HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PESQUISA QUALITATIVA RELACIONADA À OPERAÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO

HISTORY OF MATHEMATICS IN ELEMENTARY SCHOOL: A QUALITATIVE RESEARCH RELATED TO MULTIPLICATION OPERATION

SANTOS, Ivan Alvaro dos[1]
BAIER, Tânia[2]

RESUMO

O presente artigo tem por objetivo relatar uma vivência pedagógica relacionada com o uso de aspectos históricos em aulas de Matemática para o trabalho com a operação de multiplicação de números naturais. A identificação de dificuldades dos estudantes na operacionalização do algoritmo tradicional e nas tábuas da multiplicação nos levou a buscar alternativas de ensino. Nesse sentido, resgatamos da história três métodos de multiplicação: Multiplicação Russa, Multiplicação Egípcia e Multiplicação Chinesa. Esses métodos foram escolhidos em função de suas respectivas resoluções serem realizadas sem o apoio da tabuada, estando baseados nas ideias matemáticas de soma, dobro e metade, diferindo do método que comumente é abordado em currículos escolares e em livros didáticos. Aspectos sócio-culturais das sociedades de onde tais métodos se originaram foram utilizados como fator de mobilização para introduzir os estudos. Os dados oriundos dessa vivência foram analisados à luz da ideia de mundo-vida proposta por Husserl, na Fenomenologia. Esta vivência nos permitiu a compreensão da importância do contexto trazido por meio da história da Matemática, que além de oferecer métodos distintos de multiplicação, trouxe os respectivos contextos culturais e históricos que desencadearam o desenvolvimento dos mesmos. Destarte, viabilizamos aos estudantes o entendimento de que a criação de tais métodos se deu a partir de necessidades práticas dos cidadãos para a solução de problemas próprios dos seus tempos e espaços. Nesse sentido, a história da Matemática apresentou-se como um recurso em potencial para favorecer a aprendizagem e o desenvolvimento dos estudantes no mundo-vida que habitam.

Palavras-chave: Números Naturais. Operação de Multiplicação. História da Matemática. Mundo-vida.

ABSTRACT

This paper aims at reporting a pedagogical experience related to the use of historical aspects of multiplicating natural numbers in Math for Work classes. The identification of the students' difficulties in operating traditional algorithms and in multiplication tables led us to seek teaching alternatives. Thus, we've rescued from history 3 multiplication methods: Russian Multiplication, Egyptian Multiplication and Chinese Multiplication. Those methods were chosen due to their respective resolutions be performed without any multiplication tables, being based on math ideas such as sum, double and half, being different from the methods usually adopted in school curriculum and didactical books. Socio Cultural aspects from those ancient societies were taken as mobilization factor in order to introduce the studies. The data gathered from that experience were analysed under the world-life idea proposed from Husserl, on Phenomenology. That experience made us understand the importance of context brought by History of Mathematics, which offers distinct methods of multiplication, besides bringing cultural and historical contexts from that unfolded. Therefore, we've enabled the students the understanding that the creation of such methods originated from teh citizens' practical needs for solving problems from their times and places. Hence, History of Mathematics presented itself as a potential resource favouring learning and development of the students in the world-life-world they inhabit.

Keywords: Natural Numbers. Multilplication Operation. History of Mathematics. Life-World.

[1] Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Regional de Blumenau (FURB). Mestre em Educação pela Universidade Regional de Blumenau (FURB). Docente na Secretaria Municipal de Educação de Blumenau-SC-Brasil. Endereço eletrônico: ivanbrasileiro2@gmail.com.

[2] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Docente na Universidade Regional de Blumenau (FURB). Endereço eletrônico: taniabaier@gmail.com.

1 INTRODUÇÃO

Todo o conhecimento a que temos acesso é resultante de um longo e às vezes árduo processo que foi sendo aprimorando ao longo de diversas gerações. São processos construídos por várias pessoas, que muitas vezes dedicaram seus esforços a sistematizá-los de forma que pudessem ser utilizados por seus pares e transmitidos a pessoas de outros espaços e tempos (D'AMBROSIO, 1996b). A Matemática como causa e consequência da evolução social, também se desenvolveu progressiva e constantemente, ocupando lugar importante na cadeia de conhecimentos que favorecem a criação de novas tecnologias. Analisando a história da humanidade e as ocorrências de todas as naturezas que permearam o processo de humanização, de socialização e de aculturação do ser humano desde os primórdios até o momento atual, podemos sempre identificar a elaboração paralela de um instrumental matemático para lidar com as mais diversas situações (D'AMBROSIO, 1996a). Berlingoff e Gouvêa (2008) contribuem afirmando que todas as civilizações que desenvolveram e utilizaram a escrita deixaram evidências também, de possuir algum nível de conhecimento matemático. "Nomes para números e formas e as idéias básicas sobre contagem e operações aritméticas parece ser parte da herança comum da humanidade em toda parte" (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008, p. 7). Nesse sentido, a Matemática se desenvolve ao mesmo tempo que o mundo vai se modificando e enquanto o homem vai evoluindo física, cognitiva e socialmente.

