

O Ensino de Geometria Projetiva a partir da História da Matemática: Uma abordagem envolvendo leitura de imagens e interdisciplinaridade

El ensino de Geometria Projectiva a partir de la Historia de las Matemáticas: Una abordaje envolvendo lectura de imágenes y interdisciplinaridad

Igor Cardoso **Tonhato**

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Marisa Raquel de Melo **Pereira**

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Matheus Vieira do Nascimento **Cardoso**

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar os aspectos matemáticos presentes em imagens de um tratado renascentista, a fim de estabelecer um percurso histórico que remete ao uso da perspectiva e seu desenvolvimento. Para tanto, propõe-se ressaltar a história da Matemática e o mundo das artes visuais, viabilizando ainda o ensino de conceitos elementares da Geometria Projetiva através de relações de interdisciplinaridade entre Matemática e Arte, tendo como suporte a História da Matemática. Assim, a partir de uma pesquisa bibliográfica, pudemos identificar o tratado *Della Pittura*, de Leon Battista Alberti (1404-1472), reconhecido por historiadores como o primeiro a realizar uma sistematização dos conceitos nessa área, hoje conhecidos como Geometria Projetiva. Enfim, é sobre algumas imagens contidas nesse tratado que se concentra o nosso olhar, pautado em algumas referências teóricas sobre a leitura de imagem; as imagens e seu contexto de produção; uma breve história sobre o desenvolvimento da Geometria Projetiva e as relações entre seu ensino, História da Matemática e Arte, além de algumas orientações provenientes dessas relações e, por fim, nossas considerações acerca do assunto.

Palavras-chave: Geometria Projetiva. História da Matemática nas aulas de Matemática. Matemática na Arte.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo presentar los aspectos matemáticos contenidos en imágenes de un tratado renacentista, con el fin de establecer un camino histórico que se refiere al uso de la perspectiva y su desarrollo. Para tanto, proponemos hacer esto destacando la historia de las matemáticas y el mundo de las artes visuales. Habilitando la enseñanza de conceptos elementales de geometría proyectiva a través de relaciones interdisciplinarias entre Matemáticas y Arte, apoyado por la Historia de las Matemáticas. Así, a partir de una investigación bibliográfica pudimos identificar el tratado *Della Pittura*, de Leon Battista Alberti (1404-1472) reconocido por los historiadores como el primer en que se realiza una sistematización matemática de los conceptos que hoy se conocen como geometría proyectiva. Es acerca de algunas imágenes contenidas en este tratado donde se centra nuestra mirada. Así, presentaremos algunas referencias teóricas sobre lectura de imágenes; las imágenes y su contexto de producción; una breve historia sobre el desarrollo de la geometría proyectiva y las relaciones entre la historia de las matemáticas, el arte y la enseñanza de la geometría proyectiva que pueden surgir de tales lecturas, además de alguna orientación surgiendo de estas relaciones. Y finalmente nuestras consideraciones.

Palabras clave: Geometría Projectiva. Historia de las Matemáticas en las clases de Matemáticas. Matemáticas en el Arte.

1 INTRODUÇÃO

O presente artigo foi inicialmente publicado nos anais XIV Seminário Nacional de História da Matemática, como uma proposta de comunicação científica¹ e revisado com alterações para compor o texto que aqui se apresenta.

A ideia para o desenvolvimento deste trabalho surgiu no âmbito do Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática (GHMEM), da Universidade Estadual de Maringá (UEM), por meio das discussões referentes à leitura de imagens e às conexões com a História da Matemática (PEREIRA, 2019).

Nosso objetivo é destacar como a leitura de imagens pode ser utilizada para ressaltar aspectos matemáticos e históricos do surgimento da Geometria Projetiva e sua aplicabilidade, bem como estabelecer relações de interdisciplinaridade. A fim de justificar nosso trabalho, apresentamos duas orientações indicadas pelas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (DCE-PR), quando sugere que o tratamento da Geometria não Euclidiana no Ensino Fundamental pode ser realizado através das noções de ponto de fuga e linha do horizonte (PARANÁ, 2008).

