

# CÁLCULO INTERATIVO: UM AMBIENTE VIRTUAL DE SUPORTE ÀS AULAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

## INTERACTIVE CALCULUS: A SUPPORT VIRTUAL ENVIRONMENT FOR DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS CLASSES

COUTO, Alan Franco do<sup>1</sup>  
TREVISAN, André Luís<sup>2</sup>

### RESUMO

Este artigo relata a experiência da “Construção de um site interativo para aulas de Cálculo Diferencial e Integral”, trabalho de iniciação científica vinculado ao projeto de pesquisa “Investigação de um ambiente educacional para o Cálculo Diferencial e Integral em condições reais de ensino”. A construção inicial do site deu-se em meados de julho e agosto de 2016, sendo constantemente modificado para readequação de conteúdos e melhorias didático-pedagógicas diversas. Uma pesquisa quantitativa realizada por meio de um questionário foi realizada no final do segundo semestre de 2016, contando com a participação de 31 estudantes. Com os dados obtidos percebemos que a maior parte desses estudantes, de fato, pouco aproveitou dos conteúdos disponibilizados diretamente nas páginas, entretanto, essa mesma fração fez bastante uso das listas de tarefas. Tratando-se de um projeto em andamento, os dados analisados forneceram subsídios para ajustes no site.

**Palavras-chave:** Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Tarefas Matemáticas. Recursos Tecnológicos. Ambiente Virtual de Ensino e Aprendizagem.

### ABSTRACT

This article reports the experience of "Construction of an interactive website for Differential and Integral Calculus classes", a scientific initiation work linked to the research project "Investigation of an educational environment for Differential and Integral Calculus in real teaching conditions". The initial construction of the site took place in mid-July and August 2016, being constantly modified for re-adaptation of contents and various didactic-pedagogical improvements. A quantitative research through a quiz about the site was made at the end of the second semester of 2016, counting on the participation of 31 students. With the data obtained it was possible to notice that most of them, in fact, did not take advantage of the available contents directly in the pages, however, this same fraction made a lot of use of the tasks lists. Being an ongoing project, the analyzed data provided subsidies for future site adjustments.

**Keywords:** Differential and Integral Calculus Teaching. Mathematical Tasks. Technological Resources. Virtual Teaching and Learning Environment.

## 1 INTRODUÇÃO

Da nossa experiência na condição tanto de estudante quanto de professor, temos observado que aulas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) costumam resumir-se no ciclo teorema – problema – exemplo, explorando fortemente o caráter algébrico e procedimental, e deixando de lado aspectos intuitivos que outras formas de representação podem proporcionar aos estudantes. Um problema proveniente dessa prática é o fato dos estudantes saberem calcular uma derivada, mas não serem capazes de enxergá-la como uma ferramenta para investigar a taxa de variação de determinada grandeza em relação à outra. Isso faz com que cheguem a resultados inesperados e, por estarem

---

<sup>1</sup>Graduando em Engenharia de Materiais pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Piauí, 1374, apto. 501, Centro, CEP 86020-390, Londrina, PR, Brasil. Endereço eletrônico: alanfcouto@gmail.com.

<sup>2</sup>Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, Paraná, Brasil. Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida dos Pioneiros, 3131, CEP 86036-370, Londrina, Paraná, Brasil. Endereço eletrônico: E-mail: andreit@utfpr.edu.br.

atuando mecanicamente, não realizem uma análise da resposta a fim de observar se ela tem sentido no contexto do problema. Propostas para inserção de recursos gráficos no ensino de CDI ganharam força nas últimas décadas, em especial ao considerarmos as potencialidades dos recursos tecnológicos. Entretanto, estes devem ser usadas como recursos para exploração, aliados a propostas didáticas que proporcionem, aos estudantes, oportunidades para investigação (CUEVAS; MEJÍA, 2005).

As abordagens didáticas usualmente observadas em aulas de CDI são bastante lineares e desconsideram a presença de recursos tecnológicos como aliados à aprendizagem dessa disciplina. Na maioria das vezes, inicia-se o curso com uma breve recapitulação do conjunto dos números reais, passando para o estudo de funções reais de uma variável e os conceitos de limite, derivadas e integrais. Entretanto, embora as origens do Cálculo remontem a meados dos séculos XVI e XIX, ideias que remetem aos conceitos de derivadas e integrais foram exploradas intuitivamente muito antes disso. A definição formal dos números reais e, como consequência, a formulação de limites como hoje a utilizamos foram os últimos tópicos (dentro os presentes nas ementas de CDI) a serem sistematizados (VALLEJO; PLUVINAGE, 2009). Evidencia-se, então, que a organização curricular de aulas de CDI não deveria, necessariamente, seguir a ordem apresentada nos índices dos livros, mas iniciar por meio de questões que possam ser exploradas intuitivamente, sem a necessidade da apresentação, por parte do professor, de um conceito ou definição, aproveitando os saberes que os estudantes trazem ao ingressar no Ensino Superior.

