

## Matemática e Práticas Sociais

desenvolvimento da matemática a partir dos estudos da curva de rumo náutica

### Matemáticas y Prácticas Sociales:

desarrollo de matemáticas a partir de estudios de curvas de rumbo náuticos

Aline Mendes Penteado **Farves**\*

#### Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar uma perspectiva do desenvolvimento da matemática a partir dos estudos da curva de rumo náutica, por Pedro Nunes. Todo o contexto histórico de Portugal dos séculos XV e XVI criou condições favoráveis para o surgimento de diversos estudos, principalmente devido as necessidades práticas da navegação. Nos textos de Pedro Nunes percebemos a importância que ele atribuía à Matemática e podemos notar que ele buscou estruturar uma náutica científica, apoiando-se na Matemática. Uma das maiores contribuições de Pedro Nunes foi a caracterização e distinção de dois tipos de curva náutica (a loxodromia e a ortodromia), que tiveram origem na prática social da navegação, ou seja, nos problemas e dúvidas que surgiam da prática. Assim, ressaltamos a grande relevância dos estudos de Pedro Nunes por propiciar o desenvolvimento da Matemática e, conseqüentemente, da cartografia.

**Palavras-chave:** Loxodromia. práticas sociais. navegação. Pedro Nunes.

#### Resumen

El objetivo de este artículo es presentar una perspectiva del desarrollo de las matemáticas a partir de los estudios de la curva de rumbo náutico, de Pedro Nunes. Todo el contexto histórico de Portugal en los siglos XV y XVI creó condiciones favorables para el surgimiento de diversos estudios, principalmente debido a las necesidades prácticas de la navegación. En los textos de Pedro Nunes podemos ver la importancia que atribuía a las Matemáticas y podemos notar que buscaba estructurar una náutica científica, basada en las Matemáticas. Uno de los mayores aportes de Pedro Nunes fue la caracterización y distinción de dos tipos de curva náutica (loxodromía y ortodromía), que se originaron en la práctica social de la navegación, es decir, en los problemas y dudas que surgieron de la práctica. Así, destacamos la gran relevancia de los estudios de Pedro Nunes para facilitar el desarrollo de las Matemáticas y, en consecuencia, de la cartografía.

**Palabras clave:** Loxodromía. practicas sociales. navegación. Pedro Nunes.

---

\* Mestre em Educação Matemática (UNESP). Doutoranda em Ensino e História da Matemática e da Física pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (PEMAT/UFRJ). Professora do Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ), Nilópolis, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. <http://lattes.cnpq.br/4679105414338892>. <https://orcid.org/0000-0003-2428-0679>. [aline.penteado@ifrj.edu.br](mailto:aline.penteado@ifrj.edu.br)

## 1 INTRODUÇÃO

Foi no contexto dos Descobrimentos e das Grandes Navegações em Portugal que esta história se desenvolveu. Todo este contexto exigiu novos métodos de cálculo de posições e de rotas, e para isto a Matemática foi imprescindível, envolvendo principalmente geometria esférica e astronomia.

Pedro Nunes ressalta que as navegações e os Descobrimentos de Portugal estavam ocorrendo devido ao “ensino e instrumentos e regras de astrologia e geometria”. Apesar de alguns erros, todos os conhecimentos obtidos durante os séculos XV e XVI, permitiam uma localização em praticamente qualquer parte dos mares e todos esses avanços deram origem a uma ciência náutica, que tinha como base a matemática e a astronomia (BETHENCOURT et al., 1998, p. 74).

Com todos os avanços obtidos na navegação, tornou-se possível realizar muitas viagens:

Ceuta foi conquistada em 1415, Gil Eanes superou o cabo Bojada em 1434, Bartolomeu Dias dobrou o Cabo da Boa Esperança em 1488, Vasco da Gama abriu caminho para as Índias em 1499, Pedro Alvares Cabral chegou ao Brasil em 1500 e Fernão Dias descobriu passagem para o oceano Pacífico em 1520. (FERREIRA DOS SANTOS et al, 2021, p. 46)

O objetivo principal da discussão deste artigo é trazer a perspectiva do desenvolvimento da matemática a partir dos estudos da curva de rumo náutica, por Pedro Nunes. As ideias aqui presentes são fruto das discussões propostas para a mesa redonda do XIV Seminário Nacional de História da Matemática. Apresentamos primeiramente a importância que Pedro Nunes atribuía à Matemática por meio de suas obras. Em seguida, descrevemos os dois tipos de curva náutica (loxodromia e ortodromia) e sua origem nas práticas sociais da navegação. Por fim, apontamos para a importância dos textos de Pedro Nunes para o desenvolvimento da Matemática e da Cartografia.