Além disso, o mesmo documento enfatiza a importância que deve ser dada à História da Matemática na prática escolar, assegurando que a “História da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos”, uma vez que proporciona aos estudantes a compreensão “da natureza da matemática e sua relevância na vida da humanidade” (PARANÁ, 2008. p. 66).

Quando consideramos o ensino de Geometria no Brasil, devemos levar em conta que nem sempre ele foi prioridade, pois, conforme explicado por Konzen, Bernardi e Cecco (2017), muitas vezes era deixado de lado pelos professores, compondo os conteúdos apresentados ao final dos livros didáticos e tinham pouca aplicabilidade, sobretudo no período da Matemática Moderna. Tal cenário começou a mudar a partir da década de 90, porém, em termos de Geometria Euclidiana, a Geometria Projetiva ainda é bem pouco enfatizada nos documentos oficiais (as DCE-PR podem ser citadas como exceção).

A escolha das primeiras imagens que apresentamos (Figuras 1, 2 e 3) justifica-se a partir de nossas leituras referentes ao surgimento da Geometria Projetiva, a partir da indicação de Leon Battista Alberti (1404-1472) como autor do primeiro tratado que sistematizou matematicamente o conceito de perspectiva na arte de pintar e desenhar (HEFEZ, 1985; BOYER, 2012). Tratam-se de ilustrações contidas no tratado *Della pittura*, de Leon Battista Alberti, às quais tivemos acesso a partir do portal E-rara, no qual são disponibilizadas digitalizações de impressos dos acervos das bibliotecas suíças desde o século XV, como o tratado *Della architettura Della pittura e Della statua*, impresso pelo Instituto de Ciências de Bolonha em 1782, que traz compilados três tratados de Leon Battista Alberti, dentre eles, *Della Pittura*.

No que tange às observações sobre as primeiras imagens (Figuras 1, 2 e 3), buscamos nos pautar nas obras de Burke (2017), Santaella (2012) e nas relações entre leitura de imagens e história da Matemática apontadas por Pereira e Trivizoli (2020).

No decorrer deste texto, apresentaremos as imagens provenientes de *Della Pittura* e seu contexto de produção, depois, uma breve história acerca do desenvolvimento da Geometria

¹TONHATO, I. C.; CARDOSO, M. V. N.; PEREIRA, M. R. M. A Geometria Projetiva a partir de imagens de um tratado renascentista. In: Seminário Nacional de História da Matemática.14, 2021.Uberaba-MG. Anais... Uberaba: Universidade Federal do Triângulo Mineiro, 2021, p. 212-225.

Projetiva e, na sequência, apresentaremos as relações entre História da Matemática e o ensino dessa Geometria, que podem ser realizadas a partir da leitura de imagens, e finalmente, algumas orientações relacionadas à condução desse conteúdo a(o) professor(a), seguidas por nossas considerações finais.

2 AS IMAGENS E SEU CONTEXTO

Antes de apresentarmos as imagens observadas, é importante ressaltar o sentido polissêmico que a palavra “imagem” possui, por isso, a fim de delinear nosso entendimento acerca do assunto, é importante frisar que concordamos com a ideia de “representação visual”, uma vez que funcionam “como representações visuais diferem de acordo com a finalidade a que se prestam” (SANTAELLA, 2012, p. 16).

Ainda de acordo com Burke (2017), existem dois pontos basilares para a leitura de imagens históricas: a iconográfica e a iconológica. A primeira diz respeito à interpretação do que se vê na imagem, ou por assim dizer, reconhecer o que representa. Já a segunda trata de uma análise do que está intrínseco nela: os contextos em que foi produzida, que “revelam atitudes, básicas de uma nação, um período, uma classe, uma crença religiosa ou filosófica” uma forma de compreender o mundo (BURKE, 2017. p. 58).

