

História da Matemática nas Coleções do PNLD 2018

um estudo preliminar

History of Mathematics in the Collections of PNLD 2018

a preliminary study

Cleber Haubrachs

Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ)

Marcello Amadeo

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO)

RESUMO

Os livros didáticos (LD) são veículos importantes na universalização do acesso a materiais didáticos e a principal referência de alunos e professores. Através deles circulam algumas histórias da Matemática na comunidade escolar. Assim, temos como objetivo identificar como e qual história da Matemática (HM) chega aos estudantes e professores pelos livros do PNLD de 2018. O *Coletivo de História no Ensino de Matemática* (CHEMat) elaborou um instrumento para descrever as inserções de HM contidas nos LD. Por “inserção histórica” entendemos qualquer tipo de informação que remeta ao passado, tomando o cuidado de evitar contextualizações deliberadamente ficcionais. O instrumento, no formato de um formulário eletrônico para efetuar a coleta de dados, está organizado em seis blocos de perguntas: uma para identificar formalmente a inserção, seguida de quatro partes que descrevem os episódios históricos em relação aos personagens citados: o período histórico, as imagens utilizadas, a relação da inserção com os demais conteúdos do livro e as referências ali contidas. A última parte analisa as inserções de HM em LD segundo suas funções didáticas. Estruturalmente, a pesquisa relata os dados coletados num estudo preliminar envolvendo três livros, algumas tendências nas respostas obtidas, dificuldades observadas na tarefa da coleta e reflexões levantadas após sua conclusão.

Palavras-chave: História da Matemática no ensino. História da Matemática. Ensino de Matemática. Análise de livros didáticos. Funções didáticas da história no ensino.

ABSTRACT

Textbooks are an important vehicle for universalizing access to teaching materials and the main reference for students and teachers. Through them, some of mathematics' history circulates in schools. Thus, we aim to identify how and which history of mathematics (HoM) that reaches students and teachers through the 2018 PNLD textbooks. The *Coletivo de História no Ensino de Matemática* (CHEMat) developed an instrument to describe the HoM insertions contained in the textbooks. By historical insertion we mean any type of information that refers to the past, taking care to avoid deliberately fictional contextualization. The data survey instrument is organized into six blocks of questions: one to formally identify the insertion, followed by four parts that describe the historical episodes in relation to the characters mentioned, the historical period, the images used, the relationship between the insertion and the other contents of the book and the references contained therein. The last part analyzes HoM insertions in textbooks according to their didactical purpose. This paper presents an account of the data collected in a preliminary study involving three textbooks, some trends in the answers obtained, difficulties observed in the survey task and reflections emerged after the conclusion of the preliminary study.

Keywords: History of mathematics in teaching. History of mathematics. Mathematics education. Textbook analysis. Didactic purposes of history in teaching.

1 INTRODUÇÃO

Desde a criação do PNLD (Programa Nacional do Livro e do Material Didático), em 1985, os livros didáticos (LD) se tornaram gradualmente obrigatórios nas redes públicas de ensino. Hoje, constituem um veículo importante para a universalização do acesso a materiais didáticos e a principal referência para alunos e professores. São eles que fazem circular algumas histórias da Matemática entre estudantes e educadores, sejam elas curiosidades históricas, anedotas, informações biográficas ou reconstruções históricas, algumas até se dedicam a incorporar elementos históricos aos textos.

Nosso objetivo foi explorar como a História da Matemática (HM) chega até estudantes e professores através dos LD aprovados no PNLD. Quais são as funções pedagógicas da HM nos livros textos que podemos identificar? De que forma é empregada: motivacional, elemento disparador de conteúdo, contextualização de conceitos matemáticos, formação geral de leitores ou ainda como recurso pedagógico para se explorar uma propriedade matemática?

Também queremos identificar qual HM é abordada nas coleções do PNLD, em qual historiografia os autores se baseiam, se parte de textos ultrapassados¹ ou privilegia discussões recentes (como algum resultado histórico dos últimos 50 anos), suas implicações na formação inicial do estudante de Matemática e, por fim, a imagem que ele formula, após concluir o Ensino Médio, sobre o ofício do matemático a partir dessas leituras históricas.

Compreender qual HM chega aos alunos é importante para nós, pois entendemos que reflete muitos estigmas que a Matemática carrega na escola básica. Vale lembrar que não existe neutralidade nas narrativas históricas (SAITO, 2018). Uma historiografia que valoriza apenas os casos de sucesso e os personagens célebres dessa área, numa sequência de eventos lineares que sempre culmina na Matemática atual, endossando o imaginário de que é uma ciência exata, precisa, não admite há erros, é feita por mentes singulares – quase sempre homens, brancos e europeus – , muitas vezes a partir de inspirações mundanas, concepções que reforçam a mentalidade de que o matemático sempre foi um gênio.

Essas leituras históricas já foram duramente criticadas nas últimas décadas e trazem discussões fundamentais se quisermos reconstruir a imagem de que a Matemática é uma ciência humana como qualquer outra, sujeita a erros e acertos, não tão diferente das demais, como se quer acreditar, pois necessitam ir além do conteúdo e considerar, também, o contexto cultural na qual a fonte se insere (GRATTAN-GUINNESS, 2004).

Essas novas interpretações históricas podem ajudar professores e estudantes a ter uma visão crítica diferente sobre a Matemática. Sobretudo para nós, esse novo olhar sobre a HM é um passo importante, se quisermos ultrapassar os preconceitos e respeitar a diversidade no fazer matemático e no pedagógico.

A partir dessas considerações, nós, do CHEMat (Coletivo de História no Ensino de Matemática)², iniciamos um projeto de pesquisa sobre as inserções de história em LD de Matemática. Por “inserção histórica” entendemos qualquer tipo de informação que remeta ao passado, a qual pode abordar momentos do desenvolvimento histórico de conceitos, informações biográficas de matemáticos, livros ou outra publicação importante, datas de acontecimentos, dentre

¹ Aqui nos referimos especificamente aos livros de HM de H. Eves e de C. Boyer, publicados originalmente em 1953 e 1968, respectivamente. São as principais referências nos cursos universitários e, ainda hoje, se mantêm com ampla divulgação dentro da comunidade matemática brasileira. Para uma leitura crítica dessas obras, recomendamos o artigo de Abreu et al. (2021).

