A ABORDAGEM DA TRIGONOMETRIA NO LIVRO DIDÁTICO DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

THE TRIGONOMETRY APPROACH IN THE TEACHING BOOK OF THE 9TH YEAR OF FUNDAMENTAL TEACHING

ALMEIDA, Jeferson José dos Santos[1]

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo caracterizar a didatização do conhecimento sobre trigonometria em duas coleções de matemática para o Ensino Fundamental (Anos Finais). Para isso, identificamos os desafios da abordagem da trigonometria no livro didático de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, bem como refletimos sobre a pertinência de novas perspectivas de abordagem do conteúdo. A pesquisa está ancorada nos pressupostos teóricos defendidos por Ausubel (1982), Boyer (2001), Costa (1997) e, também, nos PCN de matemática (BRASIL, 1997). O *corpus* do trabalho é constituído pelo livro *Matemática 9º ano:* eu gosto mais, de Marcos Miani, publicada pela editora IBEP, no ano de 2012, e o livro *Matemática 9º ano*, de Maymone e Santos, publicada pela editora Formando Cidadãos, no ano de 2013. A análise dos materiais revelou que o livro de autoria de Maymone e Santos (2013), apresenta uma linguagem objetiva e propõe atividades alinhadas com a realidade prática dos alunos. Porém, o livro de Miani (2012), não apresenta uma linguagem clara e objetiva, além de oferecer propostas de atividades sem vinculação prática e que não envolvem situações vivenciadas pelos alunos no seu dia a dia. Percebemos, também, que, dentre as perspectivas de análise por nós investigadas, as que oferecem melhores subsídios para o processo de ensino e aprendizagem de trigonometria no 9º ano do Ensino Fundamental são as que privilegiam a abordagem histórica, bem como a abordagem lúdica do conteúdo.

Palavras-chave: Trigonometria. Desafios. Perspectivas. Livro didático.

ABSTRACT

The present work aims to characterize the knowledge assimilation on trigonometry in two collections of mathematics for Elementary School (Final Years). To do this, we will identify the challenges of the trigonometry approach in the 9th grade mathematics textbook of the Elementary School, as well as reflect on the pertinence of new perspectives in approaching said content. The research is anchored in the theoretical assumptions defended by Ausubel (1982), Boyer (2001) and Costa (1997) and, also, the mathematical NCPs (BRASIL, 1997). The *corpus* of the work is constituted by the book, by Miani, *Matemática 9º ano: eu gusto mais*, published by IBEP in 2012, and the *Matemática 9º ano*, by Maymone and Santos, published by the publishing company Forming Citizens in the year 2013. The analysis of the materials revealed that the collection, Mathematics: 9th year Forming Citizens, by Maymone and Santos (2013), presents an objective language, and proposes activities aligned with the practical reality of the students. However, the 9th grade Mathematical Collection of the I Like More Collection, Miani (2012), does not present a clear and objective language, besides offering proposals of activities without practical linkage and that do not involve situations experienced by the students in their day to day. We also perceive that, among the perspectives of analysis investigated, those that offer the best subsidies for the teaching-learning process of trigonometry in the 9th year of Elementary School are those that favor the historical approach, as well as the playful approach to content.

Keywords: Trigonometry. Challenges. Perspectives. Textbook.

[1] Licenciado em Matemática pela Faculdade de Ciências e Tecnologia Professor Dirson Maciel de Barro (FADIMAB). Docente da Escola Técnica Aderico Alves de Vasconcelos (ETE), Goiana, PE, Brasil. Endereço eletrônico: jefersondossantos3011@gmail.com.

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo caracterizar a didatização do conhecimento sobre trigonometria em duas coleções de Matemática para o Ensino Fundamental (Anos Finais). Para isso, identificamos os desafios da abordagem da trigonometria no livro didático de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, bem como refletimos sobre a pertinência de novas perspectivas de abordagem do referido conteúdo.

A pesquisa está ancorada nos pressupostos teóricos defendidos por Ausubel (1982), Boyer (2001) e Costa (1997), apresentando a parte histórica da trigonometria, e seus conceitos primitivos. Esta pesquisa também está relacionada com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 1997). Ainda, utilizamos as contribuições intelectuais de Gomes (2015) e Lima (2013), que sugerem uma perspectiva de ensino ancorada em fatos históricos, a partir da história da matemática. Utilizamos também as contribuições de Oliveira (2006), apresentando as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da trigonometria.

Para os PCN de Matemática (1997), Gomes (2015), Ausubel (1982) e Perius (2012), os saberes inerentes ao processo de ensino e aprendizagem de matemática devem ser mediados pelo professor de forma objetiva e clara, através de exercícios que relacionem o saber empírico à prática, privilegiando situações-problema do cotidiano do aluno. Entende-se como atividades do cotidiano do aluno aquelas que ele executa regularmente ou que ocorrem no meio social e cultural em que ele está inserido.

Além disso, sabemos que os livros didáticos constituem uma ferramenta de apoio pedagógico e que eles passam por uma análise criteriosa para que sejam adotados pelos estabelecimentos de ensino. Entretanto, mesmo após esses materiais passarem pelo processo de análise, ainda é possível encontrar abordagens fragmentadas de conteúdo ou, ainda, materiais, em que seus autores privilegiam demais apenas um aspecto do conteúdo em detrimento de outros também importantes no processo de mediação pedagógica.

Logo, o ensino da trigonometria deve ter uma conexão entre diversos conceitos e pensamentos matemáticos, havendo a necessidade de articular o referido conteúdo com aplicações dentro e fora da sala de aula, relacionando-o sempre ao cotidiano do aluno. Nesse sentido, vale destacar que é necessário que os alunos

> Saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico (BRASIL, 1997, p. 69).

Pressupondo que essa necessidade de resolver problemas práticos do cotidiano seja levada em consideração pelo professor, o aluno terá um melhor entendimento lógico sobre o conteúdo, pois ele pode relacionar o seu aprendizado com situações com as quais ele lida no seu dia a dia.

Portanto, evitar o uso excessivo de cálculos algébricos e dar maior ênfase a aplicações no dia a dia pode fazer com que os alunos encontrem sentido naquilo que aprendem. Com isso, os alunos talvez possam entender a relevância social e, até mesmo cultural, daquilo que está sendo mediado pelo professor. Em outros termos, o ensino da matemática deve ser objetivo e dinâmico, visando melhor entendimento lógico-matemático por parte do aluno, de modo que ele seja capaz de resolver situações-problema de seu dia a dia.

Segundo os PCN (BRASIL, 1997), é perceptível que, na maioria dos livros didáticos, a abordagem da trigonometria é insuficiente e pouco clara, muito embora haja investimento intelectual em abordagens históricas, que são importantes no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Acrescente-se, ainda, que as atividades propostas em algumas coleções são de difícil entendimento, uma vez que não oferecem contextualização necessária para o entendimento de situações-problema.

