

# O Professor e a Autoria de Jogos como Recursos Pedagógicos para a Aprendizagem Matemática

## The Teacher and the Authorship of Games as Pedagogical Resources for Mathematics Learning

Cristiano A. Muniz<sup>1</sup>

### Resumo

O que jogo e atividade matemática têm em comum? Quais são as similitudes entre o espaço em que se realiza o jogo e o espaço em que se tece a aprendizagem matemática? O que é aprender matemática, e o que podemos desenvolver no jogo para contribuir com o processo de aprendizagem? um jogo para favorecer aprendizagem matemática tem que, necessária e desejavelmente, mobilizar objetos de conhecimento matemático? Podemos garantir aprendizagem matemática na realização de jogos na sala de aula ou a apropriação consciente e reflexiva acerca de objetos matemáticos, na concepção vergnaudiana de conceitualização, requer algo a mais na atuação pedagógica do professor a partir do jogo enquanto recurso pedagógico? A avaliação da aprendizagem matemática é pós-jogo ou o jogo se constitui em espaço psicológico essencial para a avaliação formativa a partir dos diálogos e movimentos conceituais nele presentes? Ao discutirmos essas questões centrais, desembocaremos, neste breve texto, nos desafios da formação do educador brincante para a promoção da motivação no aprender matemática. Brincante, como veremos, no sentido de que o próprio conhecimento matemático e suas aprendizagens se constituem no jogo maior e mais essencial, uma vez que é provocador, estimulante, agregador e social.

**Palavras-chave:** Jogos matemáticos. Práticas e formação pedagógica. Aprendizagem matemática.

### Abstract

What does game and mathematical activity have in common? What similarities between the space where the game is played and the space in which the mathematical learning is woven? What is mathematical learning and what can we develop in the game to achieve it? To promote mathematical learning, must a game necessarily and desirably mobilize mathematical knowledge objects? Can we guarantee mathematical learning by playing games in the classroom, or does the conscious and reflexive appropriation of mathematical objects, according to the Vergnaudian concept of conceptualization, require something else in the teacher's pedagogical performance from the game while pedagogical resource? Is evaluation of mathematical learning post-game, or is the game an essential psychological space for the formative evaluation, as of the dialogues and conceptual movements present in the game? By discussing these core questions, we will breakthrough, in this brief text, in the challenges of the training of the playful educator for promoting motivation in mathematical learning, but playful, as we will see, in the sense that mathematical knowledge itself and its learning make up the greater and more essential game, seeing it is provocative, stimulating, aggregating and social.

**Keywords:** Mathematical games. Pedagogical practices and training. Mathematical learning.

---

<sup>1</sup> Pós-Doutor em Educação pela UnB, professor associado aposentado da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília, DF, Brasil. <http://lattes.cnpq.br/9878321982029909> <https://orcid.org/0000-0003-0345-2056>. E-mail: [cristianoamuniz@gmail.com](mailto:cristianoamuniz@gmail.com).

Post-Doctorate in Education from UnB, Retired associate professor from the Education College of University of Brasília - DF - Brazil. <http://lattes.cnpq.br/9878321982029909> <https://orcid.org/0000-0003-0345-2056>. Email: [cristianoamuniz@gmail.com](mailto:cristianoamuniz@gmail.com).

## 1 INTRODUÇÃO

A aprendizagem matemática e sua complexidade, também os jogos como recursos pedagógicos, constituem-se no foco central deste texto, que busca refletir sobre possibilidades e limites da proposição de jogos para a superação de dificuldades na aprendizagem da disciplina escolar em questão. As reflexões são fundamentadas em quase quarenta anos de investigação científica das produções de saberes matemáticos e aprendizagens em atividades conceitualizadas como jogos.

As análises e reflexões aqui delineadas ainda estão pouco presentes nas publicações brasileiras, apesar do crescente discurso favorável do jogo como recurso pedagógico para aprendizagem matemática. Por exemplo, ao consultar as publicações da revista Hipátia, encontramos apenas um único artigo sobre as práticas pedagógicas de professores nos anos iniciais. O artigo apresenta uma análise acerca da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e suas orientações e relações com os saberes dos professores. Utsumi e Silva (2021) trazem a questão do jogo de forma periférica, uma vez que, nas falas dos professores que participaram do estudo, poucos elementos são apresentados. Isso aponta para a maior necessidade de uma discussão acadêmica das relações entre o jogo como recurso pedagógico e a aprendizagem matemática, como buscamos aqui iniciar.

Partimos da análise do quanto o fenômeno da aprendizagem matemática é um tema complexo e desafiante. Foquemos nessa complexidade, não somente na perspectiva de que a seus objetos de conhecimento são difíceis, mas a partir do pressuposto fundamental de que a aprendizagem matemática é tanto complexa quanto dinâmica, diversa e desafiante, uma vez que apresenta uma dimensão de subjetividade de fundamental importância (MUNIZ, 2016) e pode ser vista como produção cognitiva de sujeito ativo no contexto de experiência. Esse é um dos motivos de tantas teorias (como Piaget, Vergnaud, Kamii, Nunes, entre muitos outros) buscarem descrever e analisar o fenômeno da aprendizagem matemática.

O protagonismo de quem aprende, no caso de quem aprende Matemática, é elemento basilar nos processos de desenvolvimento pessoal em relação a conceitos e procedimentos matemáticos (VERGNAUD, 2009), uma vez que cada aprendiz é sujeito ativo na elaboração cognitiva da apropriação dos objetos de conhecimentos, enquanto sujeito histórico e cultural (VYGOTSKY, 1995), num processo de elaboração psicológica permeada pela produção de significados (GONZÁLEZ REY, 2012). Afinal, sem significado não há aprendizagem, tratamos aqui de afirmar. O significado elaborado no processo de apropriação e desenvolvimento do conteúdo matemático reflete a própria história de cada sujeito enquanto aprendiz e, portanto, mesmo no contexto do ensino-aprendizagem, não existem na história dois processos semelhantes do aprender matemática. A partir da teoria da subjetividade (GONZÁLEZ REY, 2012), podemos inferir que cada sujeito que aprende é um sujeito singular e, assim, cada aluno tece em si uma história e percepção únicas. A ideia de construcionismo de S. Papert (1985) aporta esta perspectiva conceitual e teórica, uma vez que a aprendizagem, em especial a matemática, permite ao sujeito que aprende a elaboração de uma reflexão sobre seus processos constituidores personalísticos acerca do que aprende, por que aprende, bem como de quem é ele como aprendiz. Portanto, o protagonismo do processo de aprendizagem é central, sobretudo no contexto da educação matemática.

Como favorecer o ensino se a aprendizagem matemática se dá no processo ativo de experiência de cada sujeito, na ação e reflexão que se constitui? Neste contexto de necessidade de engajamento do sujeito à experiência que redundará em aprendizagem é que trazemos o fenômeno da dificuldade em aprender Matemática e os desafios do ensinar. O engajamento do

sujeito aprendiz nessa atividade promotora depende significativamente do quanto percebe-se motivado, desafiado e confiante para mobilizar-se na tarefa proposta - mobilização que ao mesmo tempo é cognitiva, emocional e social. O aluno somente se envolve com a experiência e produz aprendizagem ao aceitar o desafio, acreditar em si, mobilizando-se de forma plena e integral, numa coordenação estruturante entre o intelectual, o emocional e o social: eu quero, eu posso, eu participo. Se o professor encontra dificuldade em elaborar uma proposta que leve ao engajamento do aluno e se na experiencição, o que prevalece é a desmotivação, a descrença em si para a aprendizagem, por outro lado observamos cada vez mais professores recorrendo a jogos como forma de superação de tais dificuldades e seus obstáculos. Este texto busca relacionar teórica e conceitualmente a aprendizagem matemática e o jogo enquanto recurso didático possível de superação do fenômeno da dificuldade no aprender os conteúdos dessa área em contexto escolar. Isso implica refletir sobre a formação do professor que ensina Matemática na Educação Básica e sua capacidade de ser autor da produção, oferta e mediação de jogos que visam à aprendizagem de objetos matemáticos. Será possível elaborar jogos em que, na interação dos alunos com a proposição lúdica, as dificuldades sejam dissipadas? As soluções para tais desafios estão na elaboração e oferta de jogos? Como é a formação do professor pensando na sua capacidade de superação de desafios da aprendizagem matemática por meio de jogos?