² Somos um coletivo composto de professores de Matemática da Educação Básica, do Ensino Superior, de graduação e de pós-graduação de diferentes instituições da região metropolitana do Rio de Janeiro, cujo interesse é pesquisar sobre o uso de história no ensino.

outras informações com o objetivo de fazer uma leitura completa sobre o uso de HM em todas as coleções aprovadas no PNLD de 2018.

2 O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO DE 2018

É amplamente sabido que os livros aprovados pelo PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) têm alcance nacional e universal, isto é, qualquer escola pública, independente da sua região ou especificidade, tem direito ao acesso às mesmas coleções. Portanto, os livros de Matemática aprovados pelo programa nos apresentam um bom parâmetro para identificar como a HM é tratada nos materiais didáticos brasileiros.

Quando esta pesquisa foi iniciada, o edital mais recente para a disciplina de Matemática no Ensino Médio era o de 2018. Foram 8 coleções aprovadas, cada uma com três volumes, correspondente aos três anos do Ensino Médio, ou seja, no total, foram 24 livros aprovados para o triênio 2018-2020. A avaliação desse ciclo culminou com a publicação do *Guia de Livros Didáticos de Ensino Médio do PNLD 2018* (BRASIL, 2017), que nos serviu como importante referência para nossa análise. Assim, a escolha dos LD desse edital de 2018 foi feita por se tratar das coleções em vigor nas escolas públicas quando se iniciou esta pesquisa.

A restrição a coleções de Ensino Médio foi feita por se tratar dos anos finais da Educação Básica. Boa parte dos estudantes nessa etapa são jovens entre 14 e 18 anos e estão descobrindo o mundo com um olhar um pouco menos ingênuo do que tinham no Ensino Fundamental, pois, nessa etapa, já possuem algum nível de discernimento sobre o que é a Matemática escolar. Em suma, o tratamento dessa disciplina nesses últimos anos escolares nos parece ser pertinente para avaliarmos como ela é refletida nos LD e, por conseguinte, como é construída aos olhos dos jovens.

Portanto, considerando a abrangência do PNLD, o grupo CHEMat assumiu que conhecer as inserções de HM contidas nos 24 livros selecionados em 2018 fornecem um bom panorama sobre a qual delas os estudantes da Educação Básica das escolas públicas têm acesso atualmente.

3 A COLETA DOS DADOS DO ESTUDO PILOTO

No formato de um formulário para uniformizar a análise, o CHEMat elaborou um instrumento para descrever as inserções de HM nos LD, organizado em seis blocos de perguntas, quatro dos quais descrevem os episódios históricos em questão, as figuras, a relação da inserção com os demais conteúdos do livro e as referências contidas na inserção. Anterior a elas, há a parte “zero”, a qual serve para identificar formalmente a coleção, o volume e a página. A última parte contém perguntas que apontam para possíveis categorias de análise da inserção dentro de nossos referenciais, que explicaremos mais adiante.

A escolha de um formulário para a coleta de dados se justifica por dois motivos principais: O primeiro, para termos um banco de dados únicos com todas as informações, quantitativas e qualitativas, que julgamos pertinentes. O segundo, para uniformizar o processo de análise, uma vez que teremos 24 livros utilizados por diferentes indivíduos. Essa foi a maneira que encontramos para diminuir a subjetividade da leitura de cada participante e, portanto, tornar nossa interpretação mais objetiva.

Para avaliar o uso, a adequação e a versatilidade do instrumento no processo de coleta de dados, nos engajamos num estudo piloto entre agosto e setembro de 2020, procurando analisar a adoção de 3 LD, um de cada ano letivo do Ensino Médio, no intuito de diversificar a amostra. Os livros, selecionados arbitrariamente, foram os seguintes: (a) *Matemática: Contexto e Aplicações*, volume 1, de Luiz Roberto Dante, (b) *Quadrante Matemática*, volume 2, de Eduardo Chavante e

Diego Prestes (c) *Matemática: Ciência e Aplicações*, volume 3, de um coletivo de cinco autores capitaneados por Gelson Iezzi.

No fim dessa etapa contabilizamos 52 inserções. Nos dois meses seguintes, nos debruçamos sobre os dados coletados, que manteve dois objetivos específicos: aprender a ler e interpretar os dados do modo como são tabulados e apresentados pelo Google Forms, bem como rever e atualizar o instrumento de coleta de dados – o que se revelou necessário.

A seguir apresentamos um relato dos dados coletados, com comentários e observações de algumas tendências nas respostas obtidas. Também comentamos algumas dificuldades observadas na tarefa da coleta. E, ainda, mencionamos as principais modificações necessárias para o aperfeiçoamento do instrumento de coleta.

4 RELATO DOS DADOS COLETADOS, COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES

Observamos que a quantidade de livros por ano letivo ficou desigualmente distribuída, pois encontramos 36 inserções no de primeiro ano e 8 nos de segundo e terceiro anos. Não sabemos ainda, sem fazer o estudo completo, se há mesmo mais delas no início do Ensino Médio ou se essa grande quantidade é uma característica da coleção de Dante, selecionado para o estudo piloto. São aspectos interessantes para serem investigados, em suas causas e consequências. Em todo caso, todos os resultados serão verificados nas etapas posteriores do projeto, mas que ainda não foram executadas.

4.1 Primeira parte do instrumento de coleta de dados: elementos da narrativa histórica

No primeiro bloco de perguntas da entrevista, a atenção esteve voltada para o levantamento dos elementos da narrativa histórica. O questionário começa situando as coordenadas de espaço e tempo em que os episódios narrados acontecem. Os dados coletados nessa pergunta dão ênfase aos episódios ocorridos em dois períodos/territórios bem específicos. Primeiramente, a maior quantidade, 33 em 77 (que corresponde a 43%), são de episódios ocorridos na Europa Central (em países como Alemanha, França, Grã-Bretanha, Inglaterra ou Itália) no período do século XVI ao XIX. Depois, seguem-se 18 ocorrências (23%), na Grécia Antiga e seu entorno, no Período Helênico, que cobre desde o século VI a.E.C. até o século IV da nossa Era. Ressalta-se que há 9 menções a episódios ocorridos no século XX. As demais 17 menções são distribuídas em outros oito itens que contemplam povos e culturas não ocidentais, como Mesopotâmia Antiga, Babilônia, Oriente Médio ou Egito Antigo, por exemplo. Nota-se a ausência total de menção ao Brasil, ou mesmo de Portugal, país europeu cuja história está relacionada diretamente com a nossa.