Portanto, é necessário fazer escolhas acertadas no que se refere ao livro didático de matemática, tendo em vista que esse livro irá circular no ambiente escolar por pelo menos três anos e que é este material que deverá auxiliar o professor em seu ofício, muito embora saibamos que o livro didático não substitui a figura do docente. É necessário também, que seja observada a adequação da proposta ao público que irá utilizá-la: os alunos. Consoante a esse aspecto, a trigonometria pode ser apresentada de forma lúdica, fazendo com que o conhecimento chegue de forma rápida e clara ao interlocutor.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Conceito de desafios e perspectivas

Para Oliveira (2002), os seres humanos estão em constante crescimento intelectual, prova disso é que sempre buscamos entender a natureza, suas propriedades e características. O autor relata que, logo após a descoberta do fogo, o ser humano não parou de evoluir. Nos dias atuais, buscamos meios para driblar a morte, as doenças e os desafios da vida, com objetivos de ter uma vivência plena e feliz.

Em contrapartida, Oliveira (2002) relata que a educação é a chave para a evolução humana, visto que as crianças serão os futuros pesquisadores e desenvolvedores da nova geração, denominada por ele de "pós-moderna". Porém, Oliveira (2002) retrata que problemas culturais, econômicos e, até mesmo, a globalização, viabilizaram as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem, o que atinge diretamente a evolução da ciência. Essas dificuldades, para Oliveira (2002) e Dourado e Oliveira (2009), afetam diretamente a educação, tornando-se assim, desafios para o processo de ensino e aprendizagem de qualquer disciplina. Logo, desafios de aprendizagem são todas as dificuldades que afetam diretamente as pessoas no processo de ensino.

Bonito (2008) diz que perspectivas são modos pelos quais o docente pode guiar uma aula. Ou seja, diferentes maneiras pelas quais o professor pode mediar aquele conteúdo, porém usando outros recursos, seja ele um jogo, uma dinâmica, uma aula com ênfase em usar a tecnologia para entender determinado conteúdo, entre outras perspectivas. Bonito (2008) cita:

> As orientações da educação científica atual são, claramente, de natureza construtivista, diferenciando-se da anterior visão, que era centrada numa sistemática instrução baseada em curricular de "grandes ideias" [..]. O termo construtivismo é de natureza ampla e apresenta relações de dependência com a filosofia, o ensino e a aprendizagem, embora assente basicamente no contributo do aluno para o significado e para a aprendizagem por meio da atividade individual [..]. De acordo com a perspectiva construtivista da aprendizagem, o aluno chega ao significado selecionando informação e construindo o que sabe [...]. No sentido estrito, a concepção construtivista não deve ser considerada como uma teoria, mas antes como uma perspectiva explicativa que parte da consideração social e socializadora da educação escolar, integrando contributos diversos, cujo denominador comum forma um acordo à volta dos princípios construtivistas (BONITO, 2008, p. 30).

Fica evidente nessa afirmação de Bonito (2008) sua preocupação com o ensino construtivo, ensino que promove o aprender fazendo, em que o aluno é o construtor do seu próprio saber e o docente o direciona. Essa perspectiva, para Ausubel (1982), traz grandes benefícios para o processo de ensino e aprendizagem, visto que o aluno se torna mais independente, crítico e desenvolve o aprender coletivo.

2.2 Conceito e itinerário histórico da trigonometria

Guelli (2009) e Dante (2005) citam que a palavra *trigonometria* significa medida de três ângulos (*tri*: três; *gono*: ângulos; e *metria*: medida) e seus estudos se baseiam na medida de cada ângulo em um triângulo, que chamamos de razões trigonométricas. São três as razões trigonométricas mais conhecidas: seno, cosseno e tangente.

Entretanto, interessa saber que foram vários os processos de experimentação prática dos saberes epistemológicos inerentes à trigonometria para que hoje pudéssemos utilizar os procedimentos lógico-matemáticos advindos do estudo dela.

A trigonometria, para Boyer (2001), não foi obra de um só homem ou de um só povo. Seus postulados já auxiliavam povos em 1650 a.C. na construção de abrigos. Costa (1997), Fritzen (2011) e Boyer (2001) citam que os primeiros indícios de cálculos trigonométricos foram realizados por povos do Egito e da Babilônia. Os egípcios faziam cálculos de semelhanças de triângulos e razões de números para a construção de pirâmides. Já os babilônios usavam a trigonometria para o entendimento da astronomia.

Somente um pouco mais tarde, os gregos começaram a usar a trigonometria e, por volta de 1500 a.C, criaram o relógio do sol, usando o mesmo conceito dos egípcios, conhecido como Gnômom. Esse relógio consistia em determinar as horas do dia pela posição do sol. Ele era feito de vários materiais. Contudo, ele deveria estar localizado em uma superfície plana com uma haste levantada indicada para o norte e em um lugar aberto.

As razões trigonométricas começaram com os hindus, pois eles usavam uma tábua conhecida como Jiva, contendo as razões dos senos, para medir distâncias, comprimentos e profundidades. No entanto, esse sistema teria poucas provas existentes, já que para eles essa tábua foi escrita por um deus chamado Sunrya Siddhanta. Contudo, essa ideia foi o que fez com que muitos curiosos se aprofundassem mais nesse sistema. De acordo com Fritzen (2011), o estudo das razões trigonométricas começou a ter sentido com Hiparco, conhecido como o pai da trigonometria, e foi aperfeiçoado por Ptolomeu, que conseguiu achar cordas correspondentes a diversos ângulos, onde a razão era a metade da função do ângulo. Para Fritzen (2011), isso equivale à tabela dos senos.

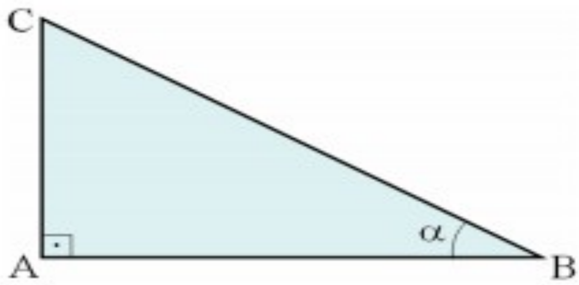
Para Costa (1997), a trigonometria só veio tomar forma no século XVI com vários matemáticos e suas teorias. Dentre eles, destacam-se Copérnico, Napier, Rhaeticus, Isaac Newton e John Newton. Porém, quem mais se destacou foi Euler, pois ele tomou o raio de um círculo como unidade, além de ter definido as funções que, antes de 1768, eram em números. Essa transição começou no século XVI e rendeu o início do cálculo infinitesimal, que foi desenvolvido com intuito de verificar as variações das taxas de grandezas e as acumulações de quantidades.