Nesse sentido, entendemos as imagens de *Della Pittura* como representações visuais que estão inseridas para ilustrar melhor o que Alberti explana no texto, ao passo que também buscamos apresentar informações sobre o tratado, seu autor e o contexto histórico e social no qual estava inserido.

As Figuras 1 e 2 foram retiradas do tratado *Della Pittura* de Leon Battista Alberti, o primeiro a sistematizar matematicamente os conceitos de Geometria Projetiva (HEFEZ, 1985; BOYER, 2012). A partir delas, destacamos um recorte no qual discutimos aspectos relacionados ao conceito que o autor procurou elucidar.

Figura 1: Primeira página de ilustrações em *Della Pittura*



Fonte: Alberti (1782, p. 292)

Figura 2: Segunda página de ilustrações em *Della Pittura*

Fonte: Alberti (1782, p. 304)

O tratado *Della Pittura* é dividido em três livros: *Libro Primo*, *Libro Secondo* e *Libro Terzo*. De acordo com Zanchetta (2014), a primeira versão foi produzida em dois idiomas (primeiro na língua toscana e depois na língua latina), na cidade de Florença entre 1435 e 1436. A versão toscana é mais “apta para expressar o pensamento do autor” uma vez que é sua língua materna, já a versão latina “seria um texto mais preciso e esmerado, por estar na linguagem culta, própria de um discurso dessa natureza”. Zanchetta (2014) argumenta que o primeiro livro pode ser considerado uma cartilha voltada ao pintor, com o intuito de lhe instruir a pintar e/ou desenhar.

De acordo com Boyer (2012, p. 207), “Alberti começa com uma discussão geral dos princípios da redução (em perspectiva), depois descreve um método que tinha inventado para representar em um ‘plano de figura’ vertical uma coleção de quadrados em um ‘plano de terra’ horizontal”. Já para Ströher (2006), Leon Battista Alberti era o segundo filho de Lorenzo Alberti, membro de uma rica família de Florença, e de Bianca Fieschi, que faleceu dois anos após o seu nascimento, em 1406. Ele não passou por privações financeiras e, após a morte do pai, em 1421, teve seus estudos garantidos pela família Alberti.

Ströher (2006) aponta que as contribuições de Alberti na pintura e escultura são mais teóricas, ao passo que na arquitetura passam da teoria à prática, tornando-o referência, a exemplo de um dos seus projetos mais conhecidos: a Catedral de Santo André, em Mântua, Itália. Todavia, ainda que as contribuições de Alberti na área da pintura tenham sido teóricas, não podemos deixar de considerá-las, tendo em vista que o período no qual viveu, o Renascimento, é marcado pelo retorno ao estudo dos saberes teóricos da Grécia Antiga (ROQUE, 2012; SAITO, 2015).

Barros (2008) indica que suas obras nortearam o pensamento de muitos artistas renascentistas, entre eles Leonardo da Vinci, exemplo disso é *Della Pittura*, obra que motivou alguns dos principais conceitos usados por da Vinci na pintura, conforme apresentaremos adiante.

Santaella (2012) situa o período do Renascimento por volta de 1300 e 1650 e explica seu nome Renascimento como oriundo do verbo “renascer”, quando os ideais religiosos da Idade Média na Europa foram substituídos pela apreciação da natureza e da capacidade humana, inspirados pela cultura greco-romana. Foi um momento de grandes mudanças, principalmente

devido ao desenvolvimento da ciência, tais como: a valorização e a evolução da medicina, da música, da literatura e das artes visuais e plásticas, como a arquitetura, escultura, pintura e o desenho.

A autora comenta que, uma vez libertos dos valores religiosos da Idade Média, a arte da Renascença concedeu privilégios pessoais aos artistas, de modo que passaram a retratar a natureza e, conseqüentemente, a evolução da razão e da Matemática. A partir daí, a arte da pintura se soltou dos afrescos e das paredes das Igrejas, mudou-se para a tela e tornou-se portátil. As obras de arte tornaram-se, pois, um item portátil e precisavam fornecer um local para seu armazenamento, preservação, manutenção e exposição. Dessa forma, começaram a surgir a consciência dos museus e das pessoas sobre a necessidade dos documentos escritos e espaços que reunissem essas artes, e assim a História da Arte ocidental começa a se constituir (SANTAELLA, 2012).