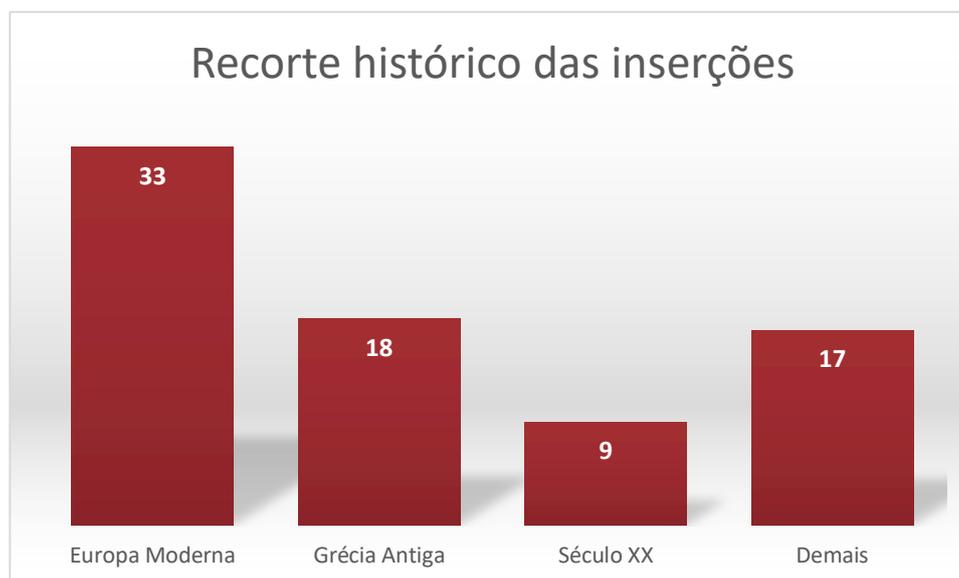
É notório observar que duas a cada três inserções concentram a história da Europa (Antiga ou Moderna), e esses dados revelam o quanto a HM presente nesses LD reflete uma historiografia eurocêntrica, bem como nosso olhar histórico é eurocêntrico. Consequentemente, tendemos a conhecer e valorizar a Matemática produzida por eles e não a produzida em outras regiões do mundo.

Caso essa tendência se confirme nos demais LD, isso pode induzir o estudante a acreditar que a Matemática é uma produção majoritariamente europeia, assim ele não seria capaz de reconhecê-la fora desses parâmetros. Enfim, o número desproporcional de inserções está longe de incluir os estudos etnomatemáticos ou as críticas a essa história centralizada em um único continente.

De fato, se incluirmos as inserções do século XX e olharmos sob uma lente ocidente/oriente, veremos que os três grupos Europa Moderna, Grécia Antiga e Século XX se referem à história do ocidente, o que representa 89% delas, em outros termos, 9 em cada 10 se referem ao mundo ocidental. A HM contada nesses livros indica que a Matemática é uma produção dessa natureza e que povos de fora desse lado do globo têm pouca relevância em seu desenvolvimento.

A pergunta seguinte registra os personagens que aparecem nas inserções. Em 52 delas, 42 mencionam um ou mais personagens pelo nome, totalizando 84. Os mais evocados são Carl Friedrich Gauss e Gottfried Wilhelm Leibniz (ambos mencionados 4 vezes), Aristarco de Samos, Galileu Galilei e Isaac Newton (cada um 3 vezes). Com duas menções, apareceram Apolônio de Perga, Tycho Brahe, Girolamo Cardano, René Descartes, Pierre de Fermat, Fibonacci, Christiaan Huygens, Blaise Pascal e Claudius Ptolomeu. Observamos ainda que na lista há matemáticos bem como cientistas naturais (por exemplo, Gregor Johann Mendel), inventores (Alexander Graham Bell e Leonardo Da Vinci), historiadores (Heródoto) e líderes políticos antigos (Júlio César e Xerxes).

Figura 1: Recorte histórico de inserções da HM em LD.



Fonte: elaborado pelos autores (2021).

Lembrando que neste estudo piloto foram consultados apenas três livros. Portanto, quatro aparições nesse contexto podem ser consideradas como “muito frequente”. A “popularidade” de Gauss e de Leibniz é atestada pelo fato de que, em pelo menos em um dos livros, eles forma mencionados mais de uma vez.

Em que pese o excesso de personagens europeus, alguns de outras culturas são mencionados, como Ahmes do Egito Antigo, Al-Khowarizmi e Ibn Yunus, do Islã Medieval.

Um fato marcante é a ausência de mulheres nessa lista de 84 nomes. A falta de representatividade feminina na Matemática é um tema que merece atenção. Uma visão história sobre esse abismo entre homens e mulheres na HM é discutida pela pesquisadora britânica June Barrow-Green (2019). No que se refere às implicações nesse assunto, talvez uma introdução possa ser feita através do livro de Jo Boaler, *Mentalidades Matemáticas* (2018).³ A educadora defende que diversas ações que temos dentro e fora da sala de aula contribuem para uma construção nos estudantes de que Matemática não é para meninas. Nesse sentido, acreditamos que a HM possa ter seu papel tanto para romper com alguns estereótipos quanto para reforçá-los – como foi observado na lista de 84 nomes masculinos.

Ainda no bloco de perguntas sobre os elementos da narrativa histórica, alistamos as menções a livros, documentos históricos, tratados, periódicos ou publicações, totalizando 18 títulos de obras. Observa-se que ainda persiste uma vantagem quantitativa no número de menções a obras

³ Como sugestão de leitura adicional, recomendamos o artigo de Sarah-Jane Leslie et al. de 2018, *Expectations of brilliance underlie gender distributions across academic disciplines*, que explora o desequilíbrio entre os gêneros em diferentes disciplinas acadêmicas.

produzidas no território europeu moderno (11 títulos) e as demais obras (7 títulos), embora dessa vez a diferença não seja tão contundente quanto na lista de personagens. Apenas para ilustrar algumas das menções obtidas, no primeiro grupo, aparecem *Ars Magna* de Cardano, *La Géométrie* de Descartes e *Liber Abaci* de Fibonacci. Já no segundo grupo, há, entre outros, *Al-jabr W'al-Mugabala* de Al-Khowarizmi, o *Papiro de Rhind* (de fato, redigido pelo escriba egípcio antigo Ahmes) e o *Chiu-Chang Suan-Shu* (*Nove capítulos sobre a arte matemática*).