Por outro lado, em muitos aspectos podemos identificar que as maneiras como atualmente a Matemática é trabalhada na escola se distancia da forma como ela foi criada e sistematizada, ou seja, a partir de situações práticas. O que se evidencia na disciplina de Matemática é que geralmente se abordam técnicas de resolução em detrimento da parte contextual que pode favorecer a compreensão e a conscientização da aplicabilidade de um conceito em circunstâncias reais. "A idéia de que os números teriam surgido para permitir que governos acompanhassem dados como a produção de alimentos pode não nos ajudar a aprender aritmética, porém insere a aritmética desde o início em um contexto significativo" (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008, p. 3), o que pode além de estimular os estudantes à aprendizagem, atribuir sentido aos cálculos que estão sendo feitos. "Também nos faz pensar no papel que a matemática ainda tem para os governos correntes" (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008, p. 3), propiciando reflexões críticas sobre a sociedade em que vivemos a partir do conhecimento matemático. Além disso, "[...] a própria história dos conceitos pode sugerir caminhos de abordagem deles, bem como os objetivos que se pretendem alcançar com eles" (BRASIL, 1998, p. 43).

Nesse sentido, vislumbramos como possibilidade de trabalho que favoreça a aprendizagem em Matemática, a utilização de elementos advindos da história da Matemática, oportunizando aos estudantes compreender essa ciência como construção histórica, como ciência oriunda da busca por soluções a problemas práticos das mais diversas civilizações. "Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas" (BRASIL, 1998, p. 42). Assim, a História da Matemática pode inserir-se como uma metodologia que favorece uma educação centrada no aluno, conforme nos trazem Martins e Bicudo (2006). Segundo esses autores, o ponto mais importante de uma educação com essa finalidade

> [...] encontra-se naquilo que ela revela sobre o homem e sua realidade e no modo de ver as realizações humanas, pois procura, por meio de suas expressões, propiciar ao aluno maior compreensão da natureza, da natureza humana e do mundo dos objetos. O centro de sua preocupação é o entendimento da realidade das coisas, das pessoas e das divergências de visão de mundo que as diferentes pessoas apresentam. (MARTINS; BICUDO, 2006, p. 57-58).

Logo, o aluno pode compreender, por meio da ciência matemática, que a diversidade cultural existente no mundo é historicamente construída e que, o relativismo cultural advém de distintos pontos de vistas que precisam ser levados em conta ao se lançar um olhar crítico sobre a historicidade de cada povo e dos conhecimentos por eles produzidos. Silva e Araújo (2001, p. 19) contribuem afirmando que “não devemos ignorar as contribuições dadas por homens e mulheres à Matemática ao longo da história nem tão pouco as dificuldades por eles vividas. Dessa forma, o ensino da Matemática poderá acontecer de maneira mais eficiente e prazerosa para o aluno”.

Nesse contexto, o objetivo do presente artigo é relatar uma vivência pedagógica relacionada com o uso de aspectos históricos em aulas de Matemática para o trabalho com a operação de multiplicação de números naturais. A identificação de dificuldades dos estudantes na operacionalização do algoritmo tradicional e nas tábuas da multiplicação, nos levou a buscar alternativas de trabalho em sala de aula. Nesse sentido, foram resgatados da história da Matemática três métodos de multiplicação para serem trabalhados em sala de aula: Multiplicação Russa; Multiplicação Egípcia e Multiplicação Chinesa. Esses três métodos foram escolhidos em função de suas respectivas operacionalizações poderem ser realizadas sem o apoio das tábuas de multiplicação, estando baseados apenas nas ideias matemáticas de soma, de dobro e de metade o que, a nosso ver, difere do método que comumente é abordado em currículos escolares e em livros didáticos do Ensino Fundamental.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa utilizou como aporte teórico as ideias sintetizadas através do termo *Lebenswelt*, utilizado por Husserl[3] e que pode ser traduzido como *mundo-vida*, que é um dos conceitos fundamentais da Fenomenologia - escola filosófica que “[...] tem como cerne a busca do sentido que as coisas que está à nossa volta, no horizonte do mundo-vida, fazem para nós” (BICUDO, 2010, p. 26). Segundo Martins (1992, p. 74), mundo-vida trata-se “[...] da percepção que cada um tem do mundo que o cerca, na descrição que os alunos fazem dos seus mundos”. Esse autor complementa afirmando que “O mundo-vida de cada um de nós, ou o lebenswelt, tem uma estrutura de significados que lhe é própria e que precisa ser focalizada de diferentes formas, para que não seja radicalmente reduzida, distorcida e proposta em termos de causalidades” (MARTINS, 1992, p. 67).