Para tanto, este texto aborda inicialmente a própria noção de jogo e sua relação com atividade matemática e suas aprendizagens. O que jogo e atividade matemática têm em comum? Quais são as similitudes entre o espaço em que se realiza o jogo e o espaço em que se tece a aprendizagem matemática? O que é aprender Matemática e o que podemos desenvolver no jogo para tal realização? Além disso, um jogo, para favorecer aprendizagem matemática, tem que, necessária e desejavelmente, mobilizar objetos de conhecimento matemático? Quais são as diferentes perspectivas de proposição de jogos visando à aprendizagem matemática na perspectiva de protagonismo do sujeito que aprende (GONZÁLEZ REY, 2008)? A elaboração, proposição, resolução e validação de situações-problemas podem ser pressupostas como colunas vertebrais do processo de aprendizagem matemática? O que uma atividade denominada pelo professor como jogo tem a ver com situações-problemas? Podemos garantir aprendizagem nesse sentido pela simples realização de jogos na sala de aula ou a apropriação consciente e reflexiva acerca de objetos matemáticos, na concepção vergnaudiana de conceitualização, requer algo a mais na atuação pedagógica do professor a partir do jogo enquanto recurso pedagógico? A avaliação da aprendizagem matemática é pós-jogo ou o jogo se constitui em espaço psicológico essencial para a avaliação formativa a partir dos diálogos e movimentos conceituais nele presentes? Ao discutirmos tais questões centrais, desembocaremos, neste breve texto, nos desafios da formação do educador brincante para a promoção da motivação no aprender matemática. Brincante, como veremos, no sentido de que o próprio conhecimento matemático e suas aprendizagens se constituem no jogo maior e mais essencial, uma vez que é provocador, estimulante, agregador e social.

## **2 JOGO COMO RECURSO PARA O APRENDER MATEMÁTICA**

Como estamos a afirmar, o protagonismo do aluno em seus processos de aprendizagem matemática são fundamentais ao intentarmos melhor compreender os processos diversos e complexos desse fenômeno cognitivo, para então podermos, objetivando qualificar o ato pedagógico, oferecer recursos mais apropriados, organizar o ambiente de ensino-aprendizagem e desenvolver a mediação pedagógica.

Nesse processo autoral de sua aprendizagem matemática, o sujeito que aprende (GONZÁLEZ REY, 2008) mobiliza no processo de conceitualização o que Vergnaud (2009) denomina de *conceito em ação* e *teorema em ação*, a partir das rupturas cognitivas provocadas na experiência, numa dinâmica e complexa atividade matemática em construção e a ser validada, que se associa profundamente com sua própria história de aprendizagens pretéritas. Ou seja, frente a uma situação-problema desafio, o sujeito mobiliza-se resgatando em seu acervo cognitivo (conceitos-procedimentos) conhecimentos validados em situações anteriormente vivenciadas. Nosso texto busca trazer para o centro das reflexões o quanto as situações de aprendizagens são organizadas a partir de atividades classificadas pelo professor como jogo, para favorecer as aprendizagens matemática escolar.

Assim pensando, o professor é como o regente da orquestra, quem executa a peça proposta (situação didática) são os músicos (alunos). O regente, desafia, orienta, avalia e apoia, mas quem realiza não é o professor, e sim os alunos, que em ação (cognitiva, afetiva e social) constroem proposições e se engajam em processo de socialização e de validação.

O jogo é aqui pensado e proposto como recurso pedagógico, mas não como panaceia em si, e sim como proposta de ação ao aluno, deve, enquanto recurso, desafiar, motivar, favorecer o engajamento, fazer pensar, levantar hipóteses, elaborar, testar estratégias, comunicar, argumentar e validar ações e resultados. Todas estas ações são fundamentais para a concretização da aprendizagem matemática.

Mais adiante, apresentaremos um quadro indicando o quanto jogar e matematizar são atividades homomorfas. Estruturas homomorfas são semelhantes, produzem resultados equivalentes, mas não são as mesmas coisas. O professor que pensa em elaborar, oferecer, mediar e avaliar aprendizagens matemáticas há de identificar as semelhanças entre ela e o ato de jogar. Jogar e aprender matemática estão associados, mas são estruturas distintas, de que trataremos a seguir.

## **2.1 Problematização: jogos vistos como panaceia frente ao desafio de promoção da aprendizagem matemática.**

Se os alunos estão desmotivados pelas aulas de matemática, achando tudo muito difícil, vamos propor jogos que o problema estará resolvido. Essa é uma premissa que não contribui com a qualificação da aprendizagem matemática na escola, uma vez que, de um lado, a motivação não deve ser pelo jogo, mas pelo conhecimento; de outro, a dificuldade não deve ser eliminada, uma vez que não vai na contramão da aprendizagem, já que dificuldade e superação são elementos contribuidores desse processo e do desenvolvimento cognitivo. Aprender é superar dificuldades, gerar novos conceitos e procedimentos até então ausentes no repertório cognitivo do sujeito. O prazer experimentado pela atividade (assumindo o prazer como elemento essencial na constituição da atividade lúdica. Uma atividade é lúdica quando intrinsecamente propicia sentimento de prazer) deve ser decorrente, não de natural e pretensa felicidade e alegria pelo jogar e ganhar, mas sim pela descoberta ou construção de sua capacidade de superação de situações de desafios, na possibilidade de concretização de novas aprendizagens conceituais e procedimentais, gerando elementos fundamentais para o desenvolvimento global frente às dificuldades experimentadas. A autossuperação deve ser o grande ganho no jogo, sendo os objetos matemáticos artefatos culturais presentes em tais atividades. Jogar deve ser desafiar, aprender, superar-se e desenvolver-se. O

valor do jogo não está na estrita sensação de alegria que ele favorece, mas na possibilidade de geração de desenvolvimento cognitivo, emocional e social.

Todo jogo é um ambiente organizado por sistema de regras que devem permear, balizar e validar os pensamentos e comportamentos dos participantes. Essa organização do jogo deve ser fonte de proposição de estruturas e conhecimentos matemáticos os quais os alunos jogadores têm de mobilizar para que se gerem novas aprendizagens pretendidas pela escola e seu currículo. A concepção, o desenvolvimento, a oferta e a mediação do jogo no espaço escolar devem ser tecidos de maneira que a realização pelos sujeitos signifique, forçosamente, a colocação em movimento sociointerativo dos saberes matemáticos que a atividade suscita. Sem haver, obviamente, uma premunção absoluta pelo professor dos saberes mobilizados durante o jogo, em quais momentos, de que maneira e com que intensidade os objetos matemáticos estão entremeados nas atividades cognitivas em questão. Muito pouco sabemos sobre os conhecimentos mobilizados no jogo antes de sua realização e da reflexão sobre ele. O conhecimento matemático presente na atividade não pode ser uma camisa de força determinista das ações cognitivas, uma vez que deve a atividade ter uma forte carga psicológica e lógica de imprevisibilidade e indeterminação, em que reina o pensamento baseado nas possibilidades, hipóteses, estratégias e táticas. Os saberes matemáticos mobilizados, produzidos, testados, validados e reconhecidos só podem ser identificados após a finalização da partida, em momento que denominamos *metajogo* (MORBACH, 2012), de que trataremos adiante.

## 2.2 Tradicionais lócus do jogo no ensino da matemática: proto ou pós-aprendizagem

Se o aprender, em especial, matemática, deve ser a principal razão da presença do jogo na sala de aula da disciplina, pouco nos interessa nesta reflexão duas grandes categorias de jogos voltados às aprendizagens matemáticas muito difundidas no meio pedagógico: os jogos protoaprendizagem matemática e o jogos pós-aprendizagem matemática.

Os jogos protoaprendizagem são proposições pedagógicas que buscam despertar a motivação dos alunos para a aprendizagem antes da introdução do conteúdo matemático. O pensamento que aí impera é de que, se os alunos não apresentam motivação pela atividade matemática em si, então emprestemos a motivação pelos jogos para mobilizá-los para a aula de e tarefas propostas. Isso ocorre quando o professor não consegue despertar nos alunos a motivação pela atividade matemática, uma vez que a ludicidade (prazer) não é experimentada pelas atividades ofertadas por ele. Os jogos pós-aprendizagem têm muito a concepção de aula de exercício (SKOVSMOSE, 2001), ou seja, após ser trabalhado um conteúdo matemático, o professor fantasia/camufla – *déguiser*, segundo BROUGÈRE (1995) – a atividade de exercício, de treinamento, de memorização, na forma de jogo. Por exemplo, propor um jogo de trilha após a aprendizagem de equivalência de frações, na qual a cada casa em que o pião cai, o aluno tem que identificar frações equivalentes. Neste caso, um aluno que não realizou a aprendizagem de equivalência de fração nas aulas anteriores, não será capaz de realizar tal jogo.

Ambas podem ser consideradas como um *engodo pedagógico*, pois a aprendizagem não está configurada no próprio desenvolvimento da atividade lúdica, uma vez que ou ela vem na aula após o momento motivacional via jogo, ou é realizada em atividades não lúdicas, sendo ofertadas atividades após a aprendizagem para sua acomodação (termo piagetiano), exercitação, fixação, aplicação. Nestes casos o processo de aprender está em outro momento que não é o jogo em si.

Em um o jogo empresta à situação didática (BROUSSEAU,1998) a motivação pela atividade, e no outro o aluno realiza uma lista de exercícios de fixação disfarçada na forma de jogo.