## 2 PEDRO NUNES E A MATEMÁTICA

Pedro Nunes, nasceu em Alcácer do Sal (uma vila localizada no Sul de Portugal, perto de Lisboa), no ano de 1502. Suas contribuições científicas foram muito amplas, iniciando suas publicações em 1537, sendo a maioria voltada à navegação. Destacou-se como matemático, desenvolvendo atividades como professor e cosmógrafo real. Nesta seção, explicito a importância que ele dava à Matemática em suas obras, assim como as curvas de rumo náuticas.

### 2.1 A Matemática nas Obras de Pedro Nunes

Na época das Grandes Navegações surgiram muitas obras de cunho prático, como se fossem manuais de profissão, voltadas para a navegação (LEITÃO, 2006). Os textos de Pedro Nunes diferenciavam-se desses manuais, pois apresentavam um caráter mais teórico, principalmente pela fundamentação matemática que ele apresentava para as questões da náutica.

estes textos são estudos e reflexões em torno dos fundamentos da arte náutica. (...) alguns estão escritos em latim e recorrem a conceitos matemáticos avançados, manifestamente muito para além do que pilotos e marinheiros podiam entender. (...) São cuidadosas reflexões sobre os fundamentos da navegação que então se praticava, sobre os seus pressupostos, os seus problemas e a sua fundamentação. (LEITÃO, 2006, p. 90)

Como ele não era um navegador, suas teorias nasceram principalmente por meio da leitura de obras clássicas e pela busca de soluções para a navegação. Por estes motivos, Pedro Nunes e suas obras não foram muito aceitas pelos navegadores, principalmente pelo fato dele não ter experiência de navegação.

Todo o contexto deste período promoveu uma demanda de conhecimentos mais amplos da Matemática e assim proporcionou condições favoráveis para o desenvolvimento desta e consequentemente da geografia e da astronomia.

Para Pedro Nunes, o estudo da natureza tinha que estar fundamentado na Matemática e isto é perceptível em todas as suas obras: “para a navegação e descobrimentos de terras, a nossa arte de navegar é a mais fundada em ciências matemáticas que nenhuma outra poderá usá-la” (NUNES, 2002, p. 1371) e também afirma “que as navegações de Portugal são as mais certas e melhor fundadas que nenhuma outra” (NUNES, 2002, p. 138).

Além disso, ele consagrava à Matemática os progressos que estavam havendo na navegação, afirmando que essas viagens e descobertas não ocorreram ao acaso e pela sorte, mas sim devido ao conhecimento de regras e instrumentos da Matemática:

Ora, manifesto é que estes descobrimentos de costas, ilhas e terras firmes não se fizeram ao acaso, mas partiam nossos navegantes ensinados e providos de instrumentos e regras de astrologia e geometria, que são as coisas de que os Cosmógrafos devem estar providos. (NUNES, 2002, p. 121)

Em outro trecho ainda afirma “(...) depois da maior parte da orbe ser percorrida pelas navegações dos portugueses, o que não foi de modo algum possível fazer-se sem o auxílio das ciências matemáticas (...)” (NUNES, 2008, p. 291).

Ele considerava que os pilotos tinham que saber a Matemática, pois senão poderiam se enganar e atribui o desconhecimento da matemática como a causa de erros na navegação: “e porque isso também é coisa em que facilmente se poderia enganar qualquer pessoa que não fosse exercitada nas ciências matemáticas” (NUNES, 2002, p. 155). Afirma ainda que “ciência não é outra coisa senão um conhecimento habituado no entendimento, o qual se adquire por demonstração, e demonstração é aquele discurso que nos faz saber” (NUNES, 2002, p. 5).

Ele também procurava demonstrar suas afirmações: “Nem deve haver dúvida no que escrevi nessa parte, porque nenhuma coisa é mais evidente que a demonstração matemática, que de nenhuma maneira se pode contrariar” (NUNES, 2002, p. 119). Sobre isso, Leitão (2006) afirma que “para Nunes, portanto, a matematização não é simplesmente o tratar numericamente um assunto. O que sempre procurou foi erigir um edifício lógico-demonstrativo, estruturado ao modo euclidiano” (LEITÃO, 2006, p. 194).

Em todos os seus trabalhos encontramos diversos problemas de geometria, geometria da esfera, trigonometria esférica e álgebra. Podemos verificar que ele buscou estruturar uma náutica científica, apoiando as teorias na Matemática e, além disso, explicava aos pilotos a importância da preparação teórica matemática para o sucesso das navegações. Assim, consideramos que Pedro Nunes foi um teórico interessado pela prática, promovendo mundialmente o movimento da navegação de uma arte prática para um tema científico (SIMÕES et al, 2007).

## 2.2 As curvas de rumo náutica

O estudo da curva de rumo náutica, denominado linhas de rumo, foi um dos temas mais estudados por Pedro Nunes (1502-157), cujas contribuições são bem conhecidas.