2.3 Conceitos-chave para o estudo da trigonometria no 9º ano do Ensino Fundamental

Ao realizar pesquisa sobre os conceitos-chave para o estudo da trigonometria, elencados pelos autores das principais coleções indicadas para escolha pelos professores de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, identificamos que, na maioria dos livros didáticos, foram abordados os seguintes itens: razões trigonométricas e ciclo trigonométrico (elementos da circunferência, comprimento da circunferência, arco da circunferência e relações métricas). Interessa saber que a articulação desses conceitos-chave e os apontamentos sobre a funcionalidade prática deles ao longo das unidades didáticas serão objeto de discussão na seção de caracterização das duas coleções adotadas por uma escola da rede particular de ensino da cidade de Itaquitinga-PE no ano de 2016.

As razões trigonométricas surgiram com a necessidade do homem relacionar ângulos com medidas. No entanto, essas razões passaram por um longo período de estudos e testes, até que, após um tempo, foi possível determinar essa relação em um triângulo retângulo.

Figura 1: Representação das razões trigonométricas no triângulo retângulo



Fonte: Marques (2014, p. 16)

Marques (2014) nos apresenta na figura acima, onde o autor destaca que a partir dos segmentos $C\hat{A}B$ é possível obter um ângulo de $90°$. Com isso, podemos concluir que se trata de um ângulo reto e classificar a figura acima como um triângulo retângulo**.** O autor também afirma que, a partir dos segmentos $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$, é possível notar que eles são menores que $90°$, logo podemos afirmar que eles são ângulos agudos. A partir desse pressuposto, podemos denominar esses segmentos como catetos. O segmento CB é oposto ao ângulo $\hat{A}$, além de ser o maior segmento do triângulo retângulo. Com essas características, esse segmento é denominado de hipotenusa**.** Nomeando os demais lados e tomando como referência o ângulo α, podemos obter o segmento AC como cateto oposto, pois o mesmo é oposto ao ângulo α. O segmento AB, por sua vez, é o cateto adjacente, pois ele complementa o ângulo α.

Além do já exposto, é preciso entendermos como é feito o cálculo das razões trigonométricas. Marques (2014) cita que o cálculo do seno é desenvolvido pela razão entre o cateto oposto e a hipotenusa. O cosseno por sua vez é a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa. A tangente é obtida pela razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente. Em outros termos, levando em consideração o ângulo α, obtemos as seguintes razões trigonométricas presentes no quadro 1.

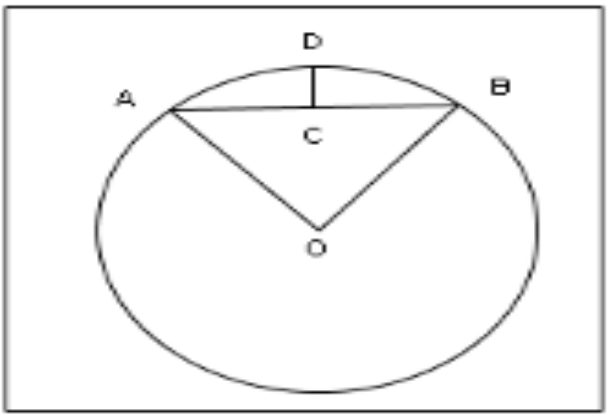
Consoante ao detalhamento dos principais tópicos abordados nos livros didáticos de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, é preciso discutir sobre o ciclo trigonométrico. Borges (2009) afirma que ele se inscreve numa circunferência orientada por um raio, cuja coordenada é cartesiana. Assim, devemos conhecer os elementos da circunferência para podemos entender os seguintes procedimentos lógico-matemáticos, conforme podemos observar na figura 2.

Quadro 1: Cálculo das razões trigonométricas

Seno	$\operatorname{sen}\alpha = \frac{AC}{BC}$
Cosseno	$\cos\alpha = \frac{AB}{BC}$
Tangente	$\operatorname{tg}\alpha = \frac{AC}{AB}$

Fonte: Marques (2014, p. 16-17)

Figura 2: Propriedades da circunferência



Fonte: Lorenzoni (2003, p. 55 apud BORGES, 2009, p. 21)

Borges (2009) ressalta em seu documento que o centro é o ponto comum para todos os lados da circunferência. O raio, segmentos OA e OB, é uma reta que se desenvolve no centro e tem seu destino em qualquer extremidade da circunferência. O diâmetro, por sua vez, é uma reta que vai de uma extremidade do ciclo até outra, cortando o centro. Logo, o diâmetro é igual a duas vezes o raio. Já a corda, o segmento AB, é uma reta que vai de uma extremidade a outra do ciclo, sem cortar o centro. Chamamos de flecha, o segmento CD, pois ela tem começo no centro da corda e seu destino em qualquer extremidade dependendo da corda.

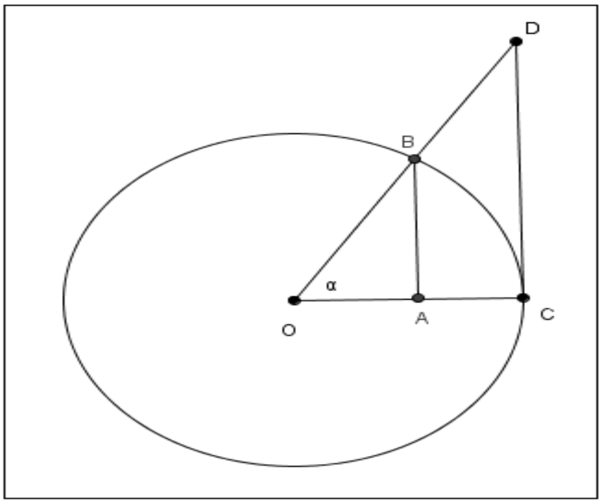
Partindo dessas propriedades da circunferência, é possível afirmar que o aluno possivelmente poderá entender de forma mais significativa os segmentos secante e tangente (Figura 3). Isso é detalhado em Borges (2009).

O segmento tangente no sistema é a reta CD. Podemos observar que esse segmento corta a circunferência em um único ponto e o ângulo formado é de 0°. A secante, mostrada na figura como o segmento OD, é uma reta contínua que corta o ciclo em dois pontos, sem passar pelo centro.

3 METODOLOGIA

Nossa pesquisa é qualitativa, porque pretendemos fazer uma caracterização da didatização da trigonometria no livro didático do 9° do Ensino Fundamental. Neste sentido, o nosso *corpus* é constituído pelos livros: *Matemática 9º ano*, de autoria de Maymone e Santos, publicada pela editora Formando Cidadãos no ano de 2013; e *Matemática 9º ano: eu gosto mais*, de Marcos Miani, publicada pela editora IBEP no ano de 2012. Escolhemos essas coleções, porque elas eram alvo de críticas que dividiam a coordenação pedagógica de uma escola da rede particular de ensino, localizada no município de Itaquitinga-PE, o que nos instigou a caracterizar as coleções adotadas na escola.