Na pintura, iniciou-se o uso de relações geométricas para expressar o princípio de uma perspectiva monocular (que determina uma posição fixa para o observador) para retratar paisagens, elementos da arquitetura e seres humanos. Ao mesmo tempo, os elementos nas pinturas passam a ter uma dimensão coerente e adequada às proporções e ao uso humano. (CALDAS, 2010; SANTAELLA, 2012; ZANCHETTA, 2014).

3 O DESENVOLVIMENTO DA GEOMETRIA PROJETIVA

O elemento básico da leitura de pinturas renascentistas é a perspectiva central, o que leva ao conceito de pintura como janela, perspectiva que, segundo o dicionário *online* (Oxford Languages), significa "técnica de representação tridimensional que possibilita a ilusão de espessura e profundidade das figuras". Essa é uma forma de produzir efeitos visuais tridimensionais, mesmo que a imagem seja realizada em uma superfície gráfica bidimensional, ou seja, em um plano. Por esse motivo, muitos dispositivos são usados para indicar distância, tamanho e profundidade, tais como: ponto de vista, ponto de fuga, linha de horizonte, linha de nível de visão, dentre outros.

A invenção e utilização da técnica da perspectiva revolucionou a arte ocidental. De acordo com CALDAS (2010, p. 5), "da generalização da técnica da perspectiva a toda a arte ocidental, foi a própria percepção visual e o modo como nos relacionamos com o espaço que foi profundamente alterado". Assim, segundo muitos historiadores da arte, essa revolução não afetou apenas a arte, mas todo o modo de entender e ver o mundo no período renascentista.

Vale destacar, conforme assinala Saito (2015), que a perspectiva linear não fazia parte das matemáticas na Idade Média, pois era considerada uma arte pictórica e só começou a ser observada pelos pintores a partir do Renascimento. Até então, a perspectiva era um ramo de estudo da óptica, inclusive esse termo era a tradução da palavra grega *optikè*. A Geometria Projetiva seria desenvolvida com mais intensidade nos finais do século XVII.

De acordo com Hefez (1985), Girard Desargues (1591 - 1661) foi o primeiro que introduziu o método projetivo na Geometria ao tentar sistematizar o trabalho de Apolônio sobre cônicas. Outra contribuição de Desargues foi a introdução do plano projetivo real. No entanto, o autor destaca que, apesar do trabalho de Desargues ser apreciado por alguns matemáticos contemporâneos ao seu tempo, ele não foi totalmente compreendido. De acordo com Eves (2004), o desenvolvimento da Geometria Projetiva como um campo de estudo em Matemática só ocorreu no século XIX, com os estudos de Jean Victor Poncelet (1788 - 1867), na Escola Politécnica de Paris.

É importante observar que, ao analisarmos o desenvolvimento histórico do conteúdo, hoje denominado por Geometria Projetiva, percebemos uma trajetória cheia de altos e baixos, na maioria das vezes descontínua, cujos erros fazem parte do processo e, assim, deixam evidente

que o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos é fruto de uma construção humana, social e cultural.

Apresentamos, no tópico seguinte, algumas relações possíveis na Geometria Projetiva, a partir da leitura das imagens do tratado de Alberti e, então, evidenciamos aspectos que possibilitam uma discussão com alunos do Ensino Fundamental acerca da história e natureza da Matemática.