Nas aulas de CDI, nos diferentes cursos em que essa disciplina se faz presente (mas, especialmente em cursos de engenharia, foco do nosso trabalho), é importante saber dosar o rigor matemático e a intuição dos estudantes, uma vez que eles não irão trabalhar com Análise Matemática ao longo de suas carreiras. De acordo com Reis (2009), resgatando uma obra do matemático francês Jean Dieudonné, a intuição é fator preponderante desde os primórdios do Cálculo, enquanto definições e conceitos formais da forma como hoje são apresentados em sala de aula resultam de um processo de construção histórica dessa disciplina; sendo assim, os matemáticos do século XVIII enfrentavam dificuldades para descrever, de forma precisa, conceitos que eles conheciam muito bem *intuitivamente*. Tal aspecto deveria ser levado em conta ao planejarmos nossas aulas de CDI.

A metodologia de ensino é um fator determinante quando se pensa em aspectos que contribuem para o sucesso ou o insucesso dos estudantes em aulas de CDI. Na busca de tornar os estudantes protagonistas de seu processo de aprendizagem, temos adotado em aulas de CDI uma metodologia de trabalho baseada na organização de *episódios de resolução de tarefas* (adaptação para o português da expressão *shift-problem lessons*, proposta por Palha, Dekker e Gravemeijer (2015)). A dificuldade em resolver problemas de matemática é um obstáculo já conhecido e, assumindo que a maioria dos estudantes é cultuada a resolver os problemas baseando-se em similaridades, desestimula-se o pensamento matemático criativo (LITHNER, 2008).

Visando contribuir para uma exploração dinâmica e intuitiva dos conceitos e proporcionar um material de estudo alternativo aos livros-texto usuais, construímos um ambiente virtual de ensino e aprendizagem ([www.calculointerativo.com.br](http://www.calculointerativo.com.br)) como recurso de apoio aos estudantes, na qual apresentamos os conceitos do modo como são sistematizados em sala de aula (sempre partindo da exploração intuitiva) pelo professor e segundo autor deste artigo, organizado em textos, tarefas e gráficos interativos, numa estrutura curricular não-usual que temos adotado na disciplina.

Este trabalho relata parte da experiência do projeto de iniciação científica do primeiro autor, intitulado “Construção de um site interativo para aulas de Cálculo Diferencial e Integral”, vinculado ao projeto de pesquisa “Investigação de um ambiente educacional para o Cálculo Diferencial e

Integral em condições reais de ensino” (CNPq, Processo 457765/2014-3), em desenvolvimento junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática de uma Universidade Federal do estado do Paraná. O texto tem por objetivo relatar essa experiência, bem como discutir as potencialidades desse ambiente e avaliar sua aceitação na perspectiva dos estudantes que dele fizeram uso. Apresentamos o referencial teórico que sustenta nossa proposta de trabalho por meio de *episódios de resolução de tarefas*, seguido da descrição do processo e organização do ambiente virtual de ensino e aprendizagem (site) como suporte às aulas. Por fim, são apresentados e analisados quantitativamente dados oriundos da aplicação de um questionário a 31 estudantes calouros de um curso de engenharia que cursaram a disciplina de CDI-1 no segundo semestre de 2016.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Em diversas situações do cotidiano nos deparamos com palavras que, embora diferentes, são utilizadas para o mesmo contexto. É o caso, por exemplo, de *tarefas* e *atividades*. Na área de ensino e aprendizagem, é fundamental que saibamos diferenciar essas palavras. Tarefa diz respeito ao objetivo atrelado a uma situação problemática, enquanto atividade é tudo aquilo que se realiza a fim de se atingir esse objetivo. Estreitando-se o termo para a área de educação matemática, Ponte (2014, p.14) define como *tarefa de investigação* aquela que “serve para compreender, de modo aprofundado, as capacidades, processos de pensamento e dificuldades dos alunos”. Dessa forma, pode-se dizer que as tarefas de investigação são instrumentos de apoio para a aprendizagem dos estudantes, assim como uma fonte de dados para os professores analisarem quais mudanças pedagógicas e metodológicas podem ser pertinentes.