Queremos fazer uma reflexão nesse ponto, embora ainda não estejamos seguros sobre suas implicações. Nas inserções encontradas, observamos que há um número significativo de personagens europeus com informações biográficas. Porém, quando se referem à Matemática produzida por outros povos, os LD apresentam mais as obras do que os personagens. Podemos supor que para esses papéis europeus exista uma bibliografia mais sólida que corrobore com uma historiografia mais detalhada sobre eles. Aqui há uma contradição entre os LD e as referências historiográficas em que se baseiam. As obras que se apoiam na HM trazem informações biográficas de quase todos os matemáticos citados, europeus e não-europeus – ainda que os personagens europeus ocupem um espaço privilegiado nessas literaturas. A escolha dos autores não incluiu muitas informações biográficas sobre os matemáticos periféricos à narrativa eurocêntrica, talvez reflita mais uma falta de contato desses autores, ao longo de sua formação e exercício profissional, com esses matemáticos. Independente dos motivos, citar as obras e não seus autores, na nossa interpretação, é como se elas fossem mais importantes do que quem a produziu, o que coloca esses personagens em uma categoria abaixo dos textos matemáticos.

Apesar das nossas críticas parecerem um tanto duras, devemos reconhecer que há uma tentativa de tais autores em procurar – à sua maneira – incluir contribuições matemáticas de outras culturas não-ocidentais. Vemos referências de Matemáticas egípcia, babilônica/mesopotâmica, islâmica, hindu e chinesa, o que nos mostra algum nível de preocupação em situar diferentes civilizações que trazem também contribuições para a Matemática. Assumimos, então, que há algum grau de progresso no sentido de reconhecer outras produções matemáticas ao redor do mundo.

4.2 Segunda parte do instrumento de coleta de dados: imagens

O segundo bloco registra a quantidade das figuras presentes na inserção, com intuito de analisar quais tipos de imagem aparecem e qual o seu papel, foram registradas 39 das 52, resultando em três quartos do total, uma quantidade comum considerando a imagem como um veículo de comunicação. Contabilizamos 57 figuras, das quais 18 (32%) são retratos dos perfis das pessoas, sendo o Matemático Gauss o mais retratado, cujo rosto aparece três vezes.

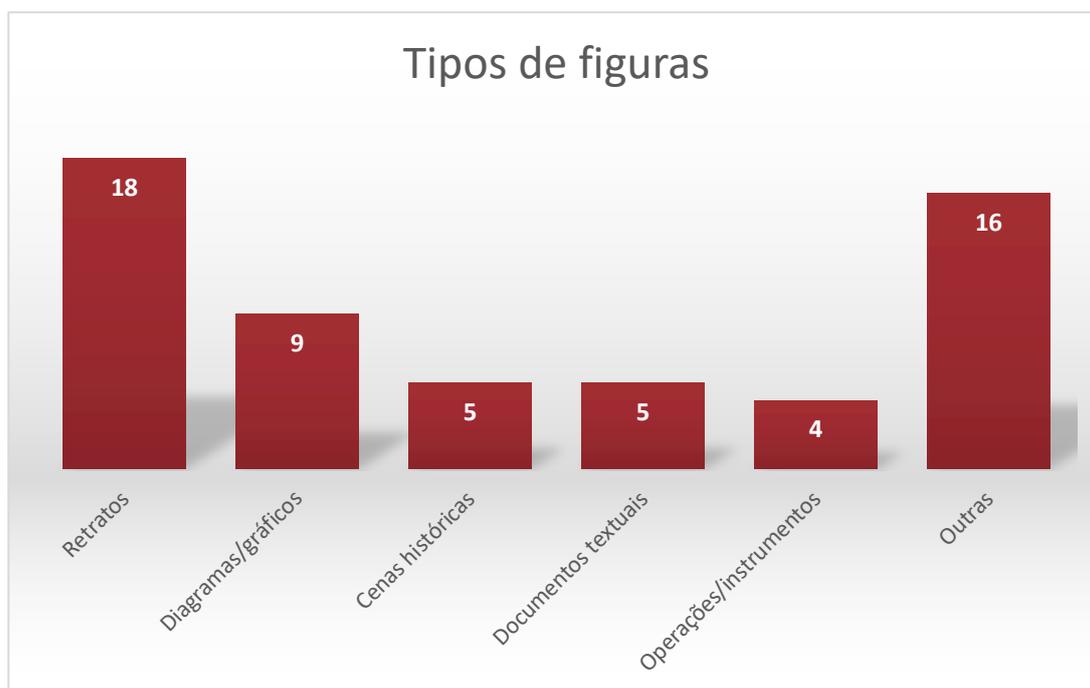
A segunda categoria de maior incidência foi a de diagramas ou gráficos matemáticos, com nove aparições, contendo figuras como um diagrama com quatro tipos de seções cônicas; um semicírculo com um ângulo central e uma corda associada a ele; ou ainda um diagrama de função com flechinhas ligando dois conjuntos.

Cena com pessoas, do cotidiano ou de reprodução histórica, aparecem 5 vezes. Nesse item encontramos, por exemplo, representação de egípcios obtendo triângulo retângulo com nós em cordas; uma pintura com Descartes ensinando astronomia à rainha Cristina I da Suécia; ou ainda Kepler e Brahe ao redor de uma mesa, trabalhando nos dados das posições dos planetas.

Para o item de livros, manuscritos, papiros ou tabletes, foram encontradas 5 figuras, incluindo objetos como uma tábua com escrita cuneiforme do século XIX A.C. e o Papiro de Rhind (Ahmes). Curiosamente, houve apenas 4 imagens ilustrando operações matemáticas ou contendo instrumentos de medida, de desenho ou de cálculo. As outras 16 não se encaixavam em nenhuma categoria. Percebemos, tardiamente, que não havia um espaço em nosso formulário para descrevê-las.

Para esse instrumento de coleta de dados, destaca-se a própria formação de um repertório iconográfico para a HM, sendo este muito assentado no rosto ou nas ações dos personagens históricos. As imagens que remetem ao fazer matemático como gráficos de curvas, instrumentos, diagramas e símbolos matemáticos têm um papel secundário nas inserções históricas.

Figura 2: Tipos de figuras.



Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

4.3 Terceira parte do instrumento de coleta de dados: conteúdos

Tratando-se da parte mais longa do instrumento, esse bloco de perguntas investiga as relações da inserção com os demais conteúdos do livro didático.