Figura 3: Segmentos secante e tangente



Fonte: Eves (2004, p. 266 apud BORGES, 2009, p. 22)

É válido ressaltar que a primeira coleção, *Matemática 9º ano: eu gosto mais* (MIANI, 2012), foi adotada pela escola até o ano de 2016. A segunda coleção, *Matemática 9º ano* (MAYMONE; SANTOS, 2013)*,* foi adotada no ano seguinte. Entretanto, havia professores que defendiam ser a coleção de Miani (2012) superior à outra e vice-versa. Nessa perspectiva, decidimos caracterizar a abordagem da trigonometria nas duas coleções e, com os dados coletados, tecer comentários sobre os aspectos positivos e negativos de cada uma delas, tendo em vista a qualidade do material produzido.

Para fazer a análise de dados desta pesquisa, obedecemos às seguintes etapas: 1º fase – seleção das coleções; 2º fase – caracterização da didatização da trigonometria nas coleções selecionadas; 3º fase – reflexão crítica sobre o material coletado; 4º fase – apresentação de novas perspectivas para o ensino de trigonometria e reflexão sobre o potencial de cada uma delas no contexto escolar.

4 DISCUSSÃO DA PROBLEMÁTICA DO ENSINO DE TRIGONOMETRIA

4.1 Análise da abordagem do conteúdo no livro *Matemática 9º ano: eu gosto mais*

Miani (2012) inicia a abordagem do capítulo 7 do livro *Matemática 9º ano: eu gosto mais* sem explicitar os objetivos desejáveis para o estudo da trigonometria. Todavia, é perceptível que a proposta do autor é construir progressivamente a definição de cada uma das razões trigonométricas. Somente no final de cada reflexão é que ele expõe o conceito em definitivo. Em outros termos, Miani (2012) apresenta ao aluno uma pequena contextualização sobre as razões trigonométricas e qual a necessidade de elas existirem, mostrando sua forma prática e sua aplicabilidade em triângulos retângulos. O autor também elabora um pequeno resumo, colocando só as fórmulas para o cálculo das razões trigonométricas. Em seguida, Miani (2012) também propõe exercícios que estabelecem situações que obtêm relação com a rotina do aluno.

A exposição é ilustrada com exemplos precisos sobre a teoria, muito embora haja pouca relação dos exemplos apresentados com situações cotidianas. A abordagem prática, para Ausubel (1982), os PCN (BRASIL, 1997), e Gomes (2015), pode trazer benefícios significativos para o aluno, visto que ele pode absorver o conteúdo ensinado em sala e aplicá-lo em seu cotidiano. Além disso, é possível encontrar alguns textos que remetem à abordagem histórica do conteúdo. Essa abordagem histórica também pode resultar em um melhor desempenho em matemática, tendo em vista que Gomes (2015) e Boyer (2001) citam que esse tipo de metodologia faz com que o aluno reflita sobre o desenvolvimento do conteúdo e entenda o processo que originou a ideia matemática daquele mesmo conteúdo. Em outros termos, "através da História o estudante/professor passa a conhecer a Matemática como um saber que tem significado dentro de um contexto e que foi, e está sendo, construído pela necessidade de cada época" (GOMES, 2015, p. 2). Nessa mesma perspectiva, D'Ambrosio (1997) defende que:

> As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber (D'AMBROSIO, 1997, p. 97).

As atividades propostas, por sua vez, são constituídas por exercícios que instigam o raciocínio lógico-matemático dos alunos e que apresentam uma contextualização voltada ao dia a dia deles. Logo, esses exercícios trazem uma metodologia voltada à aplicação do conteúdo no cotidiano do aluno e percebemos que a exposição teórica não se encontra plenamente articulada com esse cotidiano. É válido destacar que, segundo Ausubel (1982), os PCN (BRASIL, 1997), Gomes (2005) e Azambuja (2013), esse tipo de metodologia pode ser benéfica para o processo de ensino e aprendizagem, pois o aluno pode entender o conteúdo e sua aplicabilidade. Lembremo-nos, ainda, que "a matemática no cotidiano é uma vertente dessa área do conhecimento considerada como agente potencializador do ensino e da aprendizagem, e ainda, como um elemento indispensável ao processo pedagógico" (AZAMBUJA, 2013, p. 8).

Dando continuidade à caracterização, Miani (2012) apresenta de forma descontextualizada a tabela de razões trigonométricas com valores de $1°$ a $89°$, o que pode causar estranhamento por parte dos alunos. Na página seguinte, o autor exibe exemplos envolvendo os valores mencionados na tabela de razões trigonométricas, sugerindo haver facilidade na resolução das questões utilizadas como exemplo. Todavia, é perceptível a descontextualização das situações-problema e a falta de reflexão sobre o conteúdo apresentado.

Entenda-se por descontextualização a ausência de qualquer reflexão sobre elementos do contexto do estudo sobre ângulos, nenhuma abordagem histórica, tampouco explicação sobre a necessidade daquela tabela. Isso pode ser um problema, visto que Gomes (2015) cita que a história da matemática pode ser usada como uma reflexão do conteúdo, pois a partir dela o professor pode mostrar a necessidade dos ângulos na Antiguidade e sua aplicabilidade nos dias atuais. Fazendo essa reflexão, é possível acessar a realidade do aluno e ilustrar a mediação do conteúdo com exemplos de situações-problema com as quais ele convive. Aqui merece destaque o fato de que a contextualização pode trazer um melhor entendimento matemático, pois, conforme Luccas e Batista (2008), ela pode os estimular a aprender, principalmente quando o contexto é diversificado, ou seja, que aborde outra perspectiva. A título de exemplificação, na figura 4 há a exposição teórica e os exemplos utilizados em Miani (2012):

Figura 4: Exposição sobre a aplicação das razões trigonométricas

Veja, a seguir, alguns exemplos de aplicação dessa tabela:

EXEMPLO 1

Qual é o valor de sen 42°?

Vamos encontrar, na tabela, o seno de 42°.

Na coluna Ângulo, localizamos 42°.

Na coluna seno, encontramos 0,6691.

Logo: **sen 42° = 0,6691** (valor aproximado).

EXEMPLO 2

Determine a medida do ângulo x, sendo cos x = 0,2250.

Nesse exemplo conhecemos o cosseno do ângulo e desejamos determinar o valor do ângulo.

Na coluna cosseno, localizamos o número 0,2250.