Durante os processos de resolução de tarefas na forma escrita, é possível perceber como os alunos conduzem suas ideias para chegarem às suas conclusões. Esta é a definição de Lithner (2008) para o *raciocínio*, termo que comumente não é definido pelos pesquisadores em educação matemática e tem seu significado aceito de forma “universal”. Nesta obra, o autor produz o que seria um *framework*, ou um quadro de ideias, para que se investiguem os processos de raciocínio dos alunos na matemática. Além disso, caracteriza, define e cita as origens e consequências de cada um dos dois tipos principais de raciocínio: o imitativo (o memorizado e o algorítmico e suas subdivisões) e o criativo. Ainda de acordo com o autor, o próprio meio social e boa parte dos atuais livros didáticos estimulam os processos de raciocínio imitativos, fazendo com que os estudantes resolvam seus problemas por questões de similaridades e não de forma inteligente, criativa, baseados em seus conhecimentos das propriedades matemáticas envolvidas. É neste quesito que as tarefas de investigação contribuem para a aprendizagem dos estudantes, pois em geral seus objetivos não são “encontrar o x da questão”, mas sim avaliar a situação e descrever o melhor desenvolvimento lógico que lhe cabe.

Para que se tornem mais intuitivas e dinâmicas, as tarefas de investigação podem ser aliadas às Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), como a internet e *softwares* matemáticos. Com os avanços da tecnologia, especialmente no ramo dos computadores e celulares, esse *link* entre TIC e educação tem se tornado promissor. Batista (2012) relata resultados positivos de dois estudos de caso onde tarefas matemáticas foram auxiliadas por aplicativos de celular, enfatizando, também, grande aceitação da metodologia por parte dos estudantes. Vale ressaltar que, na época, ao menos entre os estudantes envolvidos na pesquisa, a plataforma predominante nos celulares era a Java ME, em que aplicativos eram limitados, principalmente os didáticos. Hoje, é notório que a gama de aplicativos e recursos interativos disponíveis online aumentou consideravelmente com a popularização dos smartphones e da internet.

Inspirados pelas perspectivas de Borba, Silva e Gadanidis (2015), utilizamos o GeoGebra<sup>3</sup> como principal ferramenta de ambientação de aprendizagem nas tarefas atribuídas aos estudantes, em especial por ser um software gratuito e de código aberto, fácil manuseio, popularidade, leveza e possuir um ambiente online<sup>4</sup> exclusivo e rico em aplicativos sobre os mais variados conteúdos do CDI.

Embora as tecnologias possam contribuir para a aprendizagem dos estudantes, é importante salientar que outros fatores didático-pedagógicos não podem ser deixados de lado. A *análise da produção escrita* por parte dos docentes também pode auxiliar o estudante a aprofundar seu raciocínio e, conseqüentemente, sua investigação matemática. É o que evidencia o trabalho de Couto, Trevisan e Fonseca (2016a), onde se relatam dados obtidos de uma tarefa proposta a estudantes de CDI-1. O objetivo era que os estudantes escrevessem o que julgassem pertinente conforme observavam e manipulavam um gráfico<sup>5</sup>. Investigações mais aprofundadas foram realizadas pelos estudantes depois que os pesquisadores recolheram as tarefas e as retornaram a eles com questionamentos que os estimulavam a irem além do que já haviam escrito. Como continuação desse estudo, em outra ocasião, Couto, Trevisan e Fonseca (2016b) reformularam a proposição da mesma tarefa, que agora continha questões denominadas “aberto-controladas”. Essa reformulação mostrou um melhor engajamento dos estudantes no desenvolvimento de suas resoluções desde o primeiro contato com elas, o que deixa claro que a própria maneira como uma tarefa é *proposta* aos estudantes pode influenciar nas asserções que eles fazem e nos caminhos que adotam para resolvê-la.

Para evadir do formato de ensino genérico de CDI, trabalhamos com uma metodologia diferenciada, adaptada das *shift-problem lessons* descritas por Palha, Dekker e Gravemeijer (2015). Os conteúdos são ensinados sem seguir a ordem padrão conhecida – limite, derivadas e integrais – num ambiente real de aprendizagem<sup>6</sup>, envolvendo o papel ativo do estudante e também do professor. Uma tarefa abordando os conteúdos da disciplina é proposta em sala, geralmente em grupos, iniciando um episódio de resolução de tarefas. Isso é feito antes da formalização do conteúdo pelo professor na lousa e, por isso, é importante ter em mente que os estudantes desenvolverão uma resolução informal a respeito do problema. Essa metodologia pauta-se numa dinâmica de ensino de matemática que procura lançar mão dos conhecimentos prévios dos estudantes e valorizar os aspectos intuitivos do raciocínio. Depois da resolução e conseqüente discussão sobre a tarefa é que os conceitos são apresentados e uma sistematização do conteúdo é realizada. Ramos, Fonseca e Trevisan (2016) retratam um episódio de resolução de tarefas proposto no primeiro dia de aula do primeiro semestre de 2016, envolvendo o conteúdo de seqüências numéricas (caso particular de função), onde os estudantes deveriam investigar qual empresa de publicidade garantiria maior lucro a uma provedora de internet. Tarefas como essa e outros recursos são utilizados em nosso ambiente virtual de apoio ao ensino de Cálculo, como será mostrado a seguir.

