↑](#footnote-ref-3)
4. Sistema político em que o poder era concentrado no estado, na qual controlava a economia, justiça, política e até mesmo a religião (GRESPAN, 2008). [↑](#footnote-ref-4)
5. Política econômica dos reinos europeus absolutistas, na qual o estado participava ativamente (GRESPAN, 2008). [↑](#footnote-ref-5)
6. Neste período o termo “burguês” era destinado a grandes comerciantes, banqueiros, advogados, médicos que tinham poder econômico, mas não tinham liberdade econômica, direitos políticos e ascensão social (GRESPAN, 2008). [↑](#footnote-ref-6)
7. Com o intuito de solucionar o problema das sete pontes de Koenigsber, Euler desenvolveu conceitos e ideias que mais tarde se tornaram a base para a Topologia (GAYO; WILHELM, 2015). [↑](#footnote-ref-7)
8. Evento que ocorreu para o estabelecimento de um sistema métrico único de pesos e medidas para a França (SILVA, 2010). [↑](#footnote-ref-8)
9. Importante político, diplomata e estadista francês que participou de importantes acontecimentos do século XVIII e início do século XIX (WEISE, 2010). [↑](#footnote-ref-9)
10. Antigo Colégio das Quatro Nações, considerado um dos melhores colégios do século XVII (SILVA, 2010). [↑](#footnote-ref-10)
11. Termo que é substituído por escolarização (KLEIN, 2017). [↑](#footnote-ref-11)