Na reflexão apresentada neste texto, os dois casos de utilização pedagógica do jogo para o desenvolvimento das aprendizagens matemáticas não são o foco de análise e discussão. O que nos interessa é a apropriação teórica e prática dos jogos que tecem, ao longo de sua realização pelos alunos, novas aprendizagens matemáticas, uma vez que a atividade cognitiva provocada pela atividade requer que o sujeito mobilize, ative novas aprendizagens e, por consequência, ao longo do desenvolvimento do jogo – realizado de forma interativa – desperte em cada um, no contexto do pensamento diverso e complexo, sua capacidade de pensar matematicamente e realizar novas aprendizagens. Este seria o maior mérito de apropriação e oferta para potencialização da aprendizagem lúdica nas escolas: que tais atividades despertem uma motivação, uma energia lúdica pela dimensão matemática do jogo que, ao ser finalizado, cada aluno saia pleno de sentimento positivo quanto às suas capacidades de aprendê-la.

### 2.3 Qual espaço de realização do jogo? E a aprendizagem matemática?

Ao refletirmos sobre a mobilização pedagógica de jogos para favorecer aprendizagens matemáticas na escola, temos de trazer, mesmo que brevemente, os elementos que nos permitem articular o jogo com o fenômeno da aprendizagem matemática para então, em seguida, apresentarmos algumas aproximações possíveis em diferentes formas de jogos e suas aprendizagens matemáticas. Brougère (1995), apoiado em vasta base teórica sobre os jogos e suas relações com processos educacionais, levanta um pressuposto fundamental de que o jogo se realiza não no plano da materialidade, do concreto, do observável.

O jogo, para Brougère (1995), se realiza no plano das ideias, do imaginário, das representações mentais, do desejo, no domínio dos conceitos. Para Vergnaud (2009), aprender matemática é construção de conceitos, os quais colaboram com a estruturação de procedimento, delineando novas e mais complexas situações-problemas. Assim, a aprendizagem, tal qual a realização de jogos, se efetiva no plano do pensamento, do conceito, das representações mentais. Há, portanto, uma convergência entre jogar e aprender, uma vez que se concretizam no plano mental e representacional. Ora, se a aprendizagem do conteúdo em questão se constitui no contexto de resolução de problemas, de apropriação de situações, de problematização, de elaboração de estratégias resolutivas, de expressão e socialização dos procedimentos e de validação no grupo, os mesmos termos podem ser utilizados para o desenvolvimento de um jogo. Jogar é elaborar e propor problemas, é resolver e validar soluções. Assim, temos uma forte e importante articulação entre a matemática e o jogo no campo das situações-problema.

Quadro 1 - Comparativo entre elementos que constituem um jogo e os elementos que constituem a aprendizagem matemática.

<b>ELEMENTOS DO JOGO</b>	<b>ELEMENTOS DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA</b>
Realizado no plano do imaginário, no campo das representações mentais.	Realizado no plano dos conceitos, no campo das representações mentais.

É tecido a partir da elaboração, resolução, socialização, validação de situações-problema.	É tecido a partir da elaboração, resolução, socialização, validação de situações-problema.
Desenvolvido a partir de um sistema de regras lúdicas.	Desenvolvido a partir de um sistema de regras matemáticas.
Apresenta incertezas iniciais quanto ao resultado final: quem ganha e quem perde?	Apresenta incerteza quanto aos resultados finais: acerto ou erro.
Requer investimentos, envolvimento, mobilização de conhecimentos, levantamento de hipóteses e apresenta riscos.	Requer investimentos, envolvimento, mobilização de conhecimentos, levantamento de hipóteses e apresenta riscos.
Há de ter equidade de sucesso entre os envolvidos.	Há de ter equidade de sucesso entre os envolvidos.
Seu desenvolvimento requer processos de expressão dos pensamentos e de validação dos atos e resultados junto ao grupo.	Seu desenvolvimento requer processos de expressão dos pensamentos e de validação dos atos e resultados junto ao grupo.

(Fonte: elaborado pelo autor)

Todo e qualquer jogo é pautado, estruturado e proposto a partir de um sistema de regras que define as possibilidades de ações físico-cognitivas, que delimita o campo de atuação de pensamento e posturas éticas, de meios de trocas entre os participantes, da definição de objetivos e recursos disponíveis. A incerteza de processos e resultados é outro fator que o sistema de regras tem que assegurar para que a atividade seja considerada como jogo, de forma a garantir a equidade de possibilidade de igual sucesso a todos, ao menos no início da atividade. Todos esses fatores são igualmente presentes na atividade matemática que se realiza num sistema conceitual de regras e suas representações, que delinea estratégias de pensamento e suas representações, a possibilidade tanto de acerto quanto de erro, a definição de que todos, sem distinção, possam aprender matemática, pensar matematicamente, enfrentar e superar desafios produzindo, a cada situação, novos e mais complexos conceitos para resolver novos e mais desafiadores problemas. Isso é aprender Matemática, isso é jogar; e, portanto, jogar e matematizar são tecidos num mesmo campo epistemológico: das ideias, dos conceitos, das representações mentais, nas expressividades e validações argumentativas, em um mundo de elaboração, proposição e resolução de problemas inusitados que provoca, cada um, a cada instante, ir além, surpreender, surpreender-se, sem desrespeitar as regras que são socioculturalmente construídas e impostas, tanto no jogo quanto na atividade matemática.

#### **2.4 Aprender a jogar e desenvolver estratégias de jogos implicam a produção de esquemas mentais fundamentais para a aprendizagem da matemática**

Na seção anterior estávamos a refletir sobre elaboração e resolução de problemas como conectores conceituais entre o jogo e a aprendizagem matemática. Ao trazermos esta reflexão, muitos de nós, professores, vamos imediatamente mentalizar a presença de objetos matemáticos nos jogos para que tal conexão se efetive. Assim, pensamos em jogos com a presença de contagens, registros numéricos, operações aritméticas, deslocamentos espaciais, possibilidades e probabilidades, formas geométricas, grandezas e suas medidas, valores monetários ou não monetários (como a pontuação no tiro ao alvo, pega-varetas etc.). Mas aí recaímos em outra questão fundamental: há

necessidade de que o jogo tenha explicitamente os objetos matemáticos (de preferência dos determinados pelas diretrizes curriculares, como a BNCC (BRASIL,2017)) para que traga contribuições para as aprendizagens matemáticas escolares? Acreditamos que a resposta seja “não”. Não questionamos que a presença de objetos de conhecimento matemático em jogos contribui para sua apropriação como recurso pedagógico, mas muitos jogos, sem objetos matemáticos explícitos, podem contribuir fortemente para aprendizagens matemáticas nos diversos níveis de ensino.

Retomemos o conceito central de que a atividade denominada culturalmente como “jogo” é estruturada a partir de um sistema de regras. Há jogos mais simples, com um conjunto mais resumido e simplificado de regras. Entretanto há outros que são organizados a partir de um vasto e complexo sistema de regras, requerendo estruturas lógicas mais desenvolvidas do jogador. Assim, aprender um jogo, em função do sistema de regras que o estruturam, depende, dentre outros fatores, do nível de desenvolvimento cognitivo do sujeito para que aprenda o jogo, ou seja, assimile as regras propostas e seus significados em termos de possibilidades de construção de pensamento criativo. Da mesma forma que, em acordo a Vygotsky (1994), o aprendizado dessas estruturas possa gerar Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) e, por consequência, desenvolvimento global. Por sua vez, a assimilação da estrutura lógica de um jogo pode contribuir com o desenvolvimento das estruturas necessárias para as aprendizagens matemáticas. Em outras palavras, antes de jogar, devemos nos apropriarmos do sistema de regras do jogo. Essa apropriação implica um sujeito cognitivamente ativo, pois a assimilação das lógicas de cada regra requer uma elaboração mental do aprendiz. Quanto mais complexo o sistema de regras do jogo, mais atividade mental essa apropriação, esse aprender a jogar, vai requerer. Uma criança que consegue compreender um sistema complexo de regras e agir intelectualmente sobre ele, elaborando estratégias de ação, realização de antecipações apoiadas em levantamento de hipóteses, ser criativa e crítica em suas jogadas e de seus adversários, interpretar o possível pensamento do adversário por meio das ações observadas, rever pensamentos e realizar processos autorregulativos, está a desenvolver estruturas mentais, que indireta e inconscientemente, serão fundamentais para a estruturação de um pensamento abstrato e lógico fundamental para as aprendizagens matemáticas na escola e fora dela, sobretudo no campo profissional e científico.