O maior problema enfrentado pelos navegadores nesta época, era com relação à direção que o navio deveria seguir para se chegar a determinado destino, e esse fato se complicava ainda mais quando não estavam próximos da costa (BETHENCOURT et al, 1998).

Pedro Nunes foi o primeiro, que temos conhecimento, a fazer estudos sobre a loxodromia e sobre a representação desta curva nas cartas de marear. O ponto principal de sua teoria foi a distinção de dois tipos de rotas: a loxodromia e a ortodromia.

A loxodromia ou linha de rumo “é a linha que intercepta os vários meridianos segundo um ângulo constante.” (MIGUENS, 1996, p. 9); a ortodromia “é qualquer segmento de um círculo máximo da esfera terrestre e assim, é a menor distância entre dois pontos na superfície da Terra.” (MIGUENS, 1996, p. 9);

Basicamente, a loxodromia consiste em uma curva que corta com um mesmo ângulo, todos os meridianos do globo terrestre, sendo uma ferramenta muito útil no século XVI nas navegações marítimas, pois a maneira mais natural de se navegar em alto mar é mantendo um ângulo constante com o norte da bússola. Como nessa época os navegadores possuíam poucos instrumentos de navegação, seguir uma trajetória sempre na mesma direção era mais seguro e, apenas com a bússola eles podiam se orientar e chegar aos seus destinos.

Os termos loxodromia e ortodromia não foram utilizados por Pedro Nunes. Para se referir à loxodromia ele usou: “certa maneira de linhas curvas”, “linha curva e irregular”, “linha curva, que não é círculo nem linha direita”, “obliquidades e rodeios”, “sinuoso e oblíquo”, entre outros. Já para se referir à ortodromia, os termos utilizados foram: “círculo grande”, “círculos maiores”, “círculo máximo”, “caminhos direitos”, “direito e contínuo”, entre outros.

E quanto ao comprimento do caminho andam muito mais do que eles acham (...), porque vão fazendo *grandes rodeios* e quando, sem tomar a altura por estimação do caminho que tem andado, querem fazer seu ponto, lançam em *linha direita* o que eles tem andado por rodeios e os lugares ficam mais longe. (NUNES, 2002, p. 113)

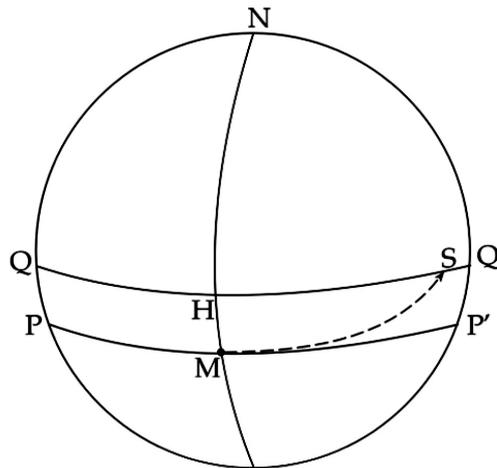
Pelas expressões acima, percebemos que a loxodromia indica a ideia de que a navegação por este modo é caracterizada por uma curva na esfera, em contrapartida com a ortodromia que determina uma ideia de “reta” na esfera, que seria um círculo máximo. Um dos motivos que levou Pedro Nunes a escrever dessa maneira é que a loxodromia implica em um caminho mais longo do que a ortodromia. Por isso, ele designa loxodromia por curva, irregular, sinuoso, oblíquo, rodeio, curvilíneo em oposição à ortodromia por reto, direito, circular e contínuo, que é o caminho mais curto. A seguir, explicitaremos em mais detalhes as diferenças entre elas.

### 3 ORIGEM NAS PRÁTICAS SOCIAIS

O desenvolvimento dos estudos de Pedro Nunes teve origem na navegação, ou seja, nos problemas e dúvidas que surgiam na prática. Podemos dizer que ele foi um criador de teorias náuticas, que eram aplicadas por alguns navegadores no mar. Cabe ressaltar que existiram alguns navegadores que procuravam testar suas teorias, como D. João de Castro e outros que lhe procuravam para expor dúvidas oriundas das navegações, como por exemplo, Martim Afonso de Sousa.

Na obra *Tratado que o doutor Pedro Nunes fez sobre certas dúvidas da navegação: dirigido ao rei nosso senhor*, ele aponta o motivo que o levou a estudar a loxodromia: as perguntas do navegador Martim Afonso de Sousa, quando ele regressou de uma viagem ao Brasil em 1530-32. Às questões deste navegador, Pedro Nunes deu uma resposta elaborada, que consistiu na produção de um tratado na versão portuguesa e posteriormente sua tradução para o latim.

Uma das dúvidas era: “Por que, governando a leste ou oeste, navegavam em uma altura sempre sem nunca poder chegar à equinocial onde levamos a proa juntamente com o leste da agulha?”.