4 RELAÇÕES ENTRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O ENSINO DE GEOMETRIA PROJETIVA A PARTIR DA LEITURA DAS IMAGENS

Segundo as traduções e observações de Zanchetta (2014), Alberti utilizou as noções de ponto, reta e plano da Geometria Euclidiana a fim de estabelecer o que significa sinal, linha, superfície, respectivamente. Dessa mesma forma, definiu curvas, círculos, triângulos, orla etc. e utilizou a noção de pirâmide visual (Figura 1, ilustração F.3. e F.6.) como uma adaptação do cone visual proposto por Euclides em, aproximadamente, 323-283 a.E.C, como os raios da visão que partem do nosso olho e captam as formas das mais diversas superfícies que podemos ver. A pintura é a interseção da pirâmide visual com a superfície em que se deseja pintar, ou seja, pintar é por em uma única superfície todas as outras que desejamos representar. Com a intenção de preservar na superfície pintada as mesmas propriedades que são vistas fora dela, o autor ainda continua definindo o que são superfícies colineares e equidistantes e proporcionalidade.

Superfícies equidistantes são aquelas que preservam a mesma distância umas das outras (com relação ao observador) e superfícies colineares, aquelas que uma mesma linha reta toca igualmente em todas as suas partes. Além disso, a noção de proporcionalidade é definida quando a razão entre a medida de dois lados ou de dois ângulos de um triângulo é igual à razão de outro triângulo diferente, assim, ambos os triângulos são considerados proporcionais. Ao estabelecer a ideia da pirâmide visual projetada na superfície, mesmo que de forma inconsciente, Alberti propõe uma Geometria na qual não existem retas paralelas e que todas convergem para um único ponto, definido por ele como “ponto cêntrico” (ZANCHETTA, 2014).

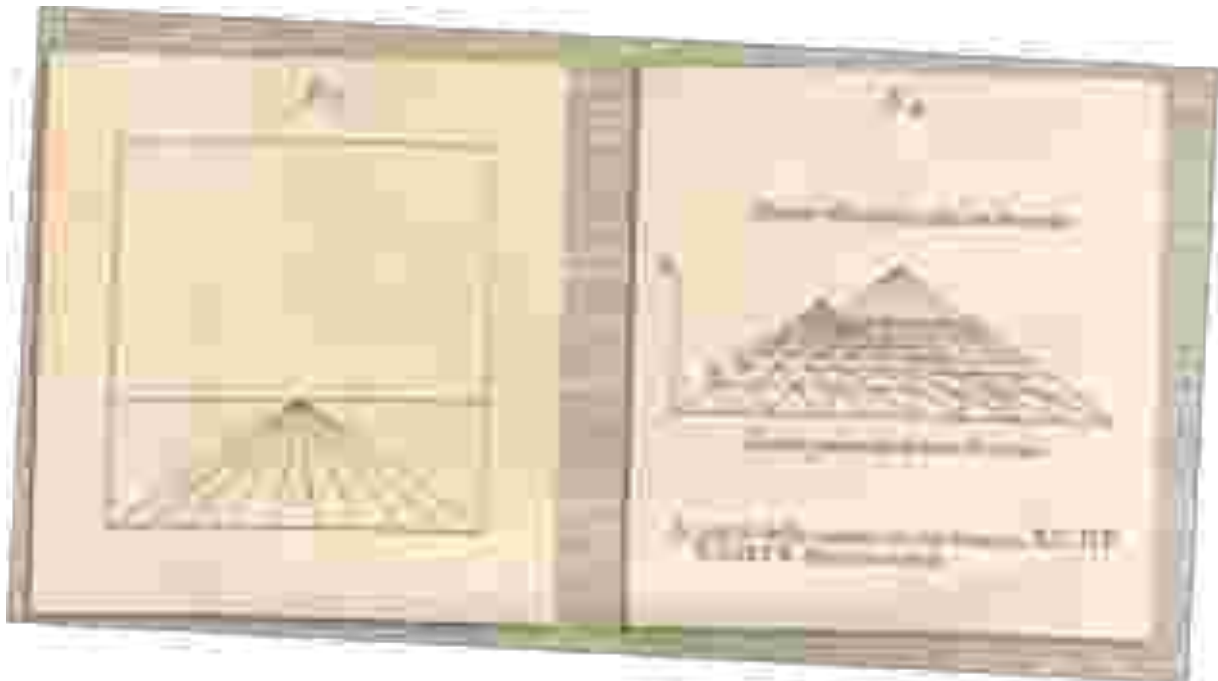
Uma vez definidas as noções e os conceitos básicos da perspectiva, o autor então apresenta um modelo sistematizado para a intersecção da pirâmide visual com a superfície, na qual desejamos retratar o que enxergamos. Visando à compreensão dos leitores de sua obra, Alberti apresenta as ilustrações F.3. e F.4. (Figura 3).