Assim, queremos dizer que, para além dos números, operações, medidas, formas, probabilidades possivelmente presentes em jogos que favoreçam as aprendizagens matemática, consideramos que as estruturas lógicas dos sistemas de regras que os caracterizam têm importância ímpar para o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno (em especial os pensamentos algébricos e probabilísticos). Apropriar-se de tais estruturas lógicas e desenvolver táticas e estratégias pode ser visto como um mote para a realização e desenvolvimento de esquemas mentais (VERGNAUD, 2009) que serão de vital importância para a vida escolar do estudante no aprender matemática. Ao desenvolver e validar um esquema, permite que o sujeito epistêmico se aproprie de recursos cognitivos fundamentais para a elaboração de novos procedimentos lógicos em contextos mais diversos possíveis, inclusive na aula de matemática. Construir tais esquemas nos jogos, sem a imposição didático-pedagógica de um educador pode ser assumido como a possibilidade de prova que esquemas mentais não são objetos de ensino, de transmissão do professor ao aluno, mas são construções criativas e pessoais, realizadas em contextos de significado lógico para um sujeito em ação efetiva, que busca, mesmo num contexto altamente regrado, realizar e apresentar procedimentos inusitados, eficazes e validados. Ao elaborar estratégias mentais criando e resolvendo problemas em um sistema complexo de regras,

pode-se permitir que o jogador passe a se perceber capaz de enfrentamento e superação de desafios, o que é fundamental para o processo de aprendizagem matemática. Isso leva o sujeito a elaborações mentais mais elaboradas, seu (des)silenciamento, seu empoderamento intelectual e emocional.

## 2.5 Diferentes perspectivas de proposição de jogos para aprendizagem matemática

Nesta seção refletiremos acerca dos diferentes tipos de jogos e como os objetos de conhecimentos matemáticos podem estar neles presentes ou inseridos pelo educador conforme sua intencionalidade pedagógica. Muitas são as maneiras de classificação de jogos e brinquedos que se apoiam na intencionalidade pedagógica de quem os analisa. Como nosso olhar é para as aprendizagens matemáticas em jogos, vamos organizá-las em cinco grupos, tentando destacar as diferentes formas de relação entre jogo e aprendizagem matemática, para então o professor pensar na sua apropriação pedagógica para inserção em seus planejamentos pedagógicos.

Diferentes contextos e distintas configurações da atividade lúdica experimentada pelo sujeito revelam uma diversidade de possibilidades de relação entre o jogo e a aprendizagem matemática. Cada um deles apresenta fortalezas de um lado e fraquezas de outro em sua potencialidade para favorecer essas aprendizagens, o que aponta, na dimensão pedagógica, que a escola deve valer-se de uma multiplicidade de jogos das diferentes categorias, aproveitando o que cada um tem de melhor para qualificar as aprendizagens matemáticas. Vale ressaltar que tal organização categorial não esgota as muitas possibilidades de analisar e organizar os jogos, uma vez que tal organização obedece a uma lógica e a uma intencionalidade que não é de uso generalizado nem universal.

**Jogos da cultura infantil:** atividades lúdicas aprendidas na infância, realizadas nos contextos culturais fora da escola, passadas de uma geração para outra. São atividades como bingo, dominó, trilha, ludo, amarelinha, jogos com carta, trunfo, etc. Tais jogos têm elementos matemáticos como estrutura intrínseca da atividade lúdica, seja como regra e como estrutura funcional (como um dado, uma roleta, a espacialidade de uma trilha), mas, sobretudo, elementos matemáticos como contagens de pontuações, deslocamentos, probabilidades, formas geométricas, medidas de distância ou tempo como elementos que controlam o desenvolvimento da atividade e definem o atingimento dos objetivos lúdicos, ou seja, quem ganha e quem perde. A presença da Matemática é realidade da cultura lúdica e, portanto, permitir e mesmo estimular as crianças a se apropriarem e realizarem atividades nesse sentido significa a mobilização direta dos objetos matemáticos neles presentes. Além disso, jogá-los, dentro e fora da escola, significa a realização de atividades matemáticas envolvendo quantificações, ordenações, posicionamentos espaciais, ideias de possibilidades e probabilidades, estratégias de medidas, etc. Por fazer parte da vida infantil – em função de uma motivação familiar prévia das crianças por estas atividades – e por conhecerem as regras, muitos educadores procuram, sobretudo nos anos iniciais, trazer esses jogos para a sala de aula, uma vez que neles estão presentes conteúdos matemáticos escolares prescritos pelo currículo.

Há educadores que se aproveitam tanto da motivação quanto do conhecimento lúdico das crianças, inserindo pequenas mudanças, de forma que a atividade mobilize outros conhecimentos matemáticos não naturalmente presentes no jogo infantil. Por exemplo, colocar os fatos fundamentais no dominó, sobretudo as tabuadas multiplicativas, atribuir valores às garrafas do boliche, em especial valores que promovam a ideia da multiplicação, de valores fracionários ou

decimais, ou, ainda, algumas garrafas com valores positivos e outras com valores negativos para a noção de números relativos. Ainda temos professores que se apropriam de jogos de trilha, sendo que quando o pião cair em casa de determinada cor, o jogador pega uma ficha contendo um problema matemático a ser resolvido. Caso erre, volta algumas casas; caso acerte, avança. Há ainda aqueles que se apropriam pedagogicamente do pular corda ou do pular amarelinha, contando de quatro em quatro, de dez em dez ou de cem em cem. Essas são formas de trazer os jogos da cultura infantil para o interior da escola, modificando-os de forma a potencializar as aprendizagens matemáticas.

As transformações realizadas nos jogos tradicionais não podem destruir a energia lúdica inicialmente presente na atividade em função da supervalorização do conhecimento matemático e suas aprendizagens. Podemos aí correr o risco, por exemplo, de uma criança que gostava de dominó não querer mais jogar, pois agora envolve tabuadas, de que ela não gosta porque tem dificuldade. Assim a criança nega a realização do jogo e, por consequência, perde a oportunidade de realizar as aprendizagens desejadas pelo educador que ofereceu o jogo transformado. Nesse sentido, o professor tem papel, como veremos mais adiante, de mediador para animar a criança a se engajar na atividade e ao longo do jogo ir superando suas dificuldades a partir dos desafios colocados.

**Jogos simbólicos que reproduzem, na percepção da criança, contextos sociais em que a matemática é participe:** neste tipo de jogos, o assumir e experimentar papéis são fundamentais quanto ao seu aspecto educativo e socioemocional. Jogos como brincar de casinha, hospital, vendinha, banco, escritório, costureiro ou costureira, cientista, entre muitos outros, permitem a criança a experimentar contextos e situações matemáticas, uma vez que esse conhecimento já está presente no meio cultural real que a criança reproduz, mesmo que parcialmente, e transformado a partir dos significados que ela produz. Ao brincar de vendinha, ela vai agir sobre valores, composições aditivas, trocos e equivalências, pois tais objetos pertencem aos saberes dessa ciência e estão presentes no contexto cultural que o jogo reproduz. Medir, tratar de simetrias, fazer justaposição de peças com formas geométricas estão presentes no brincar de costura, pois são ações e conhecimentos presentes no mundo real de experiência dos adultos as quais as crianças são testemunhas e buscam reproduzir em seus jogos simbólicos. Brincar de banco faz com que tratemos de pagamento, recebimentos, crédito, débitos, extratos, dívidas, porcentagens, câmbios etc. Mas a brincadeira de vendinha não é reprodução fidedigna das ações matemáticas e culturais do mundo adulto, o que as crianças fazem no jogo simbólico está pautado pelas produções simbólicas que elas realizam ao observarem no mundo adulto a produção de significados na perspectiva da infância.

O que podemos constatar em termos de ações matemáticas presentes nos jogos simbólicos está estruturado na produção de conhecimento matemático com significado e lógica para a criança. Por exemplo, na vendinha, muitas crianças vão inserir no jogar o ato de dar o troco, mas o troco para elas não tem o mesmo significado da realidade sociocultural e matemática e tampouco com base no ato operatório. Para muitas crianças, o receber o troco é um ato obrigatório que permite a permanência do brincar, pois, enquanto há dinheiro disponível, podemos voltar à vendinha. Assim os jogadores têm posse de dinheiro graças à existência dos trocos, presentes em todo ato de compra. A quantidade de troco pode depender na interpretação das crianças, com ampla variação de muitos significados, tais como do valor do produto, da quantidade de produtos comprados, da quantidade de cédulas dadas ao vendedor, do valor numérico da cédula dada como pagamento, entre muitas outras possibilidades. Observar e participar dos jogos simbólicos das crianças é oportunidade ímpar de melhor conhecimento de como elas estão se apropriando, produzindo

significados simbólicos diversos, e de como para elas os elementos matemáticos estão presentes no mundo adulto.