**Figura 1:** Explicação da dúvida de Martim Afonso de Souza

Fonte: Almeida (2004, p. 490)

Martim Afonso de Sousa ao regressar do Brasil, partiu do ponto M e resolveu tomar e conservar um rumo leste,  $V=90^\circ$ , ou seja, apontando para o ponto S, para sair do Brasil e chegar a Lisboa. Assim, ele acreditava que navegaria pelo círculo máximo que passa por M e S, e que em algum momento da viagem iria interceptar o Equador. Entretanto, isto não ocorreu e ele verificou que, em vez de se aproximar do Equador, seguia no paralelo do ponto de saída.

Quando ele regressou à Lisboa, expôs suas dúvidas a Pedro Nunes, que fez algumas explicações sobre este problema: se um navio parte de M apontando a leste, com rumo constante, iria percorrer o paralelo PP' e não o círculo máximo, de arco MS, e dessa forma, nunca interceptaria a equinocial.

Como já dissemos, os pilotos nessa época procuravam sempre manter um ângulo constante durante os trajetos, devido aos poucos instrumentos de navegação disponíveis. Por isso, era mais seguro navegar mantendo sempre ângulo constante com o norte da bússola, que era o instrumento que eles dispunham. Entretanto, eles acreditavam que navegando desta maneira eles percorreriam um círculo máximo na esfera.

Explicando de outra maneira, podemos dizer que os pilotos acreditavam que navegando com rumo constante eles sairiam de um ponto qualquer da esfera, navegariam ao longo de um círculo máximo e assim, em algum momento regressariam para o mesmo lugar de partida, ou seja, dariam a volta ao mundo.

Essa ideia dos pilotos vai ao encontro de nossa intuição, mas Pedro Nunes, mostrou que eles não estavam pensando corretamente: “como se dirigem sempre para a mesma parte do mundo, mantendo uma direcção constante, de forma alguma podem seguir por caminhos direitos” (NUNES, 2008, p. 276). Ele explicou que navegar por um círculo máximo (ortodromia) consiste em fazer diferentes ângulos com os meridianos ao longo do trajeto, com exceção da equinocial, sendo esta ideia muito rejeitada pelos pilotos daquele tempo.

### 3.1 Caracterização dos dois tipos de curva náutica

Pedro Nunes explicitou em várias obras acerca das diferenças dos tipos de rotas, apontando vantagens e desvantagens de cada uma delas para a navegação.

Sobre a navegação ao longo de um círculo máximo, a desvantagem implica que os navegadores devem fazer mudanças no rumo durante toda a viagem:

Mas quem por ele for saiba que tem de mudar de rumo, não apenas uma vez, mas muito amiúde, devido à mudança dos ângulos de posição, resultante dos sucessivos meridianos que se atravessam. A investigação deste assunto é assaz subtil, e consiste em determinar quanto crescem ou decrescem estes ângulos ao longo do trajecto. Quem assim avançar seguirá a direito. (NUNES, 2008, p. 276)

Já como vantagem, temos que é o menor caminho entre dois pontos quaisquer da esfera terrestre: “o caminho ao longo do círculo máximo tem a vantagem de ser o mais breve e curto para os viajantes.” (NUNES, 2008, p. 276).

Com relação à navegação por linhas de rumo (loxodromia), a desvantagem é que perfaz um caminho mais longo:

(...) quanto ao comprimento do caminho, andam muito mais do que eles acham (...) porque vão fazendo grandes rodeios e quando, sem altura por estimação do caminho que tem andado, querem fazer seu ponto, lançam em linha direita o que tem andando por rodeios, e os lugares ficam mais longe do que são, que é grande desserviço de vossa alteza, e se pela altura os navegantes poucas vezes acertam fazem sua conta, umas vezes erram, por darem mais lonjura, e outra vezes por darem menos. (NUNES, 2002, p. 113 e 114)

Por esse motivo, ele critica os pilotos por navegarem com rumo constante, pois sabe que implica em percorrer um trecho bem mais longo.

Resumidamente, com relação às linhas de rumo, Pedro Nunes verificou que não coincidiam com os arcos de círculo máximos como até então se pensava. Apesar da navegação ao longo do círculo máximo ser o menor caminho, o problema que se levanta é que os pilotos precisam mudar o rumo constantemente e isso nem sempre é viável.

#### **4 IMPORTÂNCIA DAS OBRAS DE PEDRO NUNES PARA A MATEMÁTICA E A CARTOGRAFIA**

Os diversos estudos de Pedro Nunes proporcionaram o desenvolvimento da Matemática em diversos aspectos e também da cartografia, como veremos a seguir.