---

<sup>3</sup>Software de matemática dinâmica para todos os níveis de educação que combina elementos da álgebra, geometria e cálculo. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/about>>. Acessado em 23 fev. 2017.

<sup>4</sup>Antigamente denominado GeoGebra Tube, essa extensão online do *software* GeoGebra é muito utilizada em nossos trabalhos, em especial no site desenvolvido como suporte para o estudo de Cálculo. É possível acessar a extensão através do endereço <https://www.geogebra.org/materials>.

<sup>5</sup><<https://www.geogebra.org/m/SsHZEhan>>.

<sup>6</sup>Por ambiente real de aprendizagem estamos tomando o conjunto de elementos presentes em nosso contexto de trabalho como, por exemplo, turmas numerosas, estudantes com dificuldades que provêm de sua formação na Educação Básica e extenso currículo a cumprir.

### 3 O AMBIENTE VIRTUAL DE ENSINO E APRENDIZAGEM

O site<sup>7</sup> foi construído na plataforma Blogger<sup>8</sup>, da Google Inc., por alguns motivos que incluem desde a gratuidade de criação até a facilidade de manuseio da plataforma, já que não é necessário muito conhecimento de programação para mantê-lo ativo e atualizado. Essa etapa de criação, na verdade, não se encerrou até hoje, porque um dos nossos objetivos é constantemente atualizar e melhorar o site, seja nos quesitos estéticos, seja no conteúdo. De qualquer forma, pode-se dizer que a montagem principal do que seria nosso ambiente virtual de ensino ocorreu nos meses de julho e agosto de 2016. A partir daí, mais conteúdos e seções foram inseridos ao longo do tempo, enquanto os estudantes já tinham acesso e poderiam complementar seus estudos.

#### 3.1 Recursos e características

Esteticamente, o site possui<sup>9</sup> um menu na lateral esquerda e uma área de conteúdos no restante da tela. Na época deste estudo, o menu de navegação contava com quatro divisões: conteúdos, monitoria, autores e contato. A guia de conteúdos possuía opções de navegação num menu deslizante vertical e é nela que os estudantes acessavam os materiais de apoio para a disciplina. Já na seção da monitoria, os estudantes podiam baixar e resolver listas de tarefas como recurso de estudo extraclasse, de forma independente ou com o auxílio do monitor (estudante de graduação) em seus devidos horários de atendimento. Na seção dos autores estão nossos contatos e Currículo Lattes.

Como explicitado anteriormente, as páginas para cada conteúdo da disciplina não seguem o currículo linear usualmente presente nas aulas de Cálculo, como mostra o Quadro 1, mas procuram manter alguma similaridade com o desenvolvimento histórico dos conceitos.

Quadro 1: Reprodução de parte da seção de conteúdos. Cada tema possui um *link* para acesso e página própria.

<b>NOÇÕES INTRODUTÓRIAS</b>	Teorema Fundamental do Cálculo
Funções	<b>LIMITES</b>
Taxa média de variação e concavidade	Limites no infinito
Sequências convergentes	Funções racionais e limites infinitos
<b>ESTUDO DAS VARIAÇÕES</b>	Limite de uma função em um ponto
Somas acumuladas	<b>REGRAS DE DERIVAÇÃO E INTEGRAÇÃO</b>
Método da exaustão	A derivada como um limite
Integrais definidas	Derivadas e integrais envolvendo composições
Taxa de variação instantânea	Exponenciais e logaritmos
Função derivada e suas aplicações	Técnicas alternativas de integração envolvendo exponenciais e logaritmos
Polinômios	Funções trigonométricas

Fonte: autores (2017).

Na maioria das vezes, as páginas, além de textos explicativos sobre os conteúdos, possuem gráficos interativos que podem contribuir para o entendimento dos estudantes. Outros