Observar o desenvolvimento de jogos simbólicos realizados pelas crianças é um dos melhores recursos pedagógicos e de investigação científica que visam melhor conhecer como as crianças percebem, enquanto seres matemáticos, o que têm que realizar ao longo do jogo de fazer de conta, manipulando quantidades, valores, medidas, etc. Tais ações, mesmo que parcialmente, podem nos revelar importantes elementos da construção psicogenética dos conceitos matemáticos na infância, para além das imposições do contrato didático (BROUSSEAU, 1998). Afinal, sobretudo ao jogar, a criança se vê mais autônoma quanto aos seus pensamentos, mesmo que a matemática esteja aí presente. Se o jogo simbólico é tecido a partir dos significados atribuídos por cada criança acerca do mundo matemático adulto, e considerando que o jogo, sobretudo na escola, se realiza no coletivo de um grupo de crianças que assumem papéis sociais no seu desenvolvimento, o jogo simbólico é lócus essencial de partilha, confronto, negociação de diferentes percepções sobre o matematizar no contexto proposto pela atividade lúdica. Nessa diversidade de significados dos conhecimentos matemáticos, o professor, enquanto educador matemático, tem papel preponderante de orquestrar as diferentes percepções e seus significados em processo de construção. Mais que corrigir a criança, é papel do professor, enquanto provocador, entrar em processo de diálogo com o grupo, estimulando cada um a refletir e realinhar suas percepções sobre os conhecimentos em jogos a partir da diversidade e confrontos de verdades em construção. Aprender a dialogar, expressar-se, argumentar, respeitar o diverso são uns dos grandes ganhos presentes nos jogos simbólicos, que têm menos regras, pois são determinadas e negociadas a partir das visões de mundo e processos de significação dos atores protagonistas da sua construção. Muitas regras presentes no jogo simbólico delineado pelas crianças são sustentadas pelas relações entre os adultos, a partir de conhecimentos matemáticos, mas ressignificados a partir da leitura que cada criança realiza.

**Jogos que têm objetos matemáticos como elementos de controle da atividade lúdica:** como já citado na categoria anterior, muitos jogos têm elementos matemáticos como estruturante organizador da atividade lúdica. Exemplos clássicos disso são: a Batalha Naval, com elementos da geometria analítica; o Tangran, com as composições de formas a partir das sete figuras disponíveis, explorando a noção de conservação de áreas; o Banco Imobiliário (Monopoly), com as composições aditivas, trocos, empréstimos e juros. Esses são alguns poucos exemplos que servem para mostrar como alguns jogos concebidos, construídos e oferecidos pelo mundo adulto às crianças, trazem, em sua estrutura de regras ou do tabuleiro, elementos matemáticos essenciais para o desenvolvimento da atividade lúdica, justamente associados às habilidades a serem concretizadas nas aulas de matemática.

Assim, se os professores que ensinam Matemática na Escola Básica souberem se apropriar pedagogicamente desses materiais culturais lúdicos, por meio deles, a escola transporta para a aula de matemática conhecimentos prescritos nos currículos. A capacidade de jogar, desenvolver estratégias e táticas, requer do aluno jogador se apropriar qualitativamente de tais objetos matemáticos presentes nesses jogos. Por outro lado, ao acompanhar e observar um aluno jogando, o professor pode constatar que a dificuldade dele na atividade está fortemente associada ao nível conceitual e procedimental do jogador, ou seja, de aprendizagem matemática. Nesse caso o professor pode interagir com o estudante no próprio espaço e tempo do jogo para mediar tal construção de aprendizagem, ou remeter a outro momento e contexto, de forma a instrumentalizar cognitivamente o aluno para seu sucesso como jogador, a partir da realização de aprendizagem de objeto de conhecimento requerido pelo jogo. Essa segunda perspectiva, menos interessante, retira

o aluno do contexto de jogo. A menos que o professor, no outro momento, se utilize das situações fora do jogo para produção de significado do objeto de conhecimento em questão. Ao analisar o que o jogo propõe em termos de atividade matemática, o professor pode mudar, adequar, inserir ou excluir regras, ajustando os objetos de conhecimentos matemáticos aos seus objetivos em termos de ensino. Por outro lado, a participação e observação desse profissional ou do pesquisador no desenvolvimento de jogos pelos alunos constitui um importante espaço de avaliação da aprendizagem, pois, ao longo do processo, os participantes se veem mais livres para levantar hipóteses, elaborar estratégias, validar recursos cognitivos, argumentar, rever posições, ressignificar o valor dos erros no processo de produção de conhecimento em contexto de jogo, sobretudo aqueles que são organizados logicamente a partir de conceitos e estruturas matemáticas.

**Jogos matemáticos cujas regras são estruturadas a partir de conceitos e procedimentos matemáticos prescritos no currículo:** são jogos geralmente denominados de jogos pedagógicos, uma vez que são concebidos, construídos, ofertados e didaticamente aplicados visando aprendizagens específicas. Além disso, visam à apropriação ou construção de conhecimentos a serem concretizados por meio da atividade lúdica. A sua concepção é definida de forma que, no jogo, seus participantes necessariamente precisam construir conhecimentos. No caso de jogos matemáticos, a perspectiva é de que o autor da proposta do jogo parta, como matéria prima, de estruturas e regras do conhecimento matemático. Isso implica que o elaborador de um jogo matemático tem que ter mais profunda noção tanto do conhecimento matemático quanto dos processos psicológicos de sua aprendizagem, de modo a poder sintetizar a aprendizagem nas estruturas de jogo, como sistema organizado de regras que espelham, cada uma, de forma harmônica, estimulante e desafiadora, os conhecimentos matemáticos. A competência do (professor) elaborador é de identificar as regras que dão sustentação a um determinado conhecimento matemático, como o faz Ester Pilar Grossi (GROSSI, 1985) no jogo do Segredo dos Números ou nas Maquetes Multiplicativas, organizando a atividade lúdica a partir de regras matemáticas (no caso envolvendo as ideias de múltiplos, divisores, decomposições no campo multiplicativo), de forma tal que o jogar implica a mobilização de conceitos e procedimentos matemáticos. Jogar é matematizar, uma vez que, de partida, a matemática é assumida como um sistema complexo e rico de regras estruturantes e de linguagem apoiadas no processo de conceitualização (VERGNAUD,2009). Cada lance do jogo, estratégia, antecipação e levantamento de hipótese implica necessariamente mobilizar conhecimentos matemáticos na forma de regra. Ou seja, aprender a jogar implica, direta ou indiretamente, aprendizagens de objetos de conhecimento matemático que dão sustentação ao desenvolvimento da atividade.

Entretanto, aprender regras não implica a explicitação e tomada de consciência por parte do aluno acerca dos conhecimentos matemáticos escolares, pois, muitas vezes, o jogo matemático vai requerer um segundo momento didaticamente organizado para que haja a explicitação e formalização dos objetos matemáticos presentes. Para tanto, mencionamos ainda o metajogo (MORBACH,2012), cuja finalidade é permitir que os alunos reconheçam suas aprendizagens matemáticas – o que deve ser valorizado mais que o próprio jogo, uma vez que tais tomadas de consciência vão ao encontro dos objetivos pedagógicos da educação formal.

**Jogo como pensamento matemático:** como já citamos anteriormente, nessa categoria se enquadra os jogos que não mobilizam diretamente objetos de conhecimentos matemáticos como números, operações, equações, medidas, tabelas, localizações espaciais, formas geométricas etc. Entretanto, envolvem regras, geralmente complexas associadas aos procedimentos de jogar. Suas táticas favorecem o desenvolvimento de estruturas lógicas fundamentais para o fortalecimento do pensamento lógico-matemático, como o poder do raciocínio indutivo, raciocínio dedutivo, análise e

síntese, antecipações com levantamento de hipóteses, entre muitas outras. Há muitas vezes, por parte da escola, dificuldade de educadores em reconhecer o valor dos jogos de estratégias complexas, como GO, Xadrez, JITPU, WAR, entre outros; pois o professor não vê nesses os objetos de ensino curricularmente estabelecidos. Entretanto, são jogos que favorecem o desenvolvimento de capacidade de abstração quantitativa, espacial, assim como concentração, pensamento algébrico e estocástico - que em muito contribuem com o desenvolvimento das aprendizagens matemáticas acadêmicas. É assim que muitos advogam o valor da aprendizagem e exercício do Xadrez para tal aprendizagem, o qual não está nos objetos de conhecimento, mas nas competências transversais que em muito podem contribuir para o pensamento matemático assim como em outras áreas de conhecimento humano presentes no currículo escolar da educação básica.

Em cada uma dessas categorias, a articulação epistemológica e prática do jogo e aprendizagem matemática requer distintas competências pedagógicas para suas concretizações didáticas, o que nos leva aos necessários desenvolvimentos de competências tanto na formação inicial quanto formação continuada. Assim como a investigação científica das aprendizagens em questão, nos diferentes contextos, requer definições quanto ao método de produção de informações sobre a presença da matemática no jogo e sua natureza, para então permitir análise. A metodologia de explicitação da presença matemática nos jogos deve levar em conta uma multiplicidade de fatores, a exemplo de sua oferta para os alunos, como foi o processo de assimilação, quanto à presença e interações do pesquisador e do educador ao longo da realização da atividade lúdica, pois isso pode alterar significativamente a natureza de produção matemática das crianças ao longo do jogo, por exemplo, se se sentem institucionalmente avaliados ao longo das partidas. Para tanto, é importante também tratar do jogo com espaço adidático a partir da Teoria das Situações de Brousseau (1998), assim com o conceito de metajogo construído conjuntamente com Morbach (2012).