Na ilustração F.3. vemos um quadro (quadrado) que pode ser entendido como o alcance do que podemos enxergar, isto é, a visão panorâmica que atingimos quando olhamos para algum lugar. Além disso, o quadro está dividido por uma linha horizontal, de modo que sua parte superior é maior que a inferior, Alberti chama-a de “cêntrica”. Sobreposta a ela está um ponto cêntrico onde todas as linhas se encontram. No procedimento descrito pelo autor, as linhas se originam no ponto cêntrico e se estendem até a parte inferior do quadro, denotado como linha da terra. Tal construção dá origem a um triângulo central, formado por um número finito de triângulos parecidos, tendo o ponto cêntrico como vértice comum a todos.

Na ilustração F.4. Alberti continua com a construção de uma malha sobre o triângulo central, traçando linhas contidas no retângulo inferior determinado pelas cêntrica e jacente paralelas a ambas. Além disso, a distância entre as linhas diminui à medida que se aproximam do ponto do infinito, formando, assim, uma malha dentro do triângulo central, obtendo-se os pontos B, C, D, E, F, G, H e K. A partir de cada um desses pontos, são traçadas outras linhas, cada qual toca dois vértices opostos de cada célula da malha (retângulo), obtida da construção anterior, dando origem

a dois triângulos congruentes. Vale ressaltar ainda que Alberti apresenta apenas o triângulo central com a malha construída (F.4 da Figura 3).

Figura 3: Recorte da obra *Della Pittura*



Fonte: Alberti (1782, p. 304)

É importante ressaltar que a terminologia conhecida hoje em dia na Geometria Projetiva difere da usada por Alberti em seu tratado, ou seja o ponto cêntrico corresponde a “ponto de fuga”; linha cêntrica, a “linha do horizonte”, e linha jacente, a “linha da terra”.

Apesar do desenvolvimento da perspectiva na pintura ter iniciado a partir do século XV, com a obra de Alberti, e nos anos seguintes a técnica da perspectiva ter sido difundida e ampliada por outros pintores, a compreensão da existência de uma nova Geometria para além da Geometria Euclidiana é mais tardia. Mesmo havendo evidências que indicam o matemático Desargues como precursor da Geometria Projetiva, ao final do século XVII, é somente no século XIX que esse campo da Matemática é reconhecido pela comunidade Matemática (CALDAS, 2010; EVES, 2004; SANTAELLA, 2012).

A partir do exposto, pudemos notar como é sinuoso e não linear o percurso traçado pelo desenvolvimento do conhecimento matemático, ao contrário do que comumente pensamos. Portanto, acreditamos que o ensino deste, assim como de outros, não deve ser apresentado aos alunos dissociado da realidade, tampouco do seu contexto histórico e utilitário.

Até aqui discorremos sobre as imagens presentes no tratado *Della Pittura*, depois uma breve história do desenvolvimento da Geometria Projetiva, e, na sequência, a leitura das imagens do referido tratado. em seguida, tecemos algumas indicações aos(as) docentes quanto à condução de uma aula sobre Geometria Projetiva.