Nesse sentido, os significados próprios que cada estudante possui sobre os mais variados elementos servem como apoio para novas aprendizagens, sendo assim constantemente ressignificados. Dito de outra forma, o mundo vivido pelo estudante vai sendo alterado, aprimorado, sendo a ele incorporado novos conceitos. Um novo mundo-vida vai surgindo a partir destas novas experiências, que passam a ser familiares e a pertencer a ele, passam a fazer parte do seu mundo-vida então atualizado. Como assevera Martins (1992, p. 71),

> Ao atribuir significados, a consciência o faz de forma a relacionar uma experiência a outras vividas e já organizadas em forma de rede ou estrutura de significados. Essa rede começa a organizar-se quando o ser vê-se lançado ao mundo, isto é, quando a consciência deste se abre para o mundo, o seu ao-redor. Nesse processo, a criança contempla a sua aparência visual e assimila as reações motoras do seu próprio corpo. Juntamente com essa visão corporal, chega a ela um mundo também sonoro e visual de intenções significativas. Gradualmente forma uma rede de significados, ou de intenções significativas, algumas percebidas de forma clara, outras mais vividas do que conhecidas.

[3] Edmund Gustav Albrecht Husserl (1859–1938), matemático e filósofo alemão, criador da Fenomenologia.

Em Fenomenologia é usada a expressão *consciência* entendida como *intencionalidade* e, no âmbito da Educação Matemática, *intencionalidade do estudante em aprender*. “Nessa possibilidade, o ato educacional poderá realizar-se ao ser estabelecida relação entre o mundo que se mostra e a consciência do aluno que o busca” (MARTINS, 1992, p. 70), em um processo dialógico entre *novos* e *velhos* conceitos, onde o estudante reflete sobre os conhecimentos que possui buscando relacioná-los com o conteúdo que está sendo abordado. Assim, “ao refletir-se a experiência consciente da percepção está-se refletindo sobre o ‘mundo-vida’, o *lebenswelt*, que inclui as experiências visuais das coisas que são visíveis” (MARTINS, 1992, p. 65, grifo do autor). Neste caso, o trabalho principal do professor será o de propiciar a correlação entre o mundo vivido por este estudante com os novos conceitos que estão sendo trabalhados, tendo como resultado um ato de compreensão, condição fundamental para que se dê a construção do conhecimento (MARTINS, 1992).

As práticas pedagógicas direcionadas neste sentido coadunam com o que Martins e Bicudo (2006) nomeiam de **educação centrada no aluno**. Segundo esses autores, a educação com esse objetivo “[...] se preocupa, primeiramente, com a realização do ser do estudante. Propõe-se a auxiliar o indivíduo a *se tornar* pessoa, ou seja, a se tornar eminentemente humano ao atualizar suas possibilidades” (MARTINS; BICUDO, 2006, p. 57, grifo dos autores). Nesse sentido, a ação educativa do professor revela-se como uma forma de com o aluno e para com o aluno, trabalhar em seu desenvolvimento nos mais variados aspectos. O foco, nesse caso, é o próprio aluno, sendo a área do conhecimento estudada não menos importante, porém compreendida como um fator secundário. Para tanto, “são modos comuns a essa atitude a apreciação, o relacionamento empático, a experiência unificadora, a responsabilidade, o diálogo” (MARTINS; BICUDO, 2006, p. 58), que se estabelecem na relação professor-aluno.

Nesse contexto, é dada grande importância a experiências que culminem não somente em intuições intelectuais, mas que também possibilitem a percepção, a leitura de mundo, a motivação em viver e em desbravar e compreender a realidade nos aspectos físicos, sociais e culturais (MARTINS; BICUDO, 2006). Assim, a aprendizagem alcança conotações em que “é vista como algo realizado pela pessoa que aprende e como sendo fruto dos seus interesses e das experiências que possuam correspondentes no seu campo fenomenológico. Trata-se, assim, de uma *aprendizagem significativa* para quem aprende” (MARTINS; BICUDO, 2006, p. 88, grifo dos autores). Martins (1992) acrescenta afirmando que a forma como os estudantes concebem os seus próprios mundos e esses mundos em si precisam, “[...] necessariamente, ser lidos e conhecidos pelos professores” (MARTINS, 1992, p. 74), sendo que é a partir desse conhecimento que os professores poderão propor efetivamente situações de aprendizagem.

Dessa forma, os conhecimentos do estudante oriundos das experiências cotidianas e de aprendizagens escolares anteriores propiciam o seu envolvimento com o processo de sua própria aprendizagem, uma disposição e uma intencionalidade em aprender significativamente. Assim, a aprendizagem centrada no aluno resulta em uma aprendizagem significativa, ao passo que “[...] o aluno é tido como um ser que está ali acontecendo, realizando e atualizando as suas possibilidades” (MARTINS; BICUDO, 2006, p. 83-84). Esse contexto de possibilidades que o estudante atualiza, favorece “[...] uma aprendizagem auto-iniciada, uma vez que o interesse para conhecer parte da própria pessoa que se volta intencionalmente para o mundo, em uma postura de indagar pelo que quer saber” (MARTINS; BICUDO; 2006, p. 89).