## **2.6 Jogar como espaço psicológico de produção, proposição, resolução e socialização de processos resolutivos de problemas matemáticos**

Como explicitamos antes, podemos olhar para o jogo como um processo complexo de simetria inicialmente considerada, no qual a função de cada jogador é a de elaborar e propor problemas a partir do contexto imaginário que o jogo suscita, ao mesmo tempo em que respeita as regras. Surpreender o adversário, na elaboração e proposição de situação-problema desafiante e na apresentação de soluções são objetivos a serem atingidos pelo bom jogador. Quanto mais estruturas lógicas e objetos matemáticos houver e quanto mais complexos forem os processos mobilizados, mais enfaticamente tal atividade é considerada um jogo matemático. Se aprendizagem matemática tem como coluna vertebral as situações-problema, jogos devem implicar a proposição de problemas aos adversários bem articulados, de forma explícita, o que, por certo, vão favorecer aprendizagens matemáticas.

Os problemas impostos pelos adversários são de resolução imprevisível, não são os problemas das páginas do livro didático e nem os colocados no quadro pelo professor. Não há textos para serem lidos e interpretados, o contexto do desenvolvimento do jogo é o próprio texto e enunciação da situação de desafio lúdico. A autoria dos problemas é dos alunos, elaborados e propostos de forma dinâmica e nos contextos configurados a partir da estrutura lúdica.

Ressaltamos a relação dialética e dialógica entre os problemas propostos e os problemas recebidos em um jogo. O que um jogador elabora e propõe como desafio ao outro acaba por configurar um ambiente e uma estrutura que são a matéria prima de elaboração e proposição de problema pelo adversário. Além disso, ele utiliza para propor uma situação desafiante é justamente o cenário proposto pelo seu adversário. Assim, ao longo das jogadas, há um importante efeito cascata de elaboração de cenários de proposição de situações-problema que se constitui na essência do jogo e que define os processos cognitivos mobilizados pelos atores da construção das jogadas, enfim, do próprio jogo. O cenário do jogo vai sendo assim tecido, cada vez mais complexo, conforme se propõe e se resolve problema. Jogar é acreditar na sua capacidade de elaborar problemas desafiantes, tanto quanto resolver os problemas recebidos. Jogar, nesse sentido, é esperar, uma vez que o jogo requer o engajamento integral de seus atores.

Enfim, se um jogo de estratégias complexas tem um esquema *optimal* que permite um jogador a produzir sempre uma resposta ganhadora, como o Cubo Mágico, a descoberta pelos jogadores do modelo matemático que produz a solução é a destruição do próprio jogo. Ao obter o esquema que leva um jogador necessariamente à vitória, neste caso, é possível dizer que não haja mais atividade, pois deixa de haver incerteza de resultado, não há mais riscos nem necessidade de realização de investimentos cognitivos e mais tentativas, não há mais incertezas. Esse modelo *optimal*, esquema mental que leva ao ganho certo e absoluto, tanto é apoiado sobre estrutura matemática quanto pode ser explicitado e compreendido por meio de análise matemática, o que é um fértil campo de investigação científica, muito importante para área de Educação Matemática, como os estudos existentes entorno do Awalé-Mancala.

Parte importante do jogo, que também tem forte associação com o conhecimento matemático, são os processos de argumentação, por meio dos gestos, discursos e desafios de validação dos comportamentos, dos problemas propostos e das soluções dadas. Para todas essas etapas, o sistema de regra apresenta-se como pano de fundo e de sustentação do processo de validação dos pensamentos e atos presentes nas diferentes etapas de um jogo. A análise das regras, além da análise da plataforma e dos acessórios, pode dar pistas acerca dos tipos de atividades matemáticas que ele permite realizar. Entretanto, a certeza sobre tais atividades matemáticas pode se efetivar somente com a observação da realização do jogo pelos seus alunos-atores e, sobretudo, a partir do diálogo com o grupo de jogadores, buscando explicitar os significados presentes em cada ação física-mental realizadas a cada jogada. Para tanto, a ideia de metajogo que iremos apresentar adiante é fundamental. Esse exercício de explicitação dos pensamentos matemáticos mobilizados no jogo deve ser fenômeno motivador para o desenvolvimento de pesquisas no campo da cognição humana e também um exercício fértil para os processos de formação dos professores que ensinam matemática.

## **2.7 Metajogo como instância de explicitação e tomada de consciências dos objetos de conhecimentos matemáticos no jogo.**

Aqui devemos retomar o início deste texto, quando afirmamos, apoiados em Brougère (1995), que o jogo ocorre no plano das ideias e do imaginário. O que podemos observar na atividade lúdica são movimentos de peças, que não são o jogo em sua essência, mas fenômenos parciais de uma atividade complexa e dinâmica, constituída no sistema nervoso central, sendo que o que podemos observar é apenas elemento extremamente parcial do que seja efetivamente o jogo construído por uma criança. Para o educador, em especial o educador matemático, é fundamental que tenha minimamente acesso à essência da realização do jogo: as ideias, os significados, os conceitos, as

hipóteses presentes no pensamento tecido ao longo das jogadas. Como a observação pura não pode revelar a essência, faz-se necessário estimular um momento, pós-realização do jogo, uma reflexão dialogada com os autores acerca de como se deu o desenvolvimento da atividade, quais pensamentos estão presentes em cada jogada. Para tanto, é interessante o recurso de gravação em vídeo, inclusive como recurso de pesquisa, para que possamos retomar, com o grupo, cada momento de jogo e seus fundamentos explicitados no diálogo.

Isso é importante inclusive para os alunos jogadores, e permite aos atores a tomada de consciência dos pensamentos matemáticos construídos e explicitados no diálogo sobre o jogo após sua realização, o que denominamos de metajogo (MORBACH, 2012). O metajogo é a oportunidade de o professor acessar os significados de cada jogada, assim como os conhecimentos nela mobilizados, mas também para o aluno, ao explicitar e refletir sobre os pensamentos, sobre a mobilização de procedimentos, é a oportunidade para cada participante explicitar para si os conhecimentos aí presentes, sobretudo os conhecimentos mobilizados, partilhados e validados. O momento do metajogo pode se constituir em estratégia didática-pedagógica de formalização e institucionalização dos conhecimentos matemáticos presentes ao longo do desenvolvimento do jogo, muito deles presentes sem que os alunos se apercebam disso inicialmente. Há também uma apropriação matemática das estruturas de pensamento matemático presentes na construção e desenvolvimento do jogo. Esses diálogos podem ser utilizados pelo professor em contextos futuros, em situações didáticas para aprofundar, ampliar e sistematizar tais conhecimentos, fazendo as pontes epistemológicas entre os saberes mobilizados e construídos durante as jogadas e os objetos de conhecimento matemático prescritos no currículo.

Além disso, a partir das explicitações e formalizações dos conhecimentos matemáticos efetivadas pelo metajogo, nas próximas vezes que os alunos se mobilizarem em novos investimentos no mesmo jogo, teremos um novo olhar para a estrutura da atividade lúdica, uma vez que agora as jogadas são enriquecidas pela identificação, em cada momento, em cada possibilidade de jogada, pelo reconhecimento dos objetos aí presentes.

Assim, com base nos estudos de Muniz (1999) e Morbach (2012), consideramos importante na apropriação dos jogos como recurso para favorecimentos das aprendizagens matemática a inserção do momento do metajogo, que de um lado explicita as presenças da matemática no jogo, e do outro lado dá maior valor didático-pedagógico a ele, pois os sujeitos que jogam passam a potencializar de forma mais sistematizada os conhecimentos matemáticos escolares que dão sustentação ao desenvolvimento da atividade. O momento do metajogo pode, conceitualmente, ser considerado, ele mesmo, um jogo. Mais que isso: um jogo sobre o jogo. Repleto de interpretações, explicitações, confrontações, argumentações e provas, atividades tão importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático e a aprendizagem da matemática. Nele se evidenciam os processos críticos e criativos do dessa dinâmica, assim como entram em cena aspectos fundamentais da ética, do respeito, do estímulo, do acolhimento, da parceria. Afinal, sem o outro, sem valorizar o adversário e a diversidade de conhecimento e de pensamento, não há jogo a ser jogado - esse é um dos aspectos importantes evidenciados no momento do metajogo, para além dos conhecimentos matemáticos que possamos evidenciar.