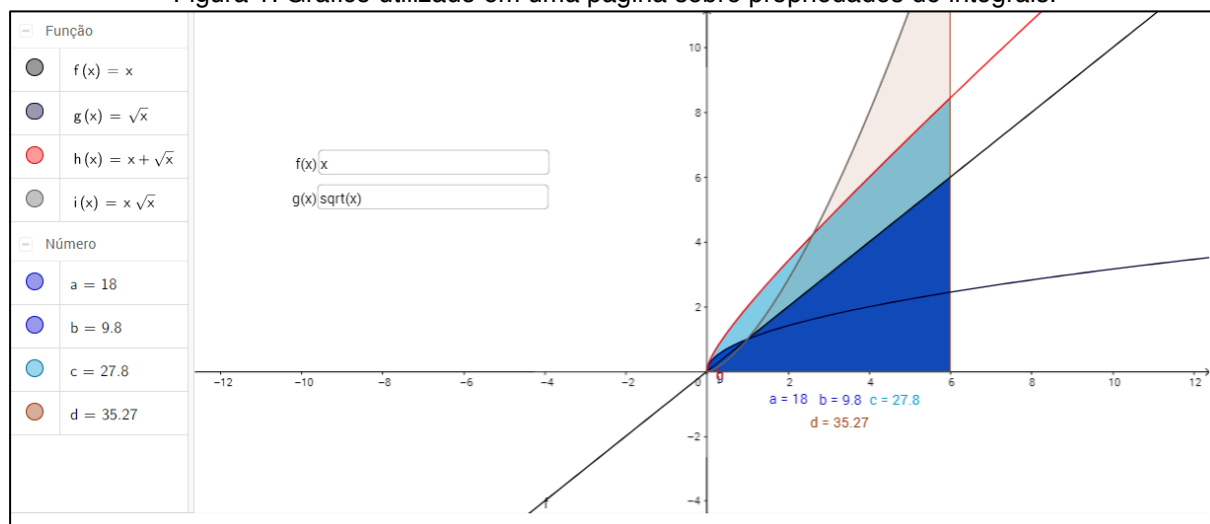
<sup>7</sup><[www.calculointerativo.com.br](http://www.calculointerativo.com.br)>. Domínio privado adquirido pelos autores.

<sup>8</sup><<https://www.blogger.com/>>.

<sup>9</sup>Alguns verbos nesta seção estão no passado pois, atualmente, muitos aspectos estéticos e organizacionais foram alterados. Este artigo limita-se ao uso do site durante o segundo semestre de 2016. O Quadro 1 retrata como o menu de navegação era em julho de 2017.

recursos bastante explorados são *gif*<sup>10</sup> e vídeos. Na Figura 1 exibe-se o recorte de uma página que explica algumas propriedades básicas de integrais.

Figura 1: Gráfico utilizado em uma página sobre propriedades de integrais.



Fonte: autores (2017).

Com este gráfico, o estudante pode plotar duas funções quaisquer  $f(x)$  e  $g(x)$  e investigar a derivada da soma, da diferença, do produto e do quociente delas. Tanto graficamente quanto aritmeticamente, ele pode observar que a integral da soma é a soma das integrais, mas que o mesmo não vale para o produto, por exemplo.

No site também convidamos os estudantes a resolverem tarefas, em geral adaptadas de livros e materiais didáticos disponíveis na internet, no intuito de se tornarem, sempre que possível, investigativas (FONSECA; TREVISAN, 2016). Ao final de cada conteúdo foram apresentadas algumas propostas<sup>11</sup>, como mostrado abaixo.

O quadro abaixo fornece um conjunto de dados que relacionam a pressão  $P$  (atm) e a temperatura  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) de uma quantidade fixa de dióxido de carbono em um cilindro fechado.

Tarefa proposta numa das páginas da seção de modelos de crescimento.

Pressão (atm)	Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )
2,54	0
3,06	50
3,46	100
4,00	150
4,41	200

- Os dados sugerem uma relação linear entre a pressão e a temperatura. Explique o porquê.
- Há inúmeras opções de retas para aproximar esses pontos. Determine a equação de uma delas.

<sup>10</sup>Os *gif* são imagens de pouca resolução, mas que podem constituir animações. Na página <http://www.calculointerativo.com.br/2016/10/distancia-percorrida.html> é possível ver um *gif* que ilustra a soma de Riemann, onde procuramos explicar que a integral é uma soma de variações acumuladas.

<sup>11</sup>Observamos que os estudantes procuravam o site, em geral, por conta de "listas de exercícios". Como estratégia para melhor aproveitarem os recursos disponibilizados, essas listas passaram a ser colocadas no final de cada respectivo conteúdo, ao invés da página inicial do site.

- c) Use o modelo obtido no item b) para prever a temperatura na qual a pressão do gás seria nula.

Neste exemplo, o estudante deveria investigar a situação proposta, que basicamente envolve uma relação aproximadamente linear entre duas grandezas. No item a), é possível que o estudante explique o porquê dessa relação simplesmente plotando o gráfico pressão *versus* temperatura ou observando como ambas variam. Esse é um típico caso em que o estudante pode ainda não conhecer a ferramenta derivada, mas intuitivamente consegue descrever o fenômeno da taxa de variação aproximadamente constante observando que, de um valor para o outro, os valores mudam quase que na mesma proporção. Observe que, no item b), não há apenas uma resposta certa e, portanto, em c) também não há. Esse exemplo ilustra o que descrevemos como uma *tarefa de investigação* conforme Ponte (2014) e que valoriza a *intuição* como apontado por Reis (2009).