Na versão portuguesa do tratado, Pedro Nunes inclui uma seção intitulada *Como se navegar por círculo maior*, na qual ele propõe um método matemático para introduzir as correções necessárias para manter a rota de um barco sobre um círculo máximo. Ele descreve como o piloto poderá mudar o rumo no decorrer da viagem, de forma a seguir uma rota composta por pequenos arcos de círculo máximo, pois desta maneira, os pilotos aproveitariam as vantagens das duas trajetórias.

Na obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* (1573) ele apresenta uma explicação mais detalhada do que a versão portuguesa da caracterização das linhas de rumo compostas por pequenos arcos de círculo máximo: “No princípio do livro primeiro mostramos que a linha que o navio descreve com o seu curso – exceptuando o meridiano ou a equinocial – não é circular, mas sim formada por pequenos segmentos de círculos máximos.” (NUNES, 2008, p. 466).

A principal ideia apresentada por ele até aqui é que para se navegar com rumo constante, estando fora do meridiano e da equinocial que são exceções, é preciso percorrer um círculo máximo durante um tempo (por ele assumir a loxodromia composta por arcos de círculo máximo) e em certos intervalos de tempos é preciso fazer alguns acertos para voltar ao rumo dado no início. Consequentemente, navegando assim, ocorre um pequeno afastamento da rota traçada inicialmente, que seria uma loxodromia. Entretanto, esse desvio é tão pequeno que não é perceptível aos sentidos: “por isso, durante o tempo em

que o navio se encontrar sobre (...) o arco de círculo máximo, desvia-se constantemente para outra parte, embora os sentidos não sejam capazes de se aperceber destes desvios” (NUNES, 2008, p. 472 e 473).

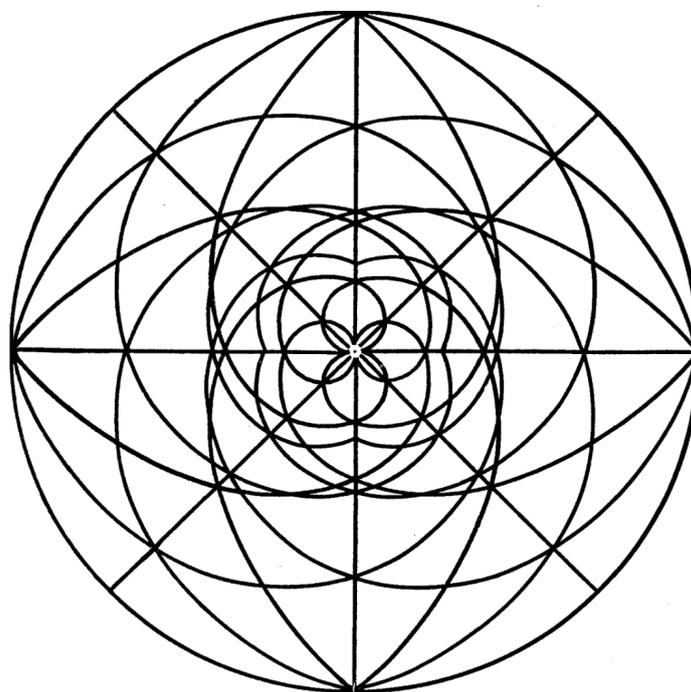
Esta proposta de navegação é utilizada até os dias de hoje (QUEIRÓ, 2002), mas não foi adotado pelos navegadores da época devido à dificuldade de correção constante dos rumos e à falta de instrumentos precisos.

A importância dessa ideia da loxodromia composta por arcos de círculo máximo se deve também ao fato de prenciar o estudo de análises infinitesimais alguns anos mais tarde (cf. LEITÃO, 2008b, p. 766).

O *Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação* (1537) foi escrito em português e depois Pedro Nunes fez uma tradução latina, com algumas modificações. O principal assunto tratado nesses tratados refere-se à representação das trajetórias nas cartas e como traçar rumos nos globos, além de outros assuntos voltados para a navegação, todos eles apresentados com uma justificativa matemática, de forma que a arte de navegar seja “a mais fundada em ciências matemáticas” (NUNES, 2002, p. 137).

Na versão portuguesa, Pedro Nunes inseriu a figura 2:

**Figura 1:** Representação da loxodromia na obra *Tratado em Defesa da Carta de Marear*



FONTE: Almeida (2004, p. 491)

Temos que ele se baseou em uma carta de projeção polar equidistante do hemisfério Norte, sem os paralelos e com 4 meridianos (representados pelas linhas retas que se cruzam no polo). Assim, temos a visão do polo (no centro da circunferência) e sobre esta circunferência, que é a linha do equador, existem 4 pontos A, B, C e D espaçados  $90^\circ$ . Também temos 4 rumos que partem de cada um desses 4 pontos: os azimutes das linhas de rumos desses pontos são dois de  $45^\circ$  e dois de  $67^\circ 30'$ .