Martins (1992) sustenta tal postura ao afirmar que menos importante do quê o estudante vai aprender, é a sua capacidade de voltar-se no sentido de canalizar energia para o seu crescimento, colocando, assim, “[...] o sujeito como um viajante constantemente desafiado, com interesse voltado para a descoberta de novos caminhos” (MARTINS, 1992, p. 86), ou seja, voltado à sua consciência

- intencionalidade em aprender. Esse autor complementa afirmando que "a dialética humana é ambiciosa, manifesta-se primeiramente através do social ou de estruturas da cultura na qual o homem se aprisiona. Entretanto, a cultura, hoje, não seria o que é se, ao utilizar-se de seus recursos, o homem não tivesse se direcionado a superá-los". Além disso,

> Como seres humanos os alunos estão se projetando sempre para além de si-mesmos no mundo imediato em que todos vivemos. [...] Neste sentido, a significação do discurso e da expressão dos alunos se constitui em atos da dialética humana, revelando-nos todos eles a mesma essência: a capacidade de orientar-se para o possível, não se restringindo a um ambiente definido e estático. (MARTINS, 1992, p. 81).

Os três métodos de multiplicação já elencados na seção anterior foram abordados durante o estudo dos números naturais com uma turma do 6º ano de uma escola pública, localizada no município de Blumenau (SC), constituída por 18 meninos e 16 meninas, com idades variando dos onze aos treze anos. A vivência pedagógica consistiu em 15 encontros de uma hora e meia cada.

Tal vivência pedagógica da qual resultou o presente texto, converteu-se em uma pesquisa qualitativa, já que por meio dela buscou-se interpretar os fenômenos ocorridos em sala de aula e atribui significados a cada uma das ações que se desencadearam (PRODANOV; FREITAS, 2013). Uma pesquisa qualitativa consiste em prática na qual "o investigador introduz-se no mundo das pessoas que pretende estudar [...], elaborando um registro escrito e sistemático de tudo aquilo que ouve e observa" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 16). A partir do contato profundo estabelecido pelo investigador com os sujeitos da pesquisa, em seus próprios territórios, se originam os dados da pesquisa. Tais dados são ricos em detalhes descritivos relativamente a estes indivíduos, aos seus contextos particulares e aos acontecimentos que lá ocorrem, sendo analisados a partir de suas próprias perspectivas e em toda a sua complexidade (BOGDAN; BIKLEN, 1994). O objetivo da série de dados qualitativos recolhidos no local da pesquisa "[...] é de produzir informações aprofundadas e ilustrativas: seja ela pequena ou grande, o que importa é que ela seja capaz de produzir novas informações (DESLAURIERS *apud* GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 32).

Além de qualitativa, esta pesquisa também se configura como pesquisa de campo e pesquisa bibliográfica. Pesquisa de campo refere-se, segundo Bogdan e Biklen (1994), a algo relacionado com a terra, pois o investigador insere-se no cenário dos sujeitos pesquisados, adentrando em seu mundo e compreendendo-o em todos os seus aspectos. Dessa forma, além das compreensões da aprendizagem propriamente dita é possível se compreender os demais fatores que nela interferem, que contribuem ou dificultam a sua concretização. Além disso, ao conhecer o contexto do estudo em toda a sua complexidade, o pesquisador pode apurar o seu olhar em relação às particularidades do meio ao qual o sujeito pertence, as ideias que de lá emergem, suas maneiras de pensar e de conduzir as ações do dia a dia. Como asseveram Bogdan e Biklen (1994), trata-se de investigar o ambiente natural dos sujeitos da pesquisa, onde estes se entregam às suas tarefas diárias, na informalidade do cotidiano. Por outro lado, Prodanov e Freitas (2013) localizam a pesquisa bibliográfica como uma etapa da pesquisa de campo, já que esta exige, previamente, uma investigação bibliográfica sobre o tema a ser estudado. Neste artigo, a pesquisa bibliográfica serviu para que conhecêssemos, em primeiro lugar, "[...] em que estado se encontra atualmente o problema, que trabalhos já foram realizados a respeito e quais são as opiniões reinantes sobre o assunto. Como segundo passo, permitirá que estabeleçamos um modelo teórico inicial de referência [...]" (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 59).

Os dados oriundos dos momentos da intervenção pedagógica foram recolhidos por meio de um diário de campo e de fotografias. O diário de campo é composto por notas de campo que consistem no "[...] relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados de um estudo qualitativo" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 150). É o documento onde o investigador registra acontecimentos que julga relevante no desenrolar dos encontros, que servirão de base para reflexão e de análise. Já as fotografias são recursos de reforço à memória e aos escritos do investigador, propiciando o estudo de "[...] detalhes que poderiam ser descurados se uma imagem fotográfica não estivesse disponível para os reflectir. As fotografias tiradas pelos investigadores no campo fornecem-nos imagens para uma inspeção intensa posterior que procura pistas sobre relações e atividades" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 189). Além disso, a fotografia propicia que o investigador, de certa forma, revisite o campo em busca de outros pontos de vista que no momento em que determinado fenômeno se deu, não estavam claros ou não haviam sido percebidos.

Na próxima seção, descrevemos sucintamente nossa experiência pedagógica, bem como detalhamos os três métodos de multiplicação abordados durante a mesma, em sala de aula.