### **3. DUAS DIMENSÕES DIDÁTICAS DO JOGO PARA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**

#### **3.1 Jogo como situação adidática (BROUSSEAU, 1998) e oportunidade de produção, mobilização e externalização de esquemas mentais (VERGNAUD, 2009)**

Para Vygotsky (1995), no jogo e no brincar, os sujeitos atuam acima do seu próprio nível de desenvolvimento, uma vez que há um contexto de atuação cognitiva do mais livre dos julgamentos do educador e das limitações físicas. A criança, nesse momento, experimenta ideias e comportamentos que não realizaria quando se percebe observada e avaliada pelo professor. Menos medo de tentar, de errar, afinal, a atividade experienciada é nada menos que um jogo. A liberdade que o jogador experimenta é oportunidade ímpar de realização de atividade matemática que muitas vezes não ocorreria em contextos didáticos, ou seja, em situações cujos comportamentos são regidos por regras de um contrato escolar (BROUSSEAU, 1998) que irá definir seu sucesso (ou não). No jogo, sempre podemos retomar, reiniciar, mesmo depois de uma derrota, pois não há notas, nem aprovação ou reprovação escolar. E isso tem muito a ver com a discussão dos processos avaliativos na escola, em especial a avaliação da aprendizagem matemática.

Conforme analisamos em nossas pesquisas (MUNIZ, 1999), em um grupo de crianças entre seis e doze anos, de diferentes culturas, o sujeito lança mão de procedimentos matemáticos bem distintos daqueles ensinados na sala de aula, mas com validade matemática, revelando nível de autonomia intelectual com capacidade criativa desconhecida em contextos regidos pelo contrato didático. O interesse da criança e do jovem ao realizar atividade matemática num jogo não é o de satisfazer o professor, mas de ser capaz de superar os desafios propostos e da validação de suas ações pelo grupo que joga, uma vez que está a respeitar as regras impostas.

Muitas vezes podemos observar erros matemáticos ao longo de um jogo, que permanece validado até que se realize o metajogo, já que os integrantes não se dão conta de que o jogador cometeu erro, tendo vantagem ou prejuízo com isso, em relação ao objetivo da jogada. Assim, o metajogo acaba por se configurar em atividade de reflexões e debates, como uma situação didática a partir da revisitação de uma situação adidática que é o jogo. No momento do metajogo, o professor realiza uma espécie de institucionalização das atividades matemáticas válidas, assim como conduz um processo que leva o grupo a refutar outros matematicamente não válidos. Temos um caso, por exemplo (MUNIZ, 1999), em que, ao lançar dois dados, um jogador avança apenas uma casa, caindo assim na casa que desejava. No metajogo, os participantes se deram conta de que tal fato seria matematicamente impossível, uma vez que o menor valor a ser obtido com o lance de dois dados tradicionais é dois e, portanto, que naquele momento houve uma trapaça, fato que a análise da jogada, na sua perspectiva matemática, revelou uma inadequação não percebida ao longo do jogo. Esse foi um importante momento para discussão e formalização de noções de possibilidades e probabilidades numa jogada com lançamento de “n” dados.

#### **3.2 A riqueza do jogo como espaço de avaliação formativa.**

Por ser um momento de maior liberdade, o jogo pode ser pedagogicamente assumido como importante espaço de avaliação sobre as capacidades de produções matemáticas em contextos de problematização, produção de argumentação oral, estratégias de provas matemáticas para validar procedimentos no contexto do jogo.

A apropriação da criança do jogo impulsionada pelo professor (o que é complexo, como vimos até aqui, requerendo o delineamento de um processo pautado pelo diálogo para explicitação

dos pensamentos dos jogadores em realização da atividade lúdica) é um processo rico que extrapola as produções escritas em instrumentos escolares formais, pois, no contexto da ação de elaborar e resolver problemas, sobretudo orais e vivenciados, o educador pode melhor conhecer as reais capacidades matemáticas dos alunos, suas dificuldades, incompletudes, incongruências, obtendo elementos primordiais para alimentar os planejamentos das situações didáticas a serem propostas.

É fato que a atividade matemática realizada ao longo dos jogos tende a ser predominantemente mental, oral e gestual, apoiada nos materiais lúdicos disponíveis da estrutura do jogo ou acessórios complementares. Muitos não deixam traços de registros de produções matemáticas, o que os distancia da cultura tradicional de uma produção matemática escrita e pouco oralizada na escola. Assim, o jogo aparece como contraponto à cultura da aprendizagem matemática muito apoiada nas produções escritas, uma vez que nos jogos a ela é tecida a partir das produções orais e gestuais. As produções dos textos matemáticos dos jogadores ao longo da atividade são textos orais, quase sempre sem deixar traços gráficos. Há professores que alteram a estrutura, inserindo na forma de regra a produção de registros gráficos, que têm função mais para a utilização didático-pedagógica do professor do que para o desenvolvimento do jogo em si.

### **3.3 O que o professor precisa saber para se constituir em autor de jogos para promoção de aprendizagens matemáticas: produção de jogos matemáticos.**

Buscando dar um ponto final em nossas reflexões sobre jogo e aprendizagem matemática, queremos desembocar nossas ideias em alguns quesitos considerados necessários para a produção desses materiais pelo professor, os quais são vistos como recursos pedagógicos visando à construção de aprendizagens específicas no campo matemático:

- Consolidar posicionamento crítico frente ao currículo, selecionando as habilidades e competências mais significativas e aquelas possíveis de se configurarem pedagogicamente na forma de jogo;
- Identificar, ordenar e categorizar no conteúdo matemático as regras do conhecimento, na forma de ação cognitiva, definindo a rede de sequência lógica do conhecimento explorado;
- Transformar as regras matemáticas do item anterior em regras de jogo. Ou seja, a partir delas, propor um sistema de regras que se desenvolva por meio das regras associadas, cada uma delas, a uma atividade cognitiva ligada a um objeto matemático;
- Organizar o conjunto de regras de jogo num sistema lógico, dinâmico e desafiante, garantindo a presença da energia lúdica na atividade proposta. Os alunos têm que identificar na atividade proposta pelo professor um desafio, sem perder a dimensão lúdica da atividade. Para tanto, além das regras matemáticas que dão sustentação a ela, a proposta precisa garantir certa dose de liberdade de ação, diversidade de possibilidades, poder de decisão, gosto pelo risco, incerteza sobre o resultado do jogo, mesmo sendo jogo matemático;
- Associar, sempre que possível, a um contexto imaginário (sociocultural ou fantasioso), lembrando aqui da importância dos jogos simbólicos, uma vez que são oportunidades de experimentar papéis associados à existência da matemática na cultura humana. O contexto imaginário é mais uma possibilidade de trazer a presença do conhecimento matemático das diversas instâncias da cultura, próxima ou distante do aluno;

- Manter certa dosagem de aleatoriedade na atividade, de forma que o sucesso no jogo não seja exclusivamente associado à capacidade de matematização dos jogadores, fazendo com que os alunos que tenham menos facilidade na aprendizagem se sintam animados a continuar na experiência, permitindo assim a possibilidade de ganho. O grande ganho de um jogo matemático não deve ser a vitória, mas as aprendizagens realizadas ao longo da atividade. O que levamos, ao final, são as descobertas que cada um faz acerca de sua capacidade de aceitar novos desafios e superar-se, num movimento de permanente desenvolvimento humano, do qual a aprendizagem matemática tem papel fundamental;
- Identificar o quanto e como o jogo pode trazer elementos para o processo de avaliação das aprendizagens matemáticas sem que o aluno perceba que está sendo sujeito de julgamento. Cabe ao professor pensar e estabelecer processos e instrumentos de forma a captar as produções matemáticas nesse processo, sejam contagens, ordenações, medidas, probabilidades, composições e equivalências, operações, produções de registros como tabelas etc;
- Inserir no planejamento pedagógico, sempre que propuser um jogo, o momento de metajogo, permitindo a explicitação, para o aluno e para o grupo, dos objetos matemáticos presentes ao longo das jogadas. Assumir que a aprendizagem matemática não se apoia exclusivamente na ação do sujeito, mas sobretudo, nas reflexões que se fazem sobre nossas ações, pensamentos, registros, argumentações e validações. A realização de reflexões, no coletivo, sobre as atividades matemáticas presentes no jogo efetiva-se por meio da realização do metajogo, um processo que o professor precisa aprender a realizar, de forma a animar os alunos a sempre gerarem uma discussão em grupo sobre os significados das realizações identificadas no jogo.

Esses são alguns dos elementos considerados vitais na atuação do professor de matemática na perspectiva de apropriação dos jogos para favorecimento da aprendizagem dos conteúdos que envolvem essa ciência em contextos mais lúdicos, dinâmicos e menos determinados por situações didáticas. Para tanto, é necessário termos no cotidiano das formações iniciais e continuada do professor que ensina essa matéria, mais investimento das práticas pedagógicas a partir dos jogos matemáticos, apoiadas no desenvolvimento de pesquisas acadêmicas, que envolvam os estudantes da pedagogia e da licenciatura e que tenham o jogo e aprendizagem matemática como objetos de investigação.