Conforme a explicação de Pedro Nunes, sabemos que inicialmente ele acreditava que as linhas de rumo atingiam os polos: “Como parece nessa figura que vai cercando o globo do mar e da terra, até chegar ao ponto que está debaixo do pólo, onde todos os rumos vão finalmente entrar” (NUNES, 2002, p. 184). Apesar da simetria geométrica da figura, ela refere-se a uma fase inicial do

estudo da loxodromia por Pedro Nunes. Isso pode ser verificado pelo fato de ele ter omitido esta figura na versão latina do tratado, confirmando que suas ideias sobre este assunto já estavam mais desenvolvidas.

Os rumos Norte-Sul, porque são meridianos, passam pelos pólos da equinocial a que chamamos pólos do mundo. Os de Leste-Oeste, porque são paralelos – sendo a equinocial o maior deles – não podem passar por esses pólos. E os restantes, visto que se considera serem formados por segmentos de círculos máximos fazendo ângulos agudos com os meridianos, não passam pelos pólos do mundo nem distam desses pólos por uma distância constante, e podem *prolongar-se indefinidamente. Quanto mais se prolongam, tanto mais se aproximam dos pólos, mas não podem entrar neles.* (NUNES, 2008, p 484, grifo nosso)

Leitão (2008) afirma que ele pode ter sido o primeiro a analisar matematicamente a noção de uma curva com um ponto assintótico e isso tem uma grande relevância para a História da Matemática. Esta questão foi objeto de muitas controvérsias no século XVI e hoje sabemos que as linhas de rumo formam uma curva em forma de hélice esférica na esfera terrestre.

Já na obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* (1573), podemos notar que ele já sabia que as linhas de rumo não atingiam os polos, por ele ter usado a palavra “aproximar” e não a palavra “chegar”, como ele havia utilizado nos tratados em português de 1537: “para que se compreendam correctamente as propriedades das rotas ao longo das quais nos aproximamos de um dos pólos do mundo, pensamos que estas considerações deviam ser feitas antecipadamente.” (NUNES, 2008, p. 473).

Outro ponto importante dos textos de Pedro Nunes é que ele enuncia uma importante propriedade na confecção de cartas - a representação de linhas de rumo por linhas retas:

Mas, porque era muito difícil e até inviável para os mareantes traçar nos globos linhas semelhantes a estas, os matemáticos imaginaram uma descrição plana do orbe, não só adaptada à arte de navegar que praticam, como também muitíssimo fácil. Nesta representação são desenhadas *linhas rectas* em lugar dos rumos do mesmo nome; como são paralelas, fazem ângulos iguais com toda a linha meridiana ou rumo Norte-Sul. (NUNES, 2008, p. 258 e 259, grifo nosso)

Isso ocorre pelo fato de a linha de rumo ter por características cortar todos os meridianos com ângulo constante e assim, na carta quadrada ocorrerá o mesmo. Essa característica é vista por Pedro Nunes como uma grande vantagem na construção das cartas, para guiar os navegadores.

Assim, podemos afirmar que “Pedro Nunes, apesar de não ter concretizado as suas teorias na elaboração de um mapa, preparou o caminho para a elaboração de novos mapas para uso dos navegadores, o que veio a ser concretizado por Gerardus Mercator (1512-1594), que revolucionou a cartografia” (REIS, 2003, p. 110).

Leitão (2008) trata sobre a diferença da proposta de Pedro Nunes para a de Mercator:

Pedro Nunes não se refere à construção de cartas abrangendo mais do que uma «região de latitudes», isto é, em que fosse necessário conciliar mais do que uma proporção entre graus de latitude e graus de longitude. É a falta deste último passo que não permite atribuir-lhe a ideia completa da carta de latitudes crescidas. (LEITÃO, 2008, p. 628)

Portanto, podemos dizer que Pedro Nunes introduziu algumas ideias, as quais acabaram por ser desenvolvidas por Mercator, consistindo na projeção que hoje conhecemos como projeção de Mercator.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Todo o contexto histórico de Portugal dos séculos XV e XVI criou condições favoráveis para o surgimento de diversos estudos. As necessidades práticas das navegações propiciaram estudos voltados para esta temática, sendo que um deles foi sobre o conceito da loxodromia, realizado primeiramente por Pedro Nunes.

Este matemático dedicou sua vida ao aprimoramento da náutica e da cartografia náutica. “Foi um pensador, um filósofo que aliou a cultura da época com a técnica e o humanismo” (MARTINS, 2005). Ele queria progredir as ciências nas áreas da náutica e da cartografia náutica embasando-se na Astronomia e na Matemática. Assim, ele promoveu o surgimento da navegação teórica, que tinha como alicerce a matemática, que para Leitão (2008) foi a maior contribuição de Pedro Nunes. Sua influência na náutica foi muito marcante, sendo reconhecido em Portugal até os dias de hoje, mesmo não sendo um navegador.