Na primeira pergunta, alistamos alguns dos conteúdos trabalhados no Ensino Médio, adaptados do Guia do PNLD 2018 (Quadro 1) e, logo após, quais deles são tratados na inserção.

Essa pergunta gerou um longo debate no nosso grupo de pesquisa. Houve uma divergência de interpretação e, conseqüentemente, na coleta dos dados no estudo piloto. Identificamos que alguns de nós preencheram a pergunta observando os conteúdos dos trechos selecionados (o assunto da unidade, capítulo ou seção) onde aparece a inserção. É como pensar que a história foi colocada "dentro" do conteúdo. Outros entenderam que o "movimento" dá-se no sentido contrário, assim, assinalaram quais os conteúdos são mencionados. É como pensar no que está "dentro" da história. Em todo caso, tanto os que interpretaram a "história no conteúdo" quanto os que interpretaram o "conteúdo na história", perceberam que a lista apresentada no Guia do PNLD não contempla todos os conhecimentos matemáticos que mobilizados pelas inserções de HM.

Esse conjunto de perguntas está no formato de perguntas objetivas. Nós as preenchemos sem identificar, contudo, suas delimitações. Assim, devido à mistura de intenções do que agora entendemos por investigações diferentes, concluímos que os dados coletados no estudo piloto, especificamente para esta pergunta, estão demais distorcidos para uma boa interpretação, os quais mostraram que a resposta mais frequente foi a *Álgebra*, na sequência *Geometria*, *Números e Operações* e, por fim, *Estatística e Probabilidade*.

Infelizmente, esses dados deturpados não nos permitem apontar para uma tendência. Entretanto, essa divergência de interpretação não foi prejudicial para a pesquisa como um todo. O debate posterior à coleta permitiu ao *CHEMat* repensar, reescrever e aperfeiçoar o instrumento, de modo que se possa responder com mais precisão a essas novas perguntas, agora devidamente postas: (a) Em quais conteúdos do Ensino Médio, os autores de LD recorrem à HM? (b) Quais são os conteúdos mobilizados?

Quadro 1: Conteúdos gerais e específicos adaptados do Guia do PNLD 2018

Conteúdo geral	Conteúdos específicos
Números e Operações	Conjuntos, Números e grandezas, Números naturais, Números inteiros, Números racionais, Números reais, Números complexos, Análise combinatória
Álgebra	Funções e suas propriedades, Sequências, Funções afins, Funções quadráticas, Funções exponenciais, Funções logarítmicas, Funções trigonométricas, Matemática financeira, Equações polinomiais, Matrizes, Determinantes, Sistemas lineares, Introdução ao cálculo
Geometria	Grandezas geométricas, Geometria plana, Trigonometria nos triângulos, Circunferência trigonométrica, Geometria espacial de posição, Geometria espacial métrica, Transformações geométricas, Geometria analítica: pontos e retas, Geometria analítica: circunferências e cônicas
Estatística e Probabilidade	Probabilidade, Estatística

Fonte: (HAUBRICHS; BERNARDES, 2020).

Nesse estudo piloto, havia também uma pergunta que procurava registrar menções a outros saberes que vão além da Matemática da educação básica. Assim, perguntava-se se a inserção fazia referência a assuntos da Matemática superior (como cálculo diferencial e integral, álgebra linear, fractais) ou a outras ciências exatas ou naturais (como Física, Astronomia e Geografia, por exemplo). A partir da divergência anterior, entendemos que os dados coletados por essa pergunta também foram afetados, por isso, também deve ser reformulada de maneira mais precisa na versão aperfeiçoada do questionário.

Prosseguindo com a pesquisa, o instrumento seguiram as perguntas que registram a posição da inserção dentro da estrutura do livro, no início ou no fim de alguma unidade, capítulo ou seção, bem como ao longo do texto corrente. Registra-se ainda um possível destaque da inserção dentro da página em que aparece, podendo ser em box separado/específico para conteúdos de apoio ao texto principal ou simplesmente “misturada” com outros conteúdos.

Salta aos olhos que quase metade das inserções, 25 em 52, aparece no meio da seção, incorporada ao texto expositivo, promovendo, com isso, um resultado positivo, pois aponta um esforço dos autores em mesclar os dois tipos de conteúdo: o matemático e o histórico. Há ainda um número significativo de inserções, 11 em 52, que são alocadas no final da seção, pretendendo ser uma leitura complementar para o conteúdo já exposto. Destaca-se também que a maioria das inserções de HM são longas e bem destacadas, visto que contabilizamos 23 delas, ocupando uma página inteira ou mais, apontando que é bem-vinda nesse contexto.

Uma pergunta que se revelou complexa no momento da coleta de dados foi a relativa à presença explícita de elementos típicos da redação de textos matemáticos: Definições, teoremas ou propriedades de objetos matemáticos enunciados completamente; cálculos completos ou demonstrações; exemplos ou exercícios resolvidos. Mais do que isso, em sua continuação, a

pergunta demandava saber se os elementos matemáticos faziam sentido em si mesmo e poderiam dispensar as demais informações ou se efetivamente precisavam registrá-las para fazer sentido.

A primeira parte da pergunta revelou, sem dificuldades, que apenas 25 das 52 inserções têm elementos matemáticos explícitos no texto. A segunda parte, porém, causou conflitos de interpretação, delimitação e objetividade. A intenção do CHEMat, ao compor essa pergunta, foi saber o quanto o discurso “puramente matemático” e o discurso “puramente histórico” são indissociáveis ou, pelo contrário, separáveis. Devido à falta de consenso entre o grupo, não conseguimos detectar o alcance do objetivo esperado. Além disso, mesmo entre os itens de resposta objetiva da primeira parte da pergunta, identificamos que o elemento “fórmulas” estava ausente.

Na versão aperfeiçoada do questionário, construída após os debates do estudo piloto, pretendemos reescrever essa pergunta de maneira mais clara e objetiva. Uma vez identificados os elementos característicos dos textos matemáticos, uma possível pergunta seria a seguinte: “Qual é a relação dos elementos matemáticos que aparecem na inserção com o texto da inserção?”, oferecendo como opções de respostas: “a) Sendo excluídos os elementos matemáticos, a narrativa histórica ainda faz sentido”; “b) Sendo excluídos os elementos históricos, a redação matemática ainda faz sentido”; e “c) Nessa inserção os elementos matemáticos e os elementos históricos são indissociáveis.”