Logo: cos x = 0,225 $\rightarrow$ **x = 77°**

Na coluna ângulo, encontramos 77°.

EXEMPLO 3

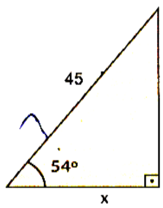
Qual é o valor de x no triângulo ao lado?

Veja como se usa a tabela para calcular o valor de x nesse triângulo retângulo.

A hipotenusa mede 45 mm.

O cateto adjacente ao ângulo de 54° é x.

$\cos 54° = \frac{x}{45} \rightarrow x = 45 \cdot \cos 54° \rightarrow x \doteq 45 \cdot 0{,}5878 \rightarrow \mathbf{x = 26{,}451}.$



O cateto x mede 26,45 mm.

Fonte: Miani (2012, p. 145)

Logo após a apresentação dos exemplos, o autor traz uma lista de exercícios com questões que podem estimular os alunos a determinar medida de lagos, altura de muros, tamanho de escadas, altura de pipas e tamanho de torres. Além disso, o autor preocupa-se em ilustrar as questões com figuras geométricas, como losango, paralelogramo e retângulo. Essa estratégia dialoga com os PCN (BRASIL, 1997), Gomes (2015), Luccas e Batista (2008) e Azambuja (2013), que sugerem que as aulas de matemática tenham uma aplicabilidade no cotidiano do aluno, de modo que as questões propostas dialoguem com o dia a dia deles, pois, assim, a aprendizagem poderá ser efetivamente construída.

Miani (2012) também apresenta um boxe com uma breve história da trigonometria somente na página 149, conteúdo que deveria ter sido apresentado nas primeiras páginas do capítulo. É válido ressaltar que, no boxe, constam informações sobre o significado da palavra trigonometria e sua utilidade em nosso cotidiano. São essas informações que podem fazer com que aluno saiba qual a necessidade da trigonometria e como é possível utilizá-la na resolução de situações-problema.

Na sequência, o autor prossegue com o estudo da trigonometria com o conceito de razões trigonométricas. No entanto, a exposição dele dá especial enfoque aos ângulos de $30°$, $45°$ e $60°$, sem mencionar que eles são popularmente conhecidos como ângulos notáveis. Há apenas uma indução para essa compreensão, o que não acontece de forma explícita, como podemos observar no trecho: “As razões dos ângulos de $30°$, $45°$ e $60°$ são muito úteis para a resolução de diversos problemas e podem ser facilmente calculadas que seja necessário recorrer a tabela ou as construções geométricas” (MIANI, 2012, p, 150).

Nessa seção, o autor também conduz uma reflexão sobre os conceitos que serão abordados e sintetiza estas informações através de um quadro na página 151. É nesse ponto em que ele pode fazer com que o aluno entenda o porquê de cada ângulo apresentar determinado valor, o que, certamente, facilita a compreensão do leitor e evidencia o cuidado do autor nesse trecho, pois ele não impõe o conteúdo, mas sim, mostra como seu conceito é construído. Para Ribeiro (2007), as demonstrações matemáticas facilitam o processo de ensino e aprendizagem e podem fazer com que o aluno reflita criticamente sobre o que está sendo exposto.

Logo após essa contextualização sobre as razões trigonométricas com ângulos de $30°$, $45°$ e $60°$, o autor apresenta exercícios que trazem uma aplicabilidade envolvendo o cotidiano do aluno.

Miani (2012) ainda constrói uma reflexão sobre a utilização das razões trigonométricas em um triângulo qualquer, em que é perceptível a utilização de exemplo que envolve o cotidiano do aluno. Ele deixa claro que as relações estudadas já não são cabíveis nesse tipo de problema e que, para isso, é necessário estudar e aplicar outras relações.

Nesse sentido, na página seguinte, o autor apresenta novas relações trigonométricas, sendo elas a lei dos senos e a lei dos cossenos. Ele segue fazendo a apresentação de ambas de forma descontextualizada, sem apresentar reflexão sobre o conteúdo ou alguma abordagem histórica, quando poderia construir com seus alunos o conceito e a funcionalidade da lei dos senos e da lei dos cossenos, apresentando exemplos do cotidiano dos alunos e propondo, também, atividades que dialoguem com o universo de situações-problema com as quais os alunos lidam no seu dia a dia. Em outros termos, podemos observar que o autor se preocupa em apresentar a face prática do conteúdo, porém não apresenta o embasamento teórico necessário à construção coletiva dos saberes em situação didática, o que possivelmente dará margem a dificuldades de compreensão do que está sendo exposto.

No que se refere aos exercícios propostos, é conveniente destacar que eles são oferecidos de forma blocada, ou seja, o autor expõe o conteúdo em itens e subitens e, após a sua exposição, apresenta os exercícios. Contudo, é pertinente ressaltar que, em um universo de 34 exercícios, apenas oito são contextualizados. E, nessa altura da discussão, é salutar destacar que:

> É importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares (BRASIL, 1997, p. 25).

Por fim, Miani (2012) apresenta um boxe com informações sobre o astrolábio**,** uma espécie de bússola que os marinheiros usavam com o objetivo de saber a orientação espacial, com referência à posição do sol. Logo após, ele mostra os materiais que necessita para a realização desse experimento, além de expor como ele é feito. O autor finaliza esse experimento, ensinando como o astrolábio era utilizado e qual era a real finalidade dele para os marinheiros da época.

Para Meneghetti (2011), as experimentações matemáticas que o autor sugere, são de extrema relevância ao aluno, e ao processo de ensino e aprendizagem. Ainda segundo o autor, essas experimentações podem fazer com que o aluno tenha um melhor desempenho em resolução de problema. Meneghetti (2011) também afirma que, com o uso das experimentações matemáticas, "focaliza-se um dos experimentos e suas atividades com o objetivo de indicar as possibilidades de relacioná-las com abordagens alternativas do ensino de matemática, tais como a resolução de problemas e a modelagem matemática" (MENEGHETTI, 2011, p. 1).

4.2 Análise da abordagem do conteúdo no livro *Matemática 9º ano*

No livro de matemática da coleção *Matemática 9º ano*, publicada pela editora Formando Cidadãos no ano de 2013, Maymone e Santos iniciam a abordagem da trigonometria apoiando na abordagem histórica e na importância da trigonometria para a humanidade, o que para Boyer (2001), Gomes (2015) e, ainda, para os PCN (BRASIL, 1997) é de extrema importância, já que o aluno pode refletir sobre o conteúdo, antes de aprendê-lo.