Tratando especificamente da loxodromia, muitas das ideias de Pedro Nunes serviram de ponto de partida para o desenvolvimento de outros problemas matemáticos, além de ser fundamental para a cartografia. Suas ideias acerca da loxodromia se propagaram muito rapidamente e tornaram-se conhecidas em diversos países, dos quais podemos citar Espanha, França, Inglaterra (Gemma Frísio e John Dee) e Países Baixos (Simon Stevin e Willebrord Snell).

Sobre os estudos de Pedro Nunes acerca da loxodromia, ele também esteve preocupado com o comportamento da curva nas proximidades dos polos, ou seja, seu comportamento assintótico, tema alvo de muitos estudos posteriores, envolvendo o estudo de análises infinitesimais.

No período em que ele publicou suas ideias, pelo fato de suas teorias de navegação estarem alicerçadas na matemática, seu público-alvo ficou restrito a matemáticos e astrônomos, inclusive fora de Portugal, e suas ideias não foram muito utilizadas diretamente pelos pilotos portugueses, pois estes não compreendiam suas ideias. É claro que aos poucos estas ideias foram sendo introduzidas no conjunto de conhecimentos sobre navegação dos pilotos.

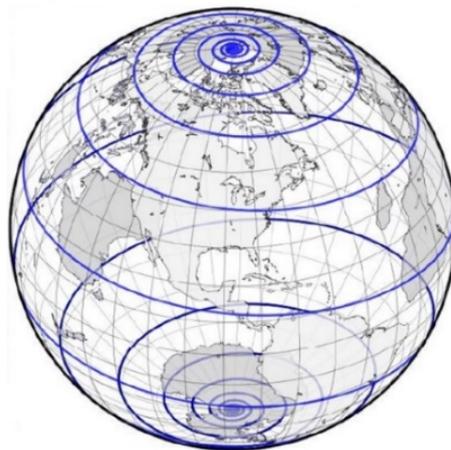
Além disso, pelo fato de suas ideias serem de certa forma inovadoras, pois iam contra o costume/tradição dos navegadores, elas se tornaram alvo de críticas e rejeição por parte dos pilotos. Com o passar do tempo estas ideias foram sendo inseridas ao conjunto de conhecimentos dos navegadores.

Outro fator que colaborou para a rejeição das ideias de Pedro Nunes era o fato dele não ser um navegador e não conhecer a navegação na prática. Apesar disto, ele se preocupava em aliar suas teorias baseadas na matemática com a prática dos pilotos. Assim, alguns dos estudos de Pedro Nunes, pretendiam mostrar aos pilotos que a teoria a respeito da prática da navegação poderia facilitá-la.

Outra questão que ressaltamos refere-se ao fato de que Pedro Nunes pretendia divulgar o conhecimento que estava obtendo. Argumentamos isso, apontando para o fato de que sua primeira obra foi escrita em português e todas as outras foram escritas em latim, o que aponta para a preocupação de divulgação de suas ideias além das fronteiras portuguesas.

Por fim, faremos um resumo das principais ideias de Pedro Nunes com relação a loxodromia, utilizando para isto algumas figuras atuais. Vimos que na navegação, geralmente o navio segue uma trajetória de tal forma que corta todos os meridianos da esfera terrestre sob um ângulo constante. Trajetória esta que hoje é denominada curva loxodrômica e é caracterizada por uma espiral que tende para um dos polos, como podemos ver na figura 3.

**FIGURA 3:** Representação da espiral

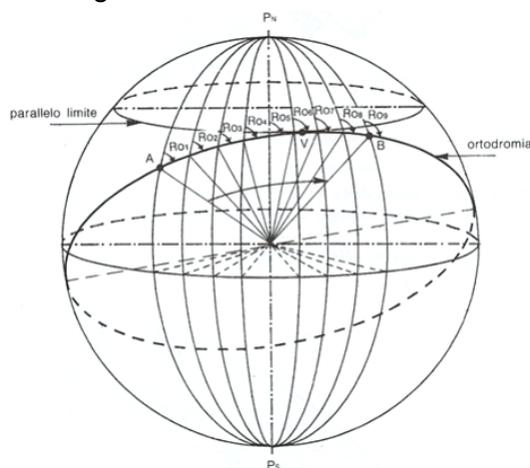


FONTE: Mathworld.wolfram.com

É importante ressaltar que a trajetória da loxodromia no globo terrestre não será esta espiral nos casos em que os dois pontos estiverem situados no mesmo meridiano ou no mesmo paralelo, pois nestes casos a curva será o menor arco da circunferência do meridiano ou do paralelo que liga os dois pontos. Se o rumo for de  $0^\circ$  ou  $180^\circ$ , a rota a ser seguida será o meridiano do lugar de partida, que é um círculo máximo. Se o rumo for  $90^\circ$  ou  $270^\circ$  e o ponto de partida estiver sobre a linha do equador, a curva percorrida será exatamente a linha do equador, que é um círculo máximo. Se o rumo for  $90^\circ$  ou  $270^\circ$ , a partir de qualquer ponto fora do equador a curva descrita será um paralelo do lugar de partida, que é um círculo menor, mas não um círculo máximo.