Na pergunta seguinte, também ocorreram questionamentos que investigavam a presença explícita de: exercícios, problemas ou questões de Matemática, perguntas, problemas ou reflexões sobre História, sugestões de consultas a outras fontes para saber mais ou sugestões de outras tarefas. Na sequência, a pergunta solicitava informações a respeito caso precisassem das registrá-las na inserção para serem propostas ou respondidas ou se poderiam dispensá-las. Semelhantemente ao caso anterior, a primeira parte foi computada sem dificuldades e registrou apenas 9 inserções contendo atividades propostas aos estudantes. Contudo a versão aperfeiçoada do instrumento de coleta de dados deveria reescrever a segunda parte dessa pergunta de maneira mais objetiva.

4.4 Quarta parte do instrumento de coleta de dados: referências

Nesta parte, uma única pergunta verifica quais são as referências historiográficas utilizadas nos LD de HM. É necessário dizer que não são todas as coleções que apresentam suas fontes em cada inserção, alguns as apresentam ao final do livro. No que coletamos nesse estudo piloto, apenas 14 das 52 inserções têm referências *in loco*. Dessas, quase todas são referências a livros, com exceção de duas, relativas a páginas vinculadas aos portais das universidades UFRGS e USP.

Os livros mais citados são os clássicos da historiografia tradicional, *História da Matemática* de Carl Boyer e *Introdução à História da Matemática* de Howard Eves, cujas publicações originais datam em meados do século passado. Embora as obras do PNLD tenham sido publicadas entre 2016 e 2018, momento em que já estava disponível no mercado editorial outras referências atualizadas em HM, e mesmo com edições atualizadas e revistas dos livros tradicionais, ainda assim boa parte das referências ao livro de Boyer são tomadas na edição publicada na década de 1970.

Para nós, isso é um reflexo de uma falta de reconhecimento da HM como um campo de pesquisa e debate. Acreditamos que ela é vista pelos autores e pela comunidade matemática em geral, como uma subárea da Matemática – e não da história – que, uma vez registrado os fatos históricos, não há necessidade de se revisitá-los. Não reconhecem a história, e em especial a HM, como uma ciência interpretativa, que sofre mudanças com o tempo, seja a partir da descoberta de novos documentos ou seja a partir de novas leituras históricas.⁴ É importante que a historiografia

⁴ Como textos introdutórios sobre história como ciência, sugerimos dois trabalhos. A coletânea de ensaios do historiador francês Jacques Le Goff, *História e Memória*, organizados e publicados em 1990 pela Editora Unicamp.

da Matemática de hoje procure ocupar seu espaço nos ambientes escolares, se quisermos desconstruir preconceitos reforçados pela historiografia tradicional.

4.5 Quinta parte do instrumento de coleta de dados: categorias de análise

Este bloco contém três perguntas que apontam para algumas categorias de análise da inserção de HM no livro didático que nos permitirão começar um aprofundamento na interpretação qualitativa das inserções, bem como a dialogar nossas pesquisas com outras relacionadas ao mesmo assunto. Dentre elas, apresentamos aqui apenas os resultados da que investiga a função didática da inserção de HM.

A primeira delas avalia criticamente a narrativa histórica a partir de uma perspectiva teórico-metodológica compatível com a valorização e o uso de uma historiografia atualizada da Matemática, defendida e exemplificada, em Grattan-Guinness (2004), Roque (2012) e Saito (2018).

É bom registrar que, numa historiografia tradicional, a HM é narrada de modo linear, acumulativo, progressista e descritivo, enfatizando apenas os aspectos internos à própria Matemática. Por outro lado, na vertente mais atualizada das pesquisas em HM, procura enfatizar os aspectos contextuais da produção Matemática no espaço e no tempo, esforça-se por evitar o anacronismo de introduzir conceitos inexistentes na época e procura levar em conta as circunstâncias na qual os saberes matemáticos foram elaborados.

Para cada inserção, pretendemos encaixar a narrativa histórica ali contida em categorias não mutuamente excludentes entre si (Quadro 2). Observamos que o tipo de narrativa (d) ocorre uma vez a cada quatro inserções, o que é um número relativamente alto, considerando que ela parece ter menor impacto didático-pedagógico para o professor ou para o estudante.

Quadro 2: Resultados das categorias de análise da *narrativa histórica*.

Categoria	Quantidade
a) a narrativa é composta de <i>uma sequência de episódios/eventos de locais e/ou tempos distintos</i>	15 inserções
b) a narrativa é focada em <i>apenas um episódio/evento</i>	21 inserções
c) a narrativa contém meramente <i>informações biográficas</i> de um ou mais personagens	4 inserções
d) a narrativa contém meramente a <i>menção de algum elemento histórico</i> (nome próprio, local ou data) ligado a um conceito matemático	13 inserções

Fonte: Elaborada pelos autores (2021).

As pesquisadoras Elisângela Carlini e Mariana Cavalari (2017) classificam as inserções de HM em LD, segundo suas *funções didáticas*, nas quatro categorias alistadas e definidas a seguir: (a) como *estratégia didática*, quando a história possibilita desenvolver algum raciocínio matemático; (b) como *elucidação dos porquês*, quando a história mostra como, por que e em quais circunstâncias certos conhecimentos matemáticos surgiram; (c) como *elucidação do para quê*, quando a história mostra a utilidade ou as aplicações de certos conteúdos matemáticos (na própria Matemática ou em outras áreas do conhecimento) ao longo do tempo ou num período específico; (d) por fim, como *formação cultural geral*, quando as informações históricas não trazem conhecimentos de

O segundo, um pequeno livro, mas bastante denso, do historiador brasileiro Ciro Flamarion Cardoso, *Uma Introdução à História*, publicado originalmente em 1981. Em ambos, os autores trazem considerações fundamentais sobre a historiografia atual, o ofício do historiador, as metodologias de pesquisa, as especificidades desse campo, bem como suas potencialidades e limitações, e um olhar histórico sobre a formação da historiografia como um campo de pesquisa e suas ramificações.

Matemática, apenas conhecimentos gerais ligados à Matemática, e que não contribuem para a aprendizagem de conteúdos (CARLINI; CAVALARI, 2017, pp. 77-78).

Gostaríamos de esclarecer que nem todas as inserções foram classificadas em algumas dessas categorias, porque houve divergências de interpretação metodológica sobre o que é (ou o que deveria ser) uma “pergunta de pré-análise” num contexto de coleta de dados. Naturalmente debates posteriores permitiram ao CHEMat uma compreensão melhor do papel desse tipo de pergunta na próxima etapa da pesquisa. Em todo caso, houve 37 inserções classificadas (Quadro 3) nas categorias elaboradas por Carlini e Cavalari (ano).