3 ASPECTOS HISTÓRICOS ABORDADOS DURANTE A REALIZAÇÃO DA PESQUISA

Ao fazer-se um itinerário pela história da Matemática compreende-se como ela foi constituindo-se paralelamente ao desenvolvimento sócio-cultural, organicamente, desde os primórdios da espécie humana. Barthélemy (1999) e Berlingoff e Gouvêa (2008) nos dão ideias do início do desenvolvimento da Matemática como atividade específica. Evidências históricas indicam que as primeiras matemáticas criadas datam de 5.000 a.C. e ocorreram no Crescente Fértil, área que abrangia a região da Mesopotâmia, situada entre os rios Tigres e Eufrates, atual Iraque e as terras do Vale do rio Nilo, o Egito Antigo, situado no nordeste do continente africano. "Essas duas civilizações existiram mais ou menos ao mesmo tempo" (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008, p. 7-8) e se assemelham pelo fato de que foi a partir de suas formas centralizadas de governo que se criaram necessidades matemáticas. A medição de terras e a indicação dos valores dos respectivos impostos, a contabilização da produção agrícola, a solução de questões de heranças e de outros problemas do cotidiano parecem indicar o início da Matemática de ordem prática. Boyer (1974) corrobora essas ideias afirmando que Heródoto e Aristóteles não se arriscaram em afirmar origens mais antigas para a Matemática do que aquela desenvolvida no Egito antigo. Porém, esses dois filósofos tinham ideias distintas sobre a motivação que levou a esse desenvolvimento. "Heródoto mantinha que a geometria se originava no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do Rio" (BOYER, 1974, p. 4). Aristóteles, por sua vez, também propunha a criação da Matemática pela civilização egípcia, porém, "[...] achava que a existência [...] de uma classe sacerdotal com lazeres é que tinha conduzido ao estudo da geometria" (BOYER, 1974, p. 4).

De uma forma ou de outra, compreende-se que a Matemática surgiu como respostas às vicissitudes que a vida e as vivências iam trazendo ao longo do tempo, seja para solucionar problemas, quantificar e qualificar acontecimentos ou situações, propiciar melhores e mais dignas condições de vida. E cada civilização, em dado momento histórico e localização específica criou meios próprios para contar e para medir, mas que muitas vezes encontram convergências com métodos criados por outros grupos sociais, apesar de distantes entre si espacial e temporalmente.

A importância da Matemática que se mantém intacta se revela na presença dessa ciência nas matrizes curriculares do ensino formal, seja na Educação Básica ou no Ensino Superior. Entretanto, refletindo-se sobre a forma como a disciplina de Matemática é trabalhada na escola, na atualidade, um fator parece ter ficado em segundo plano no caminho do ensino: a historicização. O que se evidencia é que de dentro de uma determinada situação, muitas vezes se extrai e se trabalha meramente a técnica de resolução, em detrimento da parte contextual que descreve a trajetória que cada conceito percorreu até se estabelecer. "A matemática, afinal, é um produto cultural. É criada por pessoas em um momento e lugar dados e frequentemente é afetada por esse contexto. Saber mais sobre isso ajuda a entender como a matemática se ajusta com outras atividades humanas" (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008, p. 3).

Desde 1998, os Parâmetros Curriculares Nacionais na área de Matemática apontam que o resgate de tópicos da história da Matemática pode contribuir para o esclarecimento de "[...] idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns 'porquês' e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento" (BRASIL, 1998, p. 43). Mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular aponta o fato de que a história da Matemática é um recurso "[...] que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática" (BRASIL, 2018, p. 298). Os estudantes possuem, naturalmente, a curiosidade sobre de onde cada coisa surgiu, e nisso se incluem as questões matemáticas. "Entender uma questão, muitas vezes, depende de saber a história da idéia. De onde veio? Por que é ou era importante? Quem queria a resposta e por que a queria?" (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008, p. 1).

Um exemplo bem sucedido de utilização da história da Matemática para trabalhar conceitos matemáticos é a experiência em que Silva e Araújo (2001) se utilizaram desse recurso para apresentar uma proposta de trabalho cujo objetivo era desmistificar a crença que muitos alunos têm de que o grau é a única unidade de medida de ângulos. Naquele artigo, as autoras afirmam que "a questão de medir é antes de tudo uma convenção. Os povos experimentaram várias maneiras de medir, e a Matemática formal optou por uma delas. Essa foi incorporada ao quotidiano, tornando-se para o aluno a única forma possível de medir" (SILVA; ARAÚJO, 2001, p. 21). Essa questão que as autoras exemplificam de maneira específica com o tema de unidades de medidas de ângulos é reproduzida nos mais diversos conteúdos do currículo de Matemática. Convencionalmente, escolhe-se um método de cálculo ou algoritmo e o fato de se utilizar apenas ele, ao longo do tempo, induz ao pensamento equivocado de que somente ele existe.