### 3.2 Opinião discente

O questionário era completamente anônimo e voluntário, constituindo-se de nove questões objetivas e uma discursiva. A primeira questão regia a continuação no questionário: “Você acessou o site durante seus estudos na disciplina?”, sendo as questões restantes respondidas apenas por quem houvesse marcado “sim”. De 33 estudantes, a maioria (31 - 94%) afirmou ter acessado o ambiente virtual. De acordo com comentários feitos pelos dois estudantes que disseram não terem acessado o site, os motivos foram: falta de tempo e dificuldade de acesso. Um ponto importante a partir daqui é *que agora o universo estatístico conta com 31 estudantes*, e não mais 33, pois os dois que responderam que não acessavam o site não continuaram respondendo o questionário.

A segunda questão abordava o quesito facilidade de acesso: “O site possui facilidade de acesso e navegação?”. As respostas possíveis eram *plenamente*, *parcialmente*, *não* ou *não sei responder*. 24 estudantes (77,4%) responderam *plenamente*, enquanto sete deles (22,6%) anotaram *parcialmente*. Não houve comentários ou sugestões para melhorias.

Na terceira questão: “Esteticamente o site está bem construído?”, objetivamos saber a opinião deles a respeito do *layout* do site. 22 estudantes (71%) *plenamente* concordam que está bem construído e nove deles (29%) opinaram que *parcialmente*. Nenhum comentário ou sugestão foi recebido.

A quarta questão indagava: “A forma como os conteúdos estão dispostos está adequada?”. 18 estudantes (58%) concordaram *plenamente* que está. 13 deles (42%) concordaram apenas *parcialmente*. Três dos estudantes que concordaram apenas parcialmente deixaram comentários que *fazem alusão à sua necessidade de resolver exercícios que possuem uma resposta única*, ou seja, que contam com gabarito: “*Talvez fosse um pouco melhor ter o gabarito de um ou outro exercício*”; “*As listas de exercícios devem ter respostas*”. A opinião de tais estudantes reflete uma expectativa bastante usual no sentido de o gabarito “validar” suas resoluções. Salientamos que a não disponibilização de gabaritos tinha por intenção incentivar os estudantes a procurarem o monitor ou o professor para discutirem suas resoluções ou, ainda, usar o GeoGebra como recurso computacional para “conferência de respostas”. Um terceiro comentário apresentado foi “*acredito que a matéria deveria ser disponibilizada de forma mais "cronológica": limite, integral, derivada...*”, que ilustra um certo “incômodo” por parte dos estudantes frente a uma proposta de trabalho que difira do usual.

Na quinta questão, perguntamos: “Os textos estão escritos de forma que as ideias principais de cada conteúdo sejam compreensíveis?”. Essa foi a primeira questão em que houve

uma resposta diferente de plenamente ou parcialmente. 16 estudantes (51,6%) responderam *plenamente*, enquanto 14 (45,2%) concordaram apenas *parcialmente*. Destes, dois fizeram comentários que sustentam a ideia de que os conteúdos poderiam ser melhor explicados: “*Quem busca material complementar tem dificuldade em compreender a matéria e precisa de um conteúdo o mais claro possível*”; “*Existem conteúdos que estão escritos de uma forma confusa, em minha opinião*”. Um estudante *não soube responder*, comentando que “*apenas entrava para baixar as listas*” [de exercício].

A sexta questão perguntava: “Os materiais interativos foram capazes de auxiliar suas compreensões?”. Nela, 19 estudantes (61,3%) concordaram *plenamente*, nove deles (29%) concordaram *parcialmente* e três (9,7%) *não souberam responder*. Entretanto, não houve comentários a respeito dessa discordância de alguns estudantes em relação aos materiais interativos.

Para a sétima questão: “Você resolveu as listas disponibilizadas na seção de monitoria?” as opções disponíveis foram: *plenamente*, *parcialmente* e *não*. 22 estudantes (70,9%) fizeram uso *pleno* das listas disponibilizadas na seção de monitoria; seis deles (19,4%) fizeram uso *parcial*; dois (6,4%) disseram que *não utilizaram*; um (3,2%) *não respondeu*. De acordo com um estudante que resolveu as listas “*faltaram as respostas*”, dando a entender que deveríamos ter disponibilizado os gabaritos. Não houve comentários dos que não utilizaram as listas ou não responderam a essa questão. Um estudante que afirmara ter feito apenas algumas listas comentou que “*nem sempre é possível comparecer às monitorias. Se tentarmos responder em casa, não possuímos o gabarito para nos orientar. Sei que perguntando ao monitor ou ao professor obteria ajuda, mas a matéria corre e a dúvida torna-se obsoleta*”. Tal comentário fez-nos refletir e repensar a questão da disponibilização dos gabaritos, uma vez que os estudantes se sentem desmotivados a resolver as listas de tarefas. Assim, para o semestre seguinte optamos por inserir, para as questões mais “fechadas”, as respostas finais esperadas, e para as questões mais “abertas”, alguma indicação de respostas possíveis.