Chama a atenção o número baixo de inserções que cumprem um papel de estratégia didática. Isso vai contra nossas expectativas, já que o objetivo central dos LD é ensinar e existe um movimento significativo nas pesquisas em educação matemática defendendo o uso de HM como recurso pedagógico.

A segunda e a quarta categorias são as que apresentam um maior número de ocorrências. Não nos parece ser nenhuma surpresa que a categoria da *elucidação dos porquês* apareça como uma das que mais ocorre. Nela reconhecemos a narrativa histórica mais recorrente: buscar na HM a origem dos conceitos e das propriedades matemáticas, o que reforça nossa expectativa. Em princípio, seria um uso perfeitamente válido da HM, porém, o olhar presentista que essas construções históricas fazem parte dos parâmetros atuais da Matemática – escolar ou acadêmica – para interpretar na História seu desenvolvimento.

Quadro 3: Resultados das categorias de análise da *função pedagógica*.

Categoria	Quantidade
a) História da matemática e <i>estratégia didática</i>	3 inserções
b) História da matemática e <i>elucidação dos porquês</i>	14 inserções
c) História da matemática e <i>elucidação dos para quê</i>	6 inserções
d) História da matemática e <i>formação cultural geral</i>	14 inserções

Fonte: Elaborada pelos autores (2021).

Na pesquisa, foram encontradas outras problemáticas, que fugiriam dos objetivos principais, por isso ressaltamos o grau de prejuízo que esse tipo de olhar anacrônico pode trazer à construção histórica da Matemática. Dessa forma, acabamos por filtrar apenas o que é relevante para essa área hoje e descartamos as demais produções que poderiam ser consideradas pertinentes em determinada época. Um exercício importante é ir contra esse tipo de leitura histórica por ter implicações diretas sobre o aprendizado que queremos desenvolver nos estudantes sobre reconhecer a diversidade do fazer matemático; que a Matemática pode ser uma ciência plural, com diferentes questões e manifestações, não apenas restritas àquelas valorizadas no ambiente escolar.

A terceira categoria, sobre a *elucidação dos para quê*, compactua com os nossos objetivos. Uma vez que as inserções presentes dialogam muito com alguns resultados recentes dentro das ciências, a HM valorizada nos livros tradicionais tem pouco diálogo com os resultados recentes na Matemática e em suas áreas afins. À vista disso, parece razoável representarem cerca de 16% das 37 inserções classificadas, de modo que um pouco mais de um terço dessas inserções mobilizam a formação geral do estudante. A princípio, essa parece ser a categoria com impacto menos direto no processo de ensino-aprendizagem.

Enquanto as três primeiras categorias são norteadas diretamente pelos conteúdos matemáticos expostos, seja ou como recurso didático seja para justificar seu papel na Matemática ou para além dela, a categoria de *formação cultural geral* é voltada para uma formação que não se justifica somente no

conteúdo. Entendemos que ela, de alguma maneira, contribui para a formação do estudante para além do previsto no currículo, à medida que desenvolve um olhar formativo mais geral para a disciplina. Queremos registrar que reconhecemos e apreciamos o papel de formação geral nas aulas de Matemática como algo bastante relevante para uma formação mais ampla do estudante.

Há, por fim, uma questão que insere no nosso instrumento uma discussão minuciosa, já levantada por Michael Fried (2014), no que diz respeito à HM e seus possíveis *usos no ensino*. As categorias, segundo nossa compreensão do trabalho de Fried, são nomeadas e descritas abaixo:

(a) O *tema motivacional* inclui as iniciativas de uso da história visando tornar a matemática mais interessante, menos formal, mais humana. Entram aqui os exemplos de usos de anedotas ou estórias para que os estudantes percebam os matemáticos como pessoas humanas, passíveis de erros, como qualquer um. Não importa se as estórias são verdadeiras, se contêm erros ou não. Este tema é visto como problemático por Fried e também pelas vertentes mais atualizadas da historiografia da HM. Primeiro, porque ela supõe que a matemática por si só não é interessante, é preciso algo a mais para atrair os estudantes. E segundo, porque tal uso da história ignora a própria especificidade da história como uma forma de conhecimento a ser aprendido e levado a sério. (b) A HM enquanto *tema curricular*, de cunho mais pedagógico, em certa medida motivacional também, inclui as iniciativas que usam a história para ensinar tópicos do currículo como funções, equações, números, entre outros. Os tópicos podem ser ensinados primeiro para depois serem discutidos de um ponto de vista histórico ou pode-se partir da história para introduzir um determinado conceito. De qualquer forma, os conceitos são abordados do ponto de vista atual e o tratamento histórico tem que ser adaptado para ficar consistente com a abordagem atual. Este tema também é visto como problemático do ponto de vista do historiador, pois é presentista uma vez que parte dos conceitos matemáticos na sua forma atual. Além disso, há uma tendência nesse uso da história em projetar os conceitos atuais na matemática do passado. (c) A HM é um *tema cultural*, como o próprio título sugere, parte da perspectiva de que matemática e a cultura são inseparáveis. A matemática é concebida como uma atividade essencialmente humana, como uma expressão da cultura, logo a história e a matemática também são inseparáveis. A história é vista aqui como parte da própria matemática. Tal perspectiva contribui para transformar a imagem que os estudantes têm da matemática, em que os objetos matemáticos e suas relações são eternas, são como entidades platônicas, vistas da mesma forma em todo lugar, em qualquer tempo. Em contraposição a essa imagem, a visão cultural contribui para promover um senso de diversidade nos estudantes, a partir do reconhecimento de diferentes contextos, necessidades e práticas que contribuiriam para a construção do que chamamos hoje de matemática (HAUBRICHS; BERNARDES, 2020, p. 5-6).

Semelhantemente à pergunta anterior, aqui também houve divergências de interpretação metodológica sobre como uma “pergunta de pré-análise” pode estar contida na coleta de dados, dificultando a análise de resultados. Houve dificuldades de interpretar como ou quanto determinada inserção se encaixava num dos três temas propostos por Fried. Assim sendo, para essa pergunta a quantidade e a qualidade dos dados coletados não nos permite, por hora, fazer qualquer inferência ou apontamento.