#### **4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Produzir e ofertar jogos matemáticos implica, como vimos, colocar nessa estrutura do jogo conhecimentos matemáticos prescritos no currículo. Isso faz do professor autor de jogos matemáticos que visam à aprendizagem dentro ou fora da escola. Assim temos a primeira perspectiva de jogo como recurso desenvolvido, ofertado e controlado pelo educador, visando à garantia de certas aprendizagens, no caso, as aprendizagens matemáticas escolares.

No entanto, isso nos remete, como tratado no início do texto, ao jogo em sua segunda perspectiva. Não se trata, portanto, de ser tecido estritamente por aquilo que o adulto oferta enquanto estrutura lúdica, mas sim pelo que os sujeitos que aprendem realizam a partir da estrutura lúdica, seja na plataforma, sistema de regras e contexto imaginário que o jogo comporta. Assim, ele não é apenas aquilo que vemos materialmente, uma vez que suas aprendizagens, no caso, a atividade matemática, se desenvolvem no plano das representações mentais, inclusive na

construção e desenvolvimento de esquemas mentais (VERGNAUD, 2009). O que captamos, tanto nas práticas pedagógicas quanto no campo da investigação científica que têm o jogo como objeto de investigação, é o fato de que o que visualmente captamos é fenômeno periférico diante da essência daquilo que é o jogo, daquilo que constitui a aprendizagem. A busca dessa essência, ou seja, o efetivo jogo e suas aprendizagens, requer a construção de um ambiente de dinâmicas dialogadas com os verdadeiros autores: os alunos. Tanto jogar quanto aprender é produzir significado, é mobilizar-se, acreditar em si, é ter esperança em sua capacidade de produzir e resolver problemas, surpreendendo e validando processos diante de um ambiente altamente regrado e permeado por desafios, fazendo com que seus autores e atores ajam sempre no seu nível potencial de desenvolvimento (VYGOTSKY, 1994).

A construção do diálogo explicita toda complexidade que é o desenvolvimento do jogo, a tomada de consciência dos objetos de conhecimento matemático presentes em suas estruturas e jogadas, a exposição e confronto de levantamento de hipóteses, da arquitetura de cada jogador na construção, avaliação, revisão e abandono de suas estratégias de jogo, que requerem mais que a mobilização de objetos de conhecimento, mas também o estabelecimento de esquemas mentais apoiados em pensamentos lógicos-matemáticos. Como e quando animar esse diálogo é elemento central deste texto, que traz para a reflexão e discussão a ideia do metajogo (MORBACH, 2012). Se é importante para qualificação das aprendizagens matemáticas a explicitação desses conhecimentos matemáticos em jogo, por meio do debate entre os jogadores com um discurso matemático ao longo da realização da atividade lúdica, é possível, por certo, prejudicar o desenvolvimento do jogo, distanciando do foco dos participantes que é obter êxito quanto ao objetivo maior, ou seja, jogar. Brougère (1995) afirma, no caso, que o que se aprende nesse contexto é jogar, nossa única garantia pedagógica. Não há por que roubar a energia lúdica da atividade em busca da construção de um discurso matemático no momento da jogada. Mesmo que o pensamento matemático esteja presente no desenvolvimento da atividade lúdica, o debate para a explicitação dos objetos matemáticos mobilizados deve ficar para um segundo momento, organizado, animado, provocado, conduzido pelo professor que, por sua vez, deve inserir, para além da concepção, oferta e mediação do jogo matemático, um momento no planejamento para a realização do metajogo. Toda vez que há realização de atividade ludo-matemática dessa natureza, é altamente recomendada a realização do metajogo, uma vez que o disparo do processo de assimilação do objeto matemático não se realiza no ato em si, mas numa reflexão coletiva sobre sua realização.

O professor que ensina a Matemática e otimiza o jogo como recurso pedagógico, desde sua formação inicial, precisa ser capaz de transformar as regras matemáticas, que delineiam conceitos e procedimentos matemáticos, em regra de jogo. Isso pode revelar o quanto ele apresenta conhecimento consistente, assim como suas capacidades de levantar hipóteses sobre os processos de aprendizagem por meio do recurso pedagógico oferecido. Para além da concepção e oferta, é mister o desenvolvimento de capacidades de realização da mediação pedagógica no momento de realização da atividade lúdica, o que significa, para nós, na formação, também termos como horizonte a perspectiva da formação de um professor de matemática brincante, que anime seus alunos a experimentarem o prazer em terem relações com os objetos matemáticos. Isso quer dizer que a energia lúdica experimentada se dá muito mais pelas vivências matemáticas realizadas do que pelo jogo em si. Nosso objetivo maior é que, no campo educativo, o jogo mais importante seja a própria atividade matemática experienciada, ficando o jogo matemático concebido e oferecido, como um meio, uma estratégia didático-pedagógica.

A explicitação do processo de produção dos significados produzidos pelo aluno que joga sobre as matemáticas mobilizadas requer que, nas formações, possamos oferecer cada vez mais essas experiências com jogos matemáticos, estimulando a realização de metajogo como lugar tanto de investigação acadêmica quanto de formação, em espaços em que os alunos da educação básica se sintam mais livres a lançarem suas ideias matemáticas, suas capacidades de levantamento de hipóteses, e de construção de diálogo argumentativo. Isso feito, teremos na academia contextos formativos mais ricos e de melhor conhecimento de quem são esses sujeitos que aprendem matemática em situações de jogo, ou seja, em situações menos regradas pelo contrato didático, permitindo que os processos de aprendizagem matemática permeiem mais a diversidade e a suas dimensões subjetivas e criativas da aprendizagem (MITJÁN, 2008), em especial, do aprender Matemática.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação Infantil e Ensino Fundamental. Versão final. Brasília: MEC, 2017.
- BROUGÈRE, G. **Jeu et Education**, Paris: L'harmattan, 1995.
- BROUSSEAU, G. Le jeu et l'enseignement des mathématiques. In : **Congrès de l'Association Générale des Institutrices et Instituteurs des Ecoles et Classes Maternelles Publiques (AGIEM)**, 59, 1986, Bordeaux. Cette école où l'enfants jouents. Bourdeaux: 1986.
- BROUSSEAU, G. **Théories des Situations Didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.
- GONZÁLEZ REY, F. O sujeito que aprende: desafios do desenvolvimento do tema da aprendizagem na psicologia e na prática pedagógica. In : VILLELA ROSA, M. C. (org.) **Aprendizagem e Trabalho Pedagógico**, TACCA. 2. Ed. Campinas: Editora Alinea, 2008.
- GONZÁLEZ REY, F. A configuração subjetiva dos processos psíquicos: avançando na compreensão da aprendizagem como produção subjetiva. In: MITJÁNS MARTÍNEZ, A.; SCOZ, B.; CASTANHO, M. **Ensino e Aprendizagem: a subjetividade em foco**. Brasília: Liber Livros, 2012.
- GROSSI, E. P. **Psychogenèse et apprentissage du concept de multiple**. 1985. Tese (Doutorado em Psicologia) - École des Hautes Études en Sciences Sociales, 1985.
- MITJÁNS, M. Criatividade no Trabalho Pedagógico e Criatividade na Aprendizagem: uma relação necessária? In : VILLELA ROSA, M. C. (org.) **Aprendizagem e Trabalho Pedagógico**, TACCA. 2. Ed. Campinas: Editora Alinea, 2008.
- MORBACH, R. P. C. **Ensinar e jogar: possibilidades e dificuldades do professor de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2012.
- MUNIZ, C.A. **As Crianças que Calculavam: o ser matemático como sujeito produtor de sentidos subjetivos na aprendizagem**. 2016. Relatório de Tese de Pós-Doutorado em Educação - Faculdade de Educação da Universidade de Brasília, Brasília, 2016.
- MUNIZ, C. A. **Jeux de société et activité mathématique chez l'enfant**. 1999. Tese (Doutorado em Ciências da Educação) - Université Paris Nord, Paris, 1999.
- PAPERT, S. M. **Logo: Computadores e Educação**. São Paulo: Brasiliense, 1985.
- SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas/SP: Papyrus, 2001.
- UTSUMI, L. M. S.; SILVA, A. C. Práticas pedagógicas de professores de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo sobre a relação entre seus saberes e as orientações curriculares da BNCC. **Hipátia: Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, v. 6, n. 1, p. 1 – 17, 2021.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: MUNIZ, C. A.; BITTAR, M. (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. 1. ed. Curitiba: Editora CRV, 2009, p. 1 - 93.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

VYGOTSKY, L. S. **Pensée et langage**. Paris: Medissor Ed. Sociales, 1995.

**Submetido em fevereiro de 2022.**

**Aprovado em junho de 2022.**