Em seguida, Maymone e Santos (2013) iniciam a exposição das razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente. Essa exposição é contextualizada e objetiva, pois os autores fazem uma reflexão do conteúdo e, em seguida, mostram a principal necessidade dessas razões. Esse tipo de abordagem, em que se propõe uma reflexão do conteúdo e uma ilustração de sua aplicabilidade, segundo os PCN (BRASIL, 1997), Gomes (2015) e Ausubel (1982), pode ser benéfica para o processo de ensino e aprendizagem, já que os alunos podem aprender o conteúdo mais rápido. Entretanto, os exemplos que fazem parte da exposição teórica não dialogam com situações do cotidiano do aluno.

Maymone e Santos (2013), logo após mostrar as razões trigonométricas, iniciam uma discussão sobre ângulos notáveis. Eles apresentam instruções e exemplos de cada ângulo citado. Além de abordar situações-problema que envolvem o dia a dia do aluno, os autores ainda propõem a construção de tabela com os ângulos notáveis e convidam os alunos a resolverem exercícios que se aproximam do cotidiano deles. Portanto, nessa seção, é possível observar que os autores se aproximam do que é desejável no processo de mediação de conteúdos matemáticos.

Os autores dão continuidade em seu capítulo com o subtema denominado Relação Fundamental da Trigonometria.

Merece destaque a apresentação de dois boxes em que os autores apresentam a prova dos valores dos ângulos notáveis e uma pequena mensagem aos seus leitores, com o objetivo de mostrar a importância da trigonometria para o crescimento profissional. O primeiro boxe tem maior destaque pela cor avermelhada, com o título denominado de "Importante". Nesse boxe, são apresentados os ângulos notáveis de $30°$, $45°$ e $60°$ (Figura 5).

O segundo boxe traz uma citação que objetiva fazer com que os alunos reflitam sobre esse conteúdo apresentado e concluam que é necessário aprender trigonometria, pois eles podem aplicar esses conhecimentos em diversas situações do dia a dia e ter até mesmo um melhor desenvolvimento profissional, dependendo da carreira que seguir. Com isso, os autores ratificam a ideia de que a trigonometria poderá estar presente na vida profissional e pessoal dos alunos.

Adiante, os autores apresentam a tabela das razões trigonométricas dos ângulos agudos, de $1°$ a $89°$. Porém, já havia sido destacado quais são os ângulos notáveis e sua aplicação, o que pode colaborar para uma melhor compreensão dos problemas lógico-matemáticos envolvendo o conteúdo. Logo após a apresentação da tabela, são mostrados exemplos envolvendo situações com as quais os alunos podem se deparar na sua rotina.

Figura 5: Prova dos valores dos ângulos notáveis

1) Seno, cosseno e tangente dos ângulos de medidas 30°, 45° e 60° (conhecidos, por alguns autores, como **ângulos notáveis** por aparecerem com muita **frequência**, principalmente nos problemas de Física): para encontrá-los nos ângulos de 30° e 60°, usamos um triângulo equilátero e, para encontrá-los no ângulo de 45°, usamos um quadrado.

2) Existe uma outra forma de apresentar a prova trigonométrica num triângulo em função de seus lados, como mostraremos logo abaixo:

Considere o triângulo equilátero apresentado na figura ao lado. A Geometria Plana nos mostra que a altura h é perpendicular ao lado, e sua medida é igual a $h = \frac{L \times \sqrt{3}}{2}$. A altura também é mediana (divide-se ao meio) e bissetriz do ângulo interno. Assim, no triângulo retângulo ACD, temos a hipotenusa L e os catetos h e $\frac{L}{2}$. Calculando o seno, o cosseno e a tangente dos ângulos de 30° e 60° vem:

$$\text{sen } 30° = \frac{\frac{L}{2}}{L} = \frac{L}{2} \times \frac{1}{L} = \frac{1}{2}$$

$$\text{sen } 60° = \frac{h}{L} = \frac{\frac{L \times \sqrt{3}}{2}}{L} = \frac{L \times \sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{L} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 30° = \frac{h}{L} = \frac{\frac{L \times \sqrt{3}}{2}}{L} = \frac{L \times \sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{L} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } 30° = \frac{\frac{L}{2}}{h} = \frac{\frac{L}{2}}{\frac{L \times \sqrt{3}}{2}} = \frac{L}{2} \times \frac{2}{L \times \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos 60° = \frac{\frac{L}{2}}{L} = \frac{L}{2} \times \frac{1}{L} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 60° = \frac{h}{\frac{L}{2}} = \frac{\frac{L \times \sqrt{3}}{2}}{\frac{L}{2}} = \frac{L \times \sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{L} = \sqrt{3}$$

Fonte: Maymone e Santos (2013, p. 172)

Em seguida, são propostos exercícios contextualizados (todos eles), que envolvem situações-problema concretas, como as que tratam da medição de rampas, de altura de avião, de bandeira e de poste. Conforme os PCN (BRASIL, 1997), Gomes (2015), Ausubel (1982) e Azambuja (2013), essa abordagem pode acarretar benefícios futuros para o processo de ensino e aprendizagem, tendo em vista que o aluno pode absorver os conteúdos mediados em sala e aplicá-los em sua rotina frequente.

Em seguida, Maymone e Santos (2013) discorrem sobre a lei dos senos. Eles começam esse estudo com uma pequena introdução, em que citam que, “em todo triângulo, os seus lados são proporcionais aos senos dos ângulos opostos a eles” (MAYMONE; SANTOS, 2013, p. 178). Em seguida, os autores da obra provam essa introdução (Figura 6).

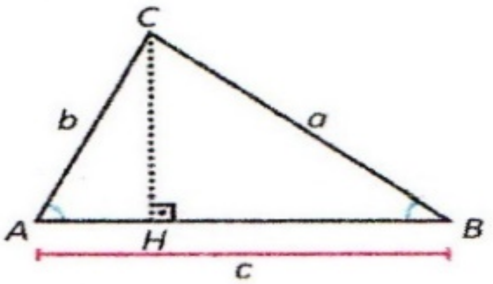
Figura 6: Lei dos Senos

Lei dos senos, ou teorema de Lamy

O teorema de Lamy afirma que, em todo triângulo, os seus lados são proporcionais aos senos dos ângulos opostos a eles. Esse teorema também é conhecido como **lei dos senos**.

Vamos demonstrar a lei dos senos:

Seja o triângulo ABC acutângulo e $\overline{CH}$ a altura relativa ao lado $\overline{AB}$.



$$\triangle CAH: \text{sen } \hat{A} = \frac{\overline{CH}}{b} \rightarrow \overline{CH} = b \text{ sen } \hat{A}$$

$$\triangle CBH: \text{sen } \hat{B} = \frac{\overline{CH}}{a} \rightarrow \overline{CH} = a \text{ sen } \hat{B}$$

$$\downarrow$$

$$b \text{ sen } \hat{A} = a \text{ sen } \hat{B} \rightarrow \frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}}$$

Procedendo de modo análogo: $\dfrac{b}{\text{sen } \hat{B}} = \dfrac{c}{\text{sen } \hat{C}}$.