Essa prática é recorrente quando pensamos nos algoritmos utilizados nas quatro operações aritméticas básicas, por exemplo. Silva (2003) relata a dificuldade que muitos professores têm quando são indagados por seus alunos sobre questões históricas relativas à Matemática, por não possuírem conhecimento sobre o surgimento e a evolução de alguns conceitos e de algumas operações matemáticas. O professor "[...] desconhece a variedade de algoritmos que foram criados para efetuar as quatro operações elementares. Essa lacuna histórica leva-o à utilização de um número muito limitado de algoritmos para resolver as operações" (SILVA, 2003, p. 8). Assim, a escola segue no Brasil um currículo que trabalha majoritariamente um único processo para somar, subtrair, multiplicar e dividir. Não estamos aqui questionando a importância e a necessidade de se trabalhar tais métodos de cálculo, mas trazemos a foco a questão da unicidade de algoritmos que reduz as possibilidades e opções de acesso ao conhecimento matemático, pois muitos estudantes apresentam variados tipos e graus de dificuldades em compreender os procedimentos de tais algoritmos. A multiplicação, em particular, e a divisão, por consequência, têm se mostrado operações com alto grau de dificuldade para um número cada vez maior de estudantes. E esse problema se revela, em grande parte, pela necessidade de memorização das tábuas de multiplicação que são praticamente imprescindíveis nesses algoritmos. Zatti, Agranionih e Enricone (2010) corroboram essa informação por meio de uma pesquisa na qual investigaram alguns aspectos da aprendizagem das operações matemáticas elementares, tendo concluído que a não memorização das tábuas de multiplicação é o fator que mais interfere nas dificuldades de realização do cálculo da operação de multiplicação.

Essas questões relativas às dificuldades na aprendizagem de conceitos matemáticos demandam, assim, que a escola ofereça outras possibilidades de aprendizagem aos estudantes, como é o caso da história da Matemática. Por meio deste recurso, pode-se mostrar aos estudantes que "[...] a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade" (D'AMBROSIO, 1996a, p. 10) e que existem diversas alternativas de caminhos a serem percorridos para se chegar a uma mesma solução. Assim, resgatar conceitos e algoritmos utilizados por diferentes culturas para apresentar e trabalhar efetivamente determinado conteúdo pode ser uma estratégia a mais para estimular a aprendizagem dos estudantes. "Torna-se cada vez mais difícil motivar alunos para uma ciência cristalizada. Não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância" (D'AMBROSIO, 1996b, p. 29). Destarte,

> Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 42).

Com base no exposto, elaboramos uma sequência didática que privilegiou o uso de aspectos históricos de três civilizações, russa, egípcia e chinesa, assim como os métodos de multiplicação criados por elas, para trabalharmos em sala de aula. Os três métodos foram trabalhados em sequência, sempre de maneira contextualizada de forma a oferecer aos estudantes um cenário ideativo a partir do qual puderam construir e aprimorar seus conhecimentos em aritmética, particularmente em relação à operação de multiplicação de números naturais. Destarte, nas seções seguintes discorremos de maneira sintética sobre a experiência desenvolvida com cada um dos três métodos de multiplicação acima elencados.

3.1 O MÉTODO DA MULTIPLICAÇÃO RUSSA

Iniciamos os trabalhos com o método da Multiplicação Russa propondo aos estudantes uma atividade de pesquisa no laboratório de informática, cujo objetivo era conhecer aspectos históricos, sociais, culturais e geográficos da Rússia. Muito pouco se conhece sobre a civilização russa antiga e sobre os criadores do método de multiplicação, de forma que buscamos trazer para o debate de sala de aula as principais referências culturais daquele país, combinadas com a parte histórica de que se tem conhecimento por meio de livros específicos de história da Matemática. Para a realização da atividade preparamos um roteiro de pesquisa com alguns comandos e também com a disponibilização de links de algumas *home pages* que já havíamos previamente analisado, de forma a direcionar os estudantes para conteúdos fidedignos. Durante a pesquisa, os estudantes elaboraram um arquivo em editor de textos onde inseriram as informações mais importantes, de acordo com o que havíamos proposto. Ao final, cada estudante imprimiu o seu arquivo para que debatêssemos posteriormente. A partir disso, seguimos com a intervenção pedagógica destacando que foi na Rússia, em um tempo bem mais antigo, que trabalhadores rurais criaram uma forma de multiplicação que é diferente da nossa, mas que tem a ver com conhecimentos matemáticos que nós possuímos e que chega aos mesmos resultados que nós chegamos quando realizamos o cálculo de um produto por meio do nosso algoritmo tradicional.

Segundo defendem historiadores e matemáticos, o método de multiplicação russa foi criado pelos antigos camponeses russos a partir da necessidade de contabilizar a produção agrícola e de realizar outros cálculos relativos à colheita, troca e comercialização de produtos. Em relação à operacionalização de tal método, Bolt (1992, p. 105) assevera que "[...] no passado, os camponeses russos usavam um método de multiplicação que só requeria o conhecimento da tabuada de 2". Assim, para a realização do processo, utilizava-se a ideia de dobro (multiplicação por 2) e, também, a ideia de metade (divisão por 2). Ao final, agregava-se a estas ideias a operação de adição, por meio da qual se obtinha o produto desejado. Trata-se este de "[...] um processo especial de multiplicação, processo que nada tem de simples mas que não deixa de apresentar uma face curiosa" (SOUZA, 2003, p. 64).