Entretanto, vimos que percorrer esta curva não implica em percorrer a menor distância entre dois pontos na esfera terrestre, sendo que o menor caminho consiste numa geodésica da esfera: o arco de círculo máximo que passa por tais pontos. Além disso, também verificamos que percorrer este círculo máximo na esfera não implica em cortar todos os meridianos sob o mesmo ângulo, como os navegadores do século XVI acreditavam e pode ser notado na Figura 4.

**Figura 4:** Ortodromia – ângulos distintos com os meridianos



FONTE: Betasom.it

Com relação a representação da loxodromia nas cartas náuticas, verificamos que Pedro Nunes acreditava que a loxodromia era representada por uma reta, o que veio a se confirmar com as ideias de Mercator posteriormente. Já a ortodromia é representada no plano por uma curva, como na figura 5.

**Figura 5:** Representação plana da loxodromia e da ortodromia



FONTE: Artoweb.itc.nl

As diferenças entre essas duas trajetórias consistem na principal inovação de Pedro Nunes no século XVI. É claro, que para pequenas distâncias, a loxodromia e a ortodromia são muito próximas. Entretanto, para grandes viagens, principalmente em latitudes elevadas, a diferença entre as duas pode ser muito significativa.

Além de distinguir esses dois tipos de trajetórias ele propôs um modo de navegar por arcos de círculo máximo, representável matematicamente, no qual a navegação pela linha de rumo é um caso limite. Assim, ele supõe que o navio seguiria uma trajetória que é formada por uma série de arcos de círculos máximos, tais que os ângulos que faz com os meridianos sejam sempre iguais. Dizemos que a curva loxodrômica é um caso limite porque a trajetória descrita desta maneira tende para esta curva.

Por fim, esses estudos contribuíram para posteriores estudos sobre mapas, como por exemplo, na elaboração dos mapas de Mercator. Além disso, posteriormente outros matemáticos estudaram esta curva. Como exemplo, Jacques Bernoulli relacionou essas curvas com a espiral logarítmica.

**REFERÊNCIAS**

- ALMEIDA, B. J. M. G. P. A Curva Loxodrômica de Pedro Nunes. **Jornadas do Mar**, Lisboa, p. 489-500, 2004.
- BETHENCOURT, F. et al. **História da Expansão Portuguesa. A Formação do Império (1415-1579)**. Lisboa: Círculo de Leitores, v. 1, 1998.
- FERREIRA DOS SANTOS, C. P. F.; CARLTÁ, L. A.; GADOTTI, M. C. Contribuições das Navegações Portuguesas para a Geometria da Superfície Terrestre. **Hipátia**, v. 6, n. 1, p41-51, jun. 2021.
- LEITÃO, H. Ars e Ratio: A Náutica e a Constituição da Ciência Moderna, in: **La ciencia y el mar**. Valladolid: Los autores, p. 183-207, 2006.
- LEITÃO, H. **Anotações a Obras: De Arte Atque Ratione Navigandi**, vol. 4, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.
- MARTINS, A. V. **Náutica e Cartografia Náutica na Origem da Ciência Moderna**. Navigator, Rio de Janeiro, v. 1, n. 2, p. 53-48, dez. 2005.
- MIGUENS, A. P. **Navegação: a Ciência e a Arte**. Volume 1 – Navegação Costeira, Estimada e em Águas Restritas. Rio de Janeiro: Ed. DHN Marinha do Brasil, 1996.
- MIGUENS, A. P. **Navegação: a Ciência e a Arte**. Volume 2 – Navegação Astronômica e Derrotas. Rio de Janeiro: Ed. DHN Marinha do Brasil, 1996.
- NUNES, P. **Obras: Tratado da Esfera: Astonomici Introductorii de Spaera Epitome**, vol. I, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.
- NUNES, P. **Obras: De Arte Atque Ratione Navigandi**, vol. IV, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.
- SIMÕES, A; CARNEIRO, A. DIOGO, M. P. **Perspectives on Contemporary History of Science in Portugal**. Preprint CHCUL, Lisboa, n. 1, dez. 2007.
- SOUZA, C. M.; CARDOSO, S. L. P. **Pedro Nunes e a matemática do século XVI**. Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2002.

**Submetido em agosto de 2021.  
Aprovado em outubro de 2021.**