“Houve algum problema no acesso das páginas, listas etc.?” foi a questão oito. As opções de resposta eram *sim* e *não*. 29 estudantes (93,5%) afirmaram *não* ter tido problema algum com o acesso aos recursos do site, enquanto que a opção *sim* contou com apenas um (3,2%). Um estudante *não respondeu* (3,2%). O estudante que marcou *sim* relatou, em seu comentário, que teve “*problemas de acesso aos gráficos, poucas vezes*”. É bem provável, entretanto, que esse problema técnico tenha sido com a internet ou navegador do estudante, pois os gráficos (que são incorporados às páginas através de *iframes*<sup>12</sup>) foram testados por nós em 3 navegadores diferentes<sup>13</sup>, funcionando perfeitamente.

A última questão objetiva (nove), perguntava: “As tarefas ao final das páginas foram resolvidas?”. Dentre as respostas possíveis estavam: *plenamente*, *parcialmente* e *não*. Apenas seis estudantes (19,3%) resolveram *plenamente*, enquanto 19 (61,3%) fizeram apenas *parcialmente* e quatro (13%) afirmaram *não* terem feito nenhuma delas. Um estudante que resolveu parcialmente as listas comentou que “*Estas devem ser respondidas sozinho, fora de aula. Seria bom se estes exercícios estivessem com o gabarito para nos orientar e vir se estamos seguindo um bom caminho*”. Ainda nesse espectro, contamos com dois estudantes (6,4%) que

<sup>12</sup> *Iframes* são códigos de programação para incorporação de recursos de terceiros em uma página da web. Cada aplicativo do ambiente online do GeoGebra possui um código *iframe* específico.

<sup>13</sup> Os navegadores testados foram o Google Chrome, da Google Inc., o Mozilla Firefox, da Mozilla Foundation e o Opera, da Opera Software A.S.A. Na página principal do site recomendamos que os estudantes utilizem o Google Chrome (por facilidade e comodidade).



*não responderam* à pergunta. Um estudante que não resolveu as listas e outro que não respondeu à pergunta deixaram comentários onde relatam que não viram essas tarefas, uma vez que apenas acessavam o site para baixar as listas da monitoria.

A décima questão era de cunho discursivo: “Cite aspectos que, em sua opinião, poderiam ser melhorados no site.”. 14 estudantes (45,2%) deixaram relatadas suas opiniões (das quais destacamos algumas a seguir) e o restante deles (17 - 54,8%), não: “*Talvez fotos dos exercícios resolvidos*”, “*Algumas vídeo aulas, para melhores esclarecimentos dos conteúdos*”, “*Simulados de cada matéria*”, “*Em minha opinião está perfeito*”, “*Mais listas de exercícios*”, “*O desenvolvimento das explicações de conteúdos*”, “*Estruturação do site e explicações mais detalhadas*”, “*Um pouco mais de exemplos resolvidos, se possível*”.

#### 4 DISCUSSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos notar que o ambiente virtual foi bem visto por boa parte dos estudantes. Além disso, a aplicação de um questionário como forma de obtenção de dados para eventuais melhorias pode ser considerada uma “boa ideia”, pois como o público-alvo da pesquisa são nossos estudantes, suas opiniões a respeito do site são de extrema importância. Outra forma de obtenção de dados que poderia ser utilizada é a entrevista, porém, esta demandaria mais tempo e eventualmente não seria tão confortável aos estudantes, já que estreitariam suas opiniões diretamente com os pesquisadores, fato que não ocorre em um questionário voluntário e anônimo.

Pela análise dos questionários percebemos que a forma de trabalho diferenciada em aulas de CDI não é consonante à expectativa de parte dos estudantes, seja pela organização não-usual dos conteúdos, seja pela proposta com tarefas de caráter investigativo, seja pela proposição de uma dinâmica de aula que objetiva fomentar o raciocínio criativo. Como analisado, muitos nos questionaram e requisitaram gabaritos nas questões, algo que se torna limitado já que prezamos que eles se engajem na situação-problema e prossigam por caminhos diferentes até uma possível resposta. De toda forma, é um ponto a se considerar, pois objetivamos não substituir completamente a forma tradicional de estudos, mas dar outras perspectivas para o ensino de CDI. Gabaritos podem ser adicionados às tarefas “padrão”, aquelas onde os estudantes querem praticar os algoritmos de derivação ou integração, mas é *imprescindível* que não se limitem a esse tipo de abordagem.