Com base nessas informações, introduzimos o método da multiplicação russa aos estudantes trazendo a seguinte situação: *O Sr. Makarov possuía uma pequena propriedade rural no interior da Rússia onde trabalhava com sua mulher e seus seis filhos. Naquele ano foram cultivados na propriedade cinco tipos de produtos: cevada, aveia, centeio, batata e trigo. Tais produtos foram colhidos e armazenados em sacos de 50 kg*[4] *cada, sendo organizados para a comercialização 20 sacos de cevada, 14 sacos de aveia, 22 sacos de centeio, 43 sacos de batata e 35 sacos de trigo bruto. Você sabe como o Sr. Makarov e seus familiares fizeram para contar quantos kg no total haviam sido produzidos na propriedade? Afinal, quantos kg havia?*

Os camponeses russos não conheciam o algoritmo da multiplicação tradicional que nós utilizamos, tendo desenvolvido um método próprio para o cálculo dessa operação. Conforme explicado aos estudantes, o método de multiplicação russa consiste em, dados dois números naturais cujo produto deseja-se calcular, dividir um deles sucessivamente até que o resultado alcance a unidade e, duplicar-se o outro, até obter-se um número correspondente à unidade do primeiro fator. Para facilitar a resolução e o entendimento do método, os dois fatores podem ser dispostos em duas colunas organizadas em um quadro, etapa esta que é a primeira do processo. Uma vez organizados os números no quadro, a segunda etapa consiste em dividir o primeiro fator sucessivamente por 2, registrando-se os quocientes obtidos em cada linha subsequente do quadro, ignorando-se os restos. O processo de divisões sucessivas vai sendo realizado até que o quociente seja igual a 1. Na terceira etapa, o segundo fator (segunda coluna) deve ser dobrado (multiplicado por 2), e os produtos encontrados devem ser registrados nas linhas situadas abaixo, encerrando o processo no momento em que o resultado alcançar a mesma linha que o número 1 da primeira coluna. Na quarta etapa são identificados os números ímpares da primeira coluna (inclusive o primeiro fator, caso este seja ímpar) e os seus correspondentes que estão localizados na segunda coluna. Por fim, somamos os números da segunda coluna que forem correspondentes aos números ímpares da primeira coluna, na quinta e última etapa do processo. O resultado obtido é o produto inicialmente procurado. As cinco etapas estão ilustradas na Figura 1.

O Método de Multiplicação Russa está fundamentado na numeração de base binária, cujos algarismos são 0 e 1. Assim, quando Souza (2003) afirma que o Método da Multiplicação Russa apresenta uma face curiosa, nosso entendimento é que o autor se refere ao fato de que a operação é realizada por meio da transformação de um dos números da base decimal para a base dois. Nesse sentido, ao se efetuar as sucessivas divisões por 2, quando o número for par o resto será 0 e, quando o número for ímpar, o resto será 1. Logo, cada divisão produzirá ou resto 0 ou resto 1 e é com este conjunto de números formado pelos restos das divisões que obteremos o número na base binária. Em nosso exemplo, os restos das divisões realizadas podem ser observados na terceira coluna do quadro da Figura 2.

[4] Foi utilizado esse valor e essa unidade de medida de massa para podermos construir uma situação-problema contextualizada, embora não tenhamos conhecimento sobre as unidades de medidas utilizadas pelos camponeses russos. Essa informação foi dividida com os estudantes.

Figura 1: Cinco Etapas Método Multiplicação Russa

1ª etapa		2ª etapa		3ª etapa		4ª etapa		5ª etapa	
134	50	134	50	134	50	134	50	67	100
		67		67	100	67	100	33	200
		33		33	200	33	200	1	6400
		16		16	400	16	400		
		8		8	800	8	800	6400 +200 100 = **6700**	
		4		4	1600	4	1600		
		2		2	3200	2	3200		
		1		1	6400	1	6400		

Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2017)

Figura 2: Método da Multiplicação Russa: restos das sucessivas divisões – 134 x 50

fator	fator	resto
134	50	0
67	100	1
33	200	1
16	400	0
8	800	0
4	1600	0
2	3200	0
1	6400	1

Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2017)

No exemplo apresentado (134 x 50), os restos das multiplicações de cada linha, de cima para baixo são: 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1. Essa sequência de oito números tomada ao contrário fica **10000110** que representa o número 134 na base binária. Para comprovar essa informação, retornaremos o número da base binária para a base 2 multiplicando cada um dos oito números por potências de base 2, iniciando-se pela maior potência contida no multiplicando (134) e chegando-se até a 2^0. Em nosso caso, a maior potência de base 2 contida no fator 134 é 128, que corresponde a 2^7. Dessa forma, obtemos o polinômio:

$$\mathbf{1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0}$$

Desenvolvendo-se as potências, as multiplicações e, por fim, as adições, obtém-se o valor 134, conforme demonstrado abaixo:

$$\mathbf{1 \times 128 + 0 \times 64 + 0 \times 32 + 0 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = 128 + 4 + 2 = 134}$$

Como assevera Eves (1995, p. 72), essa operação é realizada "[...] com base no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2". Assim, em relação ao método russo, podemos observar que as potências de base 2 que são multiplicadas por 1 representam os números ímpares da primeira coluna da tabela. Já as potências de base 2 que são multiplicadas por 0 representam os números pares da primeira coluna da tabela. Assim, ao somar-se os produtos, podemos verificar que o resultado será obtido pela soma dos números correspondentes aos números ímpares da tabela, já que os produtos com os números pares, por serem multiplicados por 0, resultarão em 0. Assim sendo, no algoritmo apresentado, somente os números correspondentes aos números ímpares são selecionados para a realização da soma, o que resultará no produto inicialmente procurado.