Fonte: Maymone e Santos (2013, p. 178)

Maymone e Santos (2013), com um pequeno boxe no final da página, conseguem colocar em evidência a fórmula apresentada, deixando claro que a lei dos senos é eficaz em um triângulo qualquer. Para Nagafuchi e Batista (2008), esse tipo de abordagem se faz necessária, pois o aluno precisa saber provar a necessidade de fazer aquele determinado cálculo, para que o ensino de matemática não se torne vigorosamente mecânico.

Em seguida, os autores dão ênfase a exemplos práticos do dia a dia dos alunos. No entanto, eles mostram apenas um exemplo. Isso talvez não seja suficiente para o entendimento do conteúdo, tendo em vista que, adiante, os autores sugerem exercícios com situações-problema frequentes da rotina dos estudantes.

Considerando essa problemática, Gomes (2015) e os PCN (BRASIL, 1997) reiteram ser necessária uma reflexão do conteúdo exposto e, em seguida, uma exibição de aplicações dele. Com base nisso, podemos concluir que talvez haja dificuldade partindo dos alunos na resolução dos exercícios propostos, já que os mesmos podem não ter um entendimento suficiente.

Os autores ainda abordam a lei dos cossenos, com sua demonstração. Em seguida, os autores dão total atenção a exemplos que envolvem situações-problemas do cotidiano do aluno.

Por fim, Maymone e Santos (2013) apresentam uma lista de exercícios, que aborda todo conteúdo trabalhado ao longo do capítulo. A exposição dessa lista de exercícios nos remete à preocupação dos autores em revisar todo conteúdo estudado.

5 PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Segundo os PCN (BRASIL, 1997), Strasburg, Sperotto e Meneghetti (2015) e Ausubel (1982), é importante que os educadores se adaptem às novas estratégias de mediação do saber, usando novas perspectivas em prol de uma aula diferente. Mas o que seriam essas novas perspectivas? Para os PCN (BRASIL, 1997) e para Gomes (2015), as novas perspectivas para o ensino da trigonometria consistem em atividades que abordem o conteúdo proposto, porém com outra metodologia, saindo do convencionalismo do quadro e giz. Dessa forma, fica claro que aulas práticas usando tecnologias, materiais concretos, história da matemática, entre outros, são novas perspectivas de ensino. Desse modo, apresentamos abaixo novas perspectivas de ensino de trigonometria que podem ajudar o professor em suas aulas, podendo dinamizá-las e torná-las mais atrativas.

Segundo Strasburg, Sperotto e Meneghetti (2015), uma aula com uso de *software* pode trazer grandes benefícios ao aluno e um melhor entendimento da trigonometria. Os autores citam o *software Geogebra* e todos os atributos desse programa como instrumentos importantes para desenvolver uma abordagem dinâmica sobre o ciclo trigonométrico. Segundo eles, a abordagem do conteúdo, por meio desse recurso, contribui para um melhor desenvolvimento do aluno com relação à trigonometria, em especial no que se refere ao ciclo trigonométrico.

Strasburg, Sperotto e Meneghetti (2015) também ressaltam que o conhecimento sobre as razões trigonométricas pode ser mediado através do *software Geogebra.* Todavia, na pesquisa realizada por eles, não foi desenvolvido todo o conteúdo de razões trigonométricas. Ao invés disso, foi dado um maior enfoque às razões que têm maior aplicabilidade na matemática, que são elas as razões seno, cosseno e tangente.

Por fim, Strasburg, Sperotto e Meneghetti (2015) apresentaram aos alunos algumas resoluções de situações-problema sobre o conteúdo com o auxílio do *software*. Logo depois, propuseram aos alunos exercícios de verificação da aprendizagem, os quais a grande maioria conseguiu responder sem muita dificuldade, o que caracteriza uma aprendizagem significativa. Porém, foi perceptível, na outra parte dos alunos, certa dificuldade em entender os pressupostos teóricos da trigonometria.

Ainda existem outros métodos de ensino de trigonometria em sala de aula como, por exemplo, o método de ensino por meio de jogos didáticos. Esses jogos baseiam-se nos conceitos básicos da trigonometria, tais como, as relações métricas e razões trigonométricas, que foram bases didáticas para a formulação desses jogos.

Marinho et al. (2015) formularam jogos, cujo princípio é melhorar o desempenho lógico-matemático nos conceitos básicos citados acima e na resolução de questões envolvendo a trigonometria básica. Interessa saber que esses jogos foram apresentados a professores dos anos finais do Ensino Fundamental, para que eles tivessem um olhar crítico sobre jogos na resolução de questões que envolvem o cotidiano do aluno. Também foi proposta uma lista de exercícios que os professores deveriam responder com o auxílio dos jogos apresentados. Além disso, os professores deveriam analisar e depois apresentar ao grupo se os alunos teriam dificuldade ou não para resolver as questões propostas.

A análise feita por Marinho et al. (2015) dos professores que participaram da oficina de jogos foi muito positiva, tendo em vista que todos os docentes responderam as questões e apresentaram o seu método de resolução de forma lúdica. Além disso, os professores afirmaram que seus alunos seriam capazes de responder as questões, usando o método sugerido pelo autor.

Outra perspectiva é relacionar fatos históricos da trigonometria para ensiná-la. Silveira e Balieiro Filho (2013) defendem essa perspectiva, mostrando que relacionar a história da trigonometria com o processo de ensino é uma forma valiosa para compreendê-la, visto que faz com que o conhecimento chegue mais fácil e claro para o aluno.

Gomes (2015) cita que esse meio de ensino vem sendo muito usado e impulsionado pelos educadores. Ele explica que o método pode trazer melhorias para a aprendizagem, porém deve-se analisar o nível da turma e se o facilitador que utiliza os fatos históricos tem ao seu favor, pelo menos, o hábito de leitura e o domínio o assunto. Por outro lado, alguns pesquisadores entendem que a história da matemática é uma "área de conhecimento matemático, campo de investigação da científica. Por isso, é ingênuo considerá-la com um simples instrumento metodológico" (GOMES, 2015, p. 14).

A perspectiva mencionada em Silva, Sá e Oliveira (2016) também pode trazer uma abordagem nova para o ensino de trigonometria. Essa abordagem propõe que a trigonometria seja apresentada em um geoplano, que é uma estrutura de madeira com pregos pequenos, separados pela distância de $1\ cm$, formando um quadrado ou retângulo com vários pregos e as figuras planas são criadas com elásticos.