4.1 Como utilizar as imagens da obra *Della Pittura* em sala de aula

Conforme elencamos anteriormente, a obra de Alberti influenciou as técnicas de pintura no Renascimento e no trabalho de vários artistas, dentre eles Leonardo da Vinci (1452 - 1519). Assim, pudemos estabelecer relações entre os conceitos apresentados por Alberti, sobretudo nas imagens

que ilustram o tratado *Della Pittura*, e obras do período renascentista que utilizam a técnica de pintura a partir das noções hoje conhecidas como Geometria Projetiva. Nossa sugestão é explorar esses conceitos a partir de *A última ceia*, de Leonardo da Vinci representada na Figura 4.

Figura 4: Imagem do quadro *A Última Ceia*, de Leonardo da Vinci.



Fonte: <https://url.gratis/r8nSjX>

Em sala de aula, é válido apresentar, em um primeiro momento, as Figuras 1 e 2 e, na sequência, seu contexto histórico e a importância que representam por se encontrarem no primeiro tratado que sistematizou matematicamente os conceitos da Geometria Projetiva. Como atividade, o docente pode sugerir aos alunos que façam a representação de uma paisagem ou desenho usando os conceitos de ponto de fuga e/ou linha do horizonte.

Após apresentar as noções básicas da Geometria Projetiva, a partir das Figuras 1, 2 e 3, sugerimos que apresente *A última ceia*, de Leonardo da Vinci (Figura 4), e solicite aos alunos que procurem identificar na imagem o ponto de fuga e a linha do horizonte. Caso isso não aconteça de imediato, uma sugestão é indicar o uso de *softwares* de edição de imagens para traçar as linhas paralelas na parte superior dela, e com isso obtemos a imagem representada na Figura 5.

Figura 5: Quadro de Da Vinci *A última ceia* modificado com o uso de *software*.



Fonte: Adaptado pelos autores.

Com o traçado das linhas paralelas, realizado a partir do uso do *software*, o ponto de fuga e a linha do horizonte podem ser claramente identificados. Uma diferença entre a Figura 3 e a obra de Da Vinci (Figura 4) é que o pintor usa o recurso de traçar as paralelas saindo da parte superior da imagem, de modo que se encontram no ponto de fuga, o qual coincide com o personagem de maior destaque: Jesus Cristo, de onde parte também a linha do horizonte.

Além dessas comparações com a obra de Leonardo da Vinci, outras mais, entre pinturas e fotos, podem ser relacionadas com os conceitos preliminares da Geometria Projetiva apresentados por Alberti no tratado *Della Pittura*. Precisamos nos atentar também para a possibilidade interdisciplinar que a abordagem desse conteúdo possui, ampliando o leque de discussões a partir da História da Matemática e da Arte.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho apresentamos uma maneira de abordar a Geometria Projetiva por meio da História da Matemática, subsidiada pela descrição e leitura da Figura 3 e o contexto histórico em que foi produzida, procurando verificar como contribuiu na amplificação do conhecimento matemático. Não a vemos como a única forma de ensinar Geometria Projetiva no Ensino Fundamental, sem dúvidas há muitas outras possibilidades, todavia acreditamos que, ao fazê-la, estamos permitindo que os alunos concebam a Matemática como uma ciência associada às demais áreas do conhecimento, a qual também possui uma história repleta de erros e acertos, bem como qualquer outro produto social tornando assim o conhecimento acessível.

Além disso, observamos que a arte renascentista atrelada à Matemática utilizou-se de relações geométricas para expressar o princípio de uma perspectiva, com o objetivo de retratar paisagens de forma mais realista, em que os elementos pictóricos passaram a ter uma dimensão coerente e adequada às proporções e ao uso humano.

Sendo assim, ressaltamos que a(o) docente, a partir desse conteúdo, pode estabelecer relações interdisciplinares com as disciplinas de História, Geografia e Artes, promovendo diversas conexões entre elas. Assim, a valorização e o aprofundamento do conhecimento organizacional nas diferentes disciplinas escolares torna-se condição para a interdisciplinaridade, condição necessária para a compreensão do todo. Enfim, explorar tais conexões com outras áreas do saber amplia as potencialidades didáticas que o professor pode desenvolver em sala de aula, além de destacar o aspecto humano do desenvolvimento matemático, o que culmina na configuração de uma Matemática útil e com significado.