Outro ponto que nos chama a atenção nos relatos dos estudantes é a requisição de mais exercícios resolvidos. Essa tendência vem de encontro às ideias de Lithner (2008), ao discutir o raciocínio imitativo. No caso de exercícios resolvidos, os estudantes sentem-se seguros ao fazer pequenas alterações num exercício semelhante que estavam com problemas e não sabiam prosseguir. Ele pode até acertar a resposta final, mas isso desestimula o raciocínio criativo. Ora, se nosso objetivo é estimular a criatividade matemática, a ideia de adicionar mais exercícios resolvidos parece não ser uma alternativa metodológica de ensino viável.

Também foi possível observar que os estudantes parecem não se acostumar com a forma de apresentação dos conteúdos. Não ver seções específicas sobre Limites, Derivadas e Integrais provocou um ligeiro desconforto em alguns deles.

Em linhas gerais, muitas opiniões mostraram-se produtivas para alguns aspectos do nosso ambiente virtual, como melhorias no acesso devido a problemas técnicos e a adição de gabaritos em algumas questões, enquanto outras deixaram transparecer a expectativa dos estudantes com um ensino de caráter mais “conservador” na disciplina.

Não dispomos de dados que possibilitem inferir uma possível influência/contribuição do site na aprendizagem dos estudantes, uma vez que este é parte de uma proposta de trabalho mais ampla, que inclui uma mudança na dinâmica das aulas de CDI, no contrato didático “usual” de

trabalho em sala de aula e fora dela e na avaliação. Entretanto, da experiência docente, temos observado que nossos estudantes, em geral, mostram-se mais ativos, com iniciativa para resolver as tarefas propostas em aula e permanecem vindo às aulas por mais tempo, sentindo-se “capazes de aprender” em qualquer momento do curso, diminuindo o índice de desistência na disciplina.

Temos buscado construir, por meio do trabalho com episódios de resolução de tarefas e lançando mão de recursos como o site interativo aqui apresentado, uma cultura de aulas de CDI diferente da usual. Pouco ainda sabemos, porém, sobre condições necessárias para realizar o tipo de tarefas que propomos numa sala de aula formada por estudantes habituados a um ensino tradicional, onde existem valores e crenças já arraigados sobre a matemática e a sua aprendizagem. Temos nos debruçado em investigar ações que contribuam para alterar essas culturas, valores e crenças existentes.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq (Processo 457765/2014-3) pelo auxílio à realização do projeto do qual resulta este artigo.

## REFERÊNCIAS

- BATISTA, S. C. F. Aplicativos para dispositivos móveis: recursos para aprendizagem de cálculo. In: SIPEMAT, 3., 2012, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: UNI7, 2012. v. único. P. 1-14.
- BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1. ed., 1. reimpr. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. p. 45-73.
- CUEVAS, C. A.; MEJÍA, H. R. Un acercamiento alternativo al Cálculo Diferencial. In: **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, México, v. 18, p. 741-747, jun. 2005.
- COUTO, A. F.; TREVISAN, A. L.; FONSECA, M. O. S. Análise de uma tarefa envolvendo o uso de um aplicativo do GeoGebra Tube no ensino de função exponencial. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO GEOGEBRA, 1., 2016, Natal. **Anais...** Mossoró, RN: Edufersa, 2016a. v. 1. p. 55-59.
- COUTO, A. F.; TREVISAN, A. L.; FONSECA, M. O. S. Análise de uma tarefa investigativa proposta a estudantes de Cálculo por meio de questões do tipo 'aberto-controladas'. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO E APRENDIZAGEM - SEA, 3., 2016, Londrina. **Anais...** Londrina: Editora da UTFPR, 2016b. v. 1. p. 1-9.
- FONSECA, M. O. S.; TREVISAN, A. L. Caracterização e encaminhamento de tarefas matemáticas em aulas de Cálculo Diferencial e Integral. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM, 12., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016. v. único. p. 1-12.
- LITHNER, J. A research framework for creative and imitative reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, v. 67, n. 3, p. 255-276, 2008.
- PALHA, S.; DEKKER, R.; GRAVEMEIJER, K. The effect of shift-problem lessons in the mathematics classroom. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 13, p. 1589-1623, 2015.
- PONTE, J. P. da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. da (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27.
- REIS, F. S. Rigor e intuição no ensino de cálculo e análise. In: FROTA, Maria Clara Rezende e NASSER, Lillian. **Educação matemática no ensino superior: pesquisa e debates**. Recife: SBEM, 2009. p. 81-97.
- RAMOS, N. S.; FONSECA, M. O. S.; TREVISAN, A. L. Ambiente de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral pautado em episódios de resolução de tarefas In: SINECT, 5., 2016, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa, PR: Editora da UTFPR, 2016. v.1. p. 1-11.
- VALLEJO, C. A. C.; PLUVINAGE, F. Cálculo y Tecnología. **El cálculo y su enseñanza**, México, v. 8, p. 45-59, jan./jun. 2009.