Silva, Sá e Oliveira (2016) aplicam o conteúdo de razões trigonométricas com o auxílio do geoplano. No primeiro momento, os autores sugeriram que os alunos criassem um triângulo equilátero com auxílio de elásticos. No segundo momento, eles refletiram sobre os conceitos de razões trigonométricas, trazendo sua forma primitiva. Por último, demonstraram como é feito o cálculo dessas razões e propuseram exemplos envolvendo o cotidiano dos alunos.

Portanto, existem inúmeras maneiras para desenvolver a trigonometria e entender a sua funcionalidade no Ensino Fundamental, visando sempre um melhor entendimento dos alunos para que, assim, as aulas possam atender ao que sugerem os PCN (BRASIL, 1997), Gomes (2015), Azambuja (2013) e Ausubel (1982), ou seja, uma abordagem de ensino de trigonometria que privilegie uma aplicação no cotidiano, fazendo com que o aluno possa refletir entender e aplicar esse conteúdo no seu dia a dia.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Embora o professor encontre dificuldades na sala de aula, cabe a ele buscar novas perspectivas para melhorar o entendimento do conteúdo da trigonometria. Dentre essas perspectivas, podemos citar algumas, tais como: o uso de *softwares*, a perspectiva histórica e as aplicações cotidianas do conteúdo.

Segundo Ausubel (1982), Gomes (2015), Azambuja (2013) e ainda os PCN (BRASIL, 1997), o ensino de trigonometria deve estar alinhado com o cotidiano do aluno. Essa abordagem pode trazer benefícios para o processo de ensino e aprendizagem, pois o aluno pode relacionar o conteúdo mediado em sala de aula e aplicá-lo no seu dia a dia.

Com bases nos pressupostos teóricos de Ausubel (1982), Gomes (2015), Costa (1997) e outros teóricos tais como Ribeiro (2007), Meneghetti (2011), Luccas e Batista (2008), Azambuja (2013) e Nagafuchi e Batista, (2008), podemos dizer que o livro que melhor aborda o conteúdo de trigonometria é o de Maymone e Santos (2013), por expor a história da trigonometria, por abordar questões e exemplos relacionados ao dia a dia do aluno, por provar teoremas e fórmulas, e por ter uma linguagem objetiva e clara, podendo possivelmente fazer com que o processo de ensino e aprendizagem tenha êxito.

Por fim, a presente pesquisa não buscou encerrar a discussão a respeito do ensino de trigonometria a partir do livro didático, mas refletir sobre esse problema para, possivelmente, contribuir com o ensino da matemática.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. **A aprendizagem significativa**. São Paulo: Moraes, 1982.

AZAMBUJA, M. T. **O uso do cotidiano para o ensino de matemática em uma escola de Caçapava do Sul**. 2013. 32 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Ciências Exatas) – Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BONITO, J. Perspectivas actuais sobre o ensino das ciências: clarificação de caminhos. **Terra e Didática**, v. 4, n. 1, p. 28-42, 2008.

BORGES, C. F. **Transição das razões trigonométricas do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico**: uma sequência para o ensino. 2009. 150 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

BOYER, C. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, 2001.

COSTA, N. M. L. **A História da Trigonometria**. São Paulo: PUC, 1997.

DANTE, L. R. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2005.

D'AMBROSIO, U. **A era da consciência**. São Paulo: Fundação Petrópolis, 1997.

DOURADO, L. F.; OLIVEIRA, J. F. A qualidade da educação: perspectivas e desafios. **Cadernos Cedes,** Campinas, v. 29, n. 78, p. 201-215, mai/ago, 2009.

FRITZEN, K. R. **Estudo do sistema conceitual de trigonometria no ensino fundamental**: uma leitura histórico-cultural. 2011. 97 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2011.

GOMES, S. C. Ensino de trigonometria numa abordagem histórica. **Holos**, Natal, v. 3, p. 193-203, 2015.

GOMES, E. B. **A história da matemática como metodologia de ensino da matemática**: perspectivas epistemológicas e evolução de conceitos. 2005. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

GUELLI, O**. Contando a história da matemática dando corda na trigonometria**. São Paulo: FGV, 2009.

LIMA, N. J. Aprendizagem significativa em trigonometria sob o ponto de vista de quem ensina e de quem aprende. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 6., 2013, Canoas. **Anais**... Canoas, 2013. p. 1-15.

LUCCAS, S.; BATISTA, I. L. A importância da contextualização e da descontextualização no ensino de matemática: uma análise epistemológica. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE

ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2008, Rio Claro. **Anais**... Rio Claro, 2008. p. 1-17.

MARINHO, B. M. et al. Matemática lúdica e investigativa no ensino fundamental. In: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2015, São João Del Rey. **Anais**... São João Del Rey, 2015. p. 1-8.

MARQUES, M. N. D. **O ensino de razões trigonométricas no triângulo retângulo.** 2014. 28 p. Relato de experiência (Curso de Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014.

MAYMONE, A.; SANTOS, J. **Matemática 9º ano**. Recife: Formando Cidadãos, 2013.

MENEGHETTI, R. C. G. Experimentoteca de matemática: discussões sobre possibilidades de sua utilização no processo de ensino e aprendizagem de matemática. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 6, n. 1, p. 121-132, jan./jun. 2011.

MIANE, M. **Matemática 9º ano**: eu gosto mais. São Paulo: IBEP, 2012.

NAGAFUCHI, T.; BATISTA, I. L. O que é demonstração? Aspectos Filosóficos. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2008, Rio Claro. **Anais**... Rio Claro, 2008. p. 1-16.

OLIVEIRA, F. C. **Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades**. 2006. 74 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.

OLIVEIRA, L. C. Educação nos tempos atuais: grandes desafios. **Revista psicopedagogia**, São Paulo, v. 20, n. 61, p. 67-71, 2003.

PERIUS, A. A. B. **A tecnologia aliada ao ensino de matemática**. 2012. 55 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Mídias na Educação) – Universidade federal do Rio Grande do Sul, Cerro Largo, 2012.

RIBEIRO, R. G. **Técnicas para demonstrar teoremas**. Ouro Preto: Departamento de Ciências Exatas e Aplicadas, 2007.

SILVEIRA, J. S.; BALIEIRO FILHO, I. F. Uma proposta para o ensino de trigonometria por meio da história da matemática. **UNOPAR Científica Ciências Exatas e Tecnológicas**, Londrina, v. 12, n. 1, p. 51-60, nov. 2013.

SILVA, S. A. F.; SÁ, L. C.; OLIVEIRA, S. C. Ensino de razões trigonométricas no laboratório de matemática: uma experiência com utilização de geoplanos numa perspectiva investigativa. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais**... São Paulo, 2016, p. 1-12.

STRASBURG, E. B.; SPEROTTO, F. A.; MENEGHETTI, C. M. S. Atividades de Trigonometria para o ensino fundamental com o uso do software Geogebra. **Ciência e Natura**, Santa Maria, v. 37, p. 617-635, 2015.