REFERÊNCIAS

- ALBERTI, L. B. **Della architettura Della pittura e Della statua**. Bolonha: Instituto de Ciências, 1782. Disponível em: <https://www.e-rara.ch/zut/content/zoom/15175819>. Acesso em: 24 jan. 2021.
- BARROS, J. D. Arte é coisa mental: reflexões sobre o pensamento de Leonardo da Vinci sobre a arte. **Revista Poiésis**, v. 8, n. 11, p. 71-82. 2008.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 2012.
- BURKE, P. **Testemunha Ocular**: o uso de imagens como evidência histórica. Traduzido por Vera Maria Xavier dos Santos. São Paulo: Unesp, 2017.
- CALDAS, P. R. V. **Perspectiva e Conhecimento**. 2010. 130 p. Dissertação (Mestrado em História e Filosofia da Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa 2010.
- CONSIGLIO, K. 20 curiosidades sobre a Última Ceia, obra-prima de Leonardo da Vinci. **Istoé**, 14 mai. 2021. Disponível em: <https://istoe.com.br/20-curiosidades-sobre-a-ultima-ceia-obra-prima-de-leonardo-da-vinci>. Acesso em: 12 ago. 2021.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.
- HEFEZ, A. **Introdução à história da geometria projetiva**. Rio de Janeiro: SBM, 1985. Disponível em: https://rmu.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/27/2018/03/n03_Artigo03.pdf. Acesso em: 24 jan.2021.
- KONZEN, S; BERNARDI, L. T. M. S; CECCO, B. L. O Campo do Ensino de Geometria no Brasil: do Brasil Colônia ao Período do Regime Militar. **Hipátia**, São Paulo, v. 2, n.2, p. 58-70, 2017.
- PARANÁ. Secretaria De Estado Da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Paraná, 2008.
- PEREIRA, M. R. M. **Uma proposta didática a partir de imagens de um instrumento matemático presentes no tratado Mathesis bíceps: vetus et nova** (1670). 2019. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2019.
- PEREIRA, M. R. M; TRIVIZOLI, L. M. A leitura de imagens do tratado *Mathesis Biceps: Vetus Et Nova* na articulação entre história da matemática e ensino. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n. 18, p. 360-375, 2020.
- ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
- SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.
- SANTAELLA, L. **Como eu ensino leitura de imagens**. São Paulo: Melhoramentos, 2012.
- STRÖHER, R. A. **Lições Albertianas para a teoria e a prática da arquitetura contemporânea**. 2006. 190 p. Tese (Doutorado em Arquitetura) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.
- TONHATO, I. C.; CARDOSO, M. V. N.; PEREIRA, M. R. M. A geometria projetiva a partir de imagens de um tratado renascentista. In: Seminário Nacional de História da Matemática, 14., 2021. Uberaba. **Anais...** Uberaba: Universidade Federal do Triângulo Mineiro, 2021, p. 212-225.
- OXFORD LANGUAGE. Disponível em: tinyurl.com/1wix3jy. Acesso em: 19 out. 2020.
- ZANCHETTA, R. **Da Pintura de Leon Battista Alberti**: comentário e tradução do primeiro livro. 2014. 244 p. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

Submetido em agosto de 2021.

Aprovado em outubro de 2021.

Igor Cardoso Tonhato

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá, Paraná, Brasil. ID Lattes: 3615749052248660. Orcid ID: 0000-0002-7410-5687.

Contato: igorpolho@gmail.com.

Matheus Vieira do Nascimento Cardoso

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá, Paraná, Brasil. ID Lattes: 4043061557314692. Orcid ID: 0000-0003-3205-8103.

Contato: mv.cardas@hotmail.com.

Marisa Raquel de Melo Pereira

Mestra em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá, Paraná, Brasil. ID Lattes: 7818409186910767. Orcid ID: 0000-0003-4781-4258.

Contato: marisaraquelmelo@gmail.com.