Como comentário final desse breve relato dos dados coletados, gostaríamos de destacar que, dos três livros usados no estudo piloto, observou-se que o livro de Dante (volume 1) é o que mais se aproxima de um esforço de integrar HM ao ensino. Isso por causa da quantidade de inserções, sendo bem expressiva e maior do que o dobro da soma das quantidades coletadas nos outros dois livros e, o mais importante, por causa da qualidade. Tal obra traz informações que vão muito além da nossa expectativa: sobre tópicos de Matemática do Ensino Superior; contexto de publicações e instituições; abordagens de conceitos em diferentes momentos históricos; além de minibiografias – que já consideramos uma praxe em materiais dessa natureza.

Será necessário, nas próximas etapas do projeto, verificar se essa característica está restrita a Dante ou se outros autores de livros selecionados pelo PNLD 2018 também fizeram esse esforço. Embora identificamos que a historiografia na qual ele se baseia ainda seja a tradicional, isso não diminui em nada a boa impressão inicial que suas inserções causaram no CHEMat. Pareceu-nos que, mesmo não estando atualizado na historiografia, Dante faz um esforço de aproveitar bem a HM à sua disposição para favorecer um ensino de Matemática mais humanizado.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS: ESTADO ATUAL DA PESQUISA E PRÓXIMAS ETAPAS

No momento, o CHEMat trabalha no aperfeiçoamento e arremate do instrumento de coleta de dados sobre as inserções de HM nos LD. A principal dificuldade no processo de coleta de dados do estudo piloto foram as divergências que tivemos em interpretar, tanto as perguntas do modo como estavam postas no instrumento quanto à interpretação de quanto ou como um determinado trecho do livro deve ser considerado. Uma vez aperfeiçoado o instrumento de coleta de dados, partimos para a continuação deste programa de pesquisa, em direção a um estudo completo sobre todas as coleções de Ensino Médio do PNLD 2018.

Cabe registrar que dentre os dados coletados e seu registro no questionário, há a intermediação e a subjetividade do pesquisador. Ora, entendemos que cada inserção deve ser adicionada ao banco de dados como uma resposta completa ao questionário. Na prática, lemos inserção por inserção e registramos, cada uma delas, nos diversos campos do *Google Forms*. Assim, uma maneira de diminuir as possíveis distorções e inconsistências nos dados, bem como reduzir as tendências interpretativas do coletor dos dados, o grupo entende que, na pesquisa completa que se inicia tão logo o questionário esteja atualizado, a coleta de dados deve ser feita aos pares. Em outras palavras, que cada livro didático seja percorrido por dois pesquisadores independentemente, evitando as repetições das duplas sorteadas para cada livro.

Também é necessário registrar o grande volume de trabalho que nos espera na próxima etapa da pesquisa. Lembramos que, no estudo piloto, usamos três livros e obtivemos 52 inserções. Isso posto, podemos estimar que no estudo completo serão percorridas oito coleções, ou seja, 24 livros, assim obteremos cerca de 400 inserções, isto é, 800 respostas completas do questionário.

Acreditamos que com o questionário tendo passado pelo “teste” do estudo piloto, sua consequente atualização e adequação, e, por fim, com os cuidados metodológicos devidos na coleta de dados por pares, esta pesquisa revelará justamente o que gostaríamos de conhecer: Um panorama de qual é a HM que circula nas escolas públicas brasileiras de Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

- ABREU, L.; ALMEIRA, A. M. de; FERREIRA, M. L.; OLIVEIRA, C. A. de; SCHUBRING, G. A. história da matemática nos livros-texto de Cajori, Eves, Boyer e Struik: um ensaio de revisão. **Revista Brasileira de História da Ciência**, Rio de Janeiro, v. 13, n. 2, jul-dez. 2020. pp. 280-297.
- BARROW-GREEN, J. The Historical Context of the Gender Gap in Mathematics. In: ARAUJO, C. et al. (ed.) **World Women in Mathematics 2018**. Association for Women in Mathematics Series. Redmond, EUA: Springer, 2019. pp. 129-145.
- BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: ensinando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.
- BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2018, Matemática, Ensino Médio. Brasília: MEC/SEB, 2017.
- BRASIL. Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, n. 137, 19 jul. 2017. pp. 7-8.
- CARDOSO, C. F. S. **Uma introdução à história**. 5ª edição. São Paulo: Brasiliense, 1986.
- CARLINI, E. M. P.; CAVALARI, M. F. As funções didáticas da história da matemática nos livros didáticos de matemática do ensino médio. **Hipátia - Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, v. 2, n. 2, dez. 2017. p. 73-88.
- CHAVANTE, E; PRESTES, D. **Quadrante Matemática**: Volume 2. São Paulo: Edições SM, 2016.
- DANTE, L. R. **Matemática**: Contexto e Aplicações. Vol. 1. 3.ed. São Paulo: Ática, 2016.
- FRIED, M. N. History of mathematics in mathematics education. In: MATTHEWS, M. R. (Ed.). **International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching**. Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer, 2014, pp. 669-703.
- GRATTAN-GUINNESS, I. The mathematics of the past: distinguishing its history from our heritage. **Historia Mathematica**, v. 31, p. 163-185. 2004.
- HAUBRICHES, C.; BERNARDES, A. Inserções de história em livros didáticos de matemática: elaborando um instrumento de coleta de dados. In SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA CIÊNCIA E DA TECNOLOGIA XVII, 2020, Rio de Janeiro. **Anais Eletrônicos**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de História das Ciências, 2020.
- IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática**: Ciência e Aplicações. Vol. 3. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.
- LE GOFF, J. **História e Memória**. 7.ed revista. Campinas: Editora da Unicamp, 2013.
- LESLIE, S.-J. et al. Expectations of brilliance underlie gender distributions across academic disciplines. **Science**, v. 347, N. 6219, jan. 2015. pp. 262-265.
- ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
- SAITO, F. A Pesquisa Histórica e Filosófica na Educação Matemática. **Revista Eventos Pedagógicos**, v. 9, n. 2, 2018. p. 604-618.

Submetido em agosto de 2021.
Aprovado em outubro de 2021.

Cleber Haubrichs

Doutor em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Docente do Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ), Nilópolis, RJ, Brasil. ID Lattes: 3685347555912171. Orcid ID: 0000-0003-4180-8113.

Contato: cleber.santos@ifrj.edu.br.

Marcello Amadeo

Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Docente da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Rio de Janeiro, RJ, Brasil. ID Lattes: 7754626154787692. Orcid ID: 0000-0003-1858-1483.

Contato: marcello.amadeo@gmail.com.