3.2 O método da multiplicação egípcia

Em relação ao Egito, os aspectos históricos são muito mais abundantes em livros ou mesmo em vídeos do que os materiais sobre outras civilizações. O Egito antigo é considerado por muitos estudiosos da história da Matemática como o berço dessa ciência e, dessa forma, não é difícil a localização de informações que possam ser utilizadas para retratar esse povo e a cultura que de lá emergiu. Em virtude disso, para introduzir o trabalho sobre essa civilização utilizamos um vídeo extraído da internet intitulado *Egito Revelado: Pirâmides*[5]. O vídeo oportunizou aos estudantes a reflexão e discussão sobre a importância do conhecimento matemático para o homem, desde os tempos remotos, a ponto de propiciar a construção de obras tão vultosas e de tamanha complexidade. Com base nessas discussões, iniciamos a abordagem do método de multiplicação desenvolvida pela civilização egípcia que, segundo Ifrah (1989), por volta de 3000 a. C. já apresentava forte desenvolvimento urbano e organização comercial. Aos poucos, os egípcios foram tomando consciência de que a memória e a cultura perpetuada meramente por meio da oralidade se tornará insuficiente, erigindo-se assim a necessidade de guardar de forma duradoura a lembrança de informações. Nesse sentido, essa civilização "[...] descobre a idéia tanto da escrita quanto da notação gráfica dos números [...]" (IFRAH, 1989, p. 159) como forma de ampliar e diversificar as maneiras de registro de sua herança cultural. Apesar do caráter bastante rudimentar de sua escrita numérica, os egípcios já faziam cálculos aritméticos em 2000 a. C.

Boyer (1974) afirma que a adição era a operação aritmética fundamental no Egito e que a multiplicação (assim como a divisão) era efetuada "[...] no tempo de Ahmes por sucessivas 'duplações'" (BOYER, 1974, p. 11), ou seja, somando-se o número (no caso, cada fator) com ele próprio. Este autor enfatiza, ainda, que a palavra multiplicação que hoje utilizamos sugere, na verdade, o processo egípcio de realizar tal operação aritmética (BOYER, 1974).

O método de multiplicação egípcia foi introduzido em nossa experiência pedagógica para a turma a partir do exemplo trazido por Ifrah (1989), que apresentamos a seguir de forma adaptada. *No ano 2000 a.C. na região de Mênfis, no Egito, um funcionário do fisco vai até a casa de um agricultor de cereais para controlar o estágio da produção e fixar o valor do imposto incidente sobre a produção daquele ano. O agricultor encarrega alguns trabalhadores de medir o grão por alqueire*[6]*e de embalá-los nos sacos. A propriedade neste ano produziu dois tipos de trigo: o amido e a espelta, além da cevada comum. Para não se enganar com relação à variedade de cereais, os trabalhadores repartem o amido em fileiras de dezenove sacos, a espelta em fileiras de quinze sacos e a cevada*

---

[5] Egito Revelado: Pirâmides, documentário produzido pelo canal de televisão *Discovery Channel*, com duração de aproximadamente 44' (EGITO REVELADO: pirâmides, 2017).

[6] Alqueire: medida agrária equivalente a 48.400 m^2 em Minas Gerais, Goiás e Rio de Janeiro, a 24.200 m^2 em São Paulo e a 27.225 m^2 nos Estados nordestinos do Brasil (MICHAELES, 2008, p. 43). Esta unidade de área encontra-se em desuso no Brasil.

em grupos de doze sacos. Tais grupos de sacos de cereais correspondem respectivamente aos números, 128, 84 e 369. Ao final desta operação, o funcionário pega uma lasca de pedra onde efetua alguns cálculos com o auxílio dos algarismos hieroglíficos.

A partir dessa situação-problema, explicamos aos estudantes como os egípcios faziam para efetuar a operação de multiplicação. Boyer (1974) e Ifrah (1989) nos indicam de maneira precisa como tal método é efetuado e, as descrições que fazemos adiante se baseiam nas orientações trazidas por estes autores. Destarte, resolvemos os três cálculos trazidos no problema, sendo que explicamos em detalhes, na sequência, o cálculo 369 x 12. Na 1ª etapa, coloca-se o multiplicando e o multiplicador dispostos em um quadro, em duas colunas, sendo que o multiplicando 369 é substituído pela unidade. A 2ª etapa indica que o número 1 seja duplicado e o resultado dessa duplicação seja novamente duplicado e assim, sucessivamente, "[...] até obter o maior número contido neste multiplicando" (IFRAH, 1989, p. 169), nesse caso, 369. Assim, o processo de duplicações é encerrado ao se chegar ao resultado 256, visto que a próxima duplicação produziria 512, que excede 369. A 3ª etapa é aquela em que o multiplicador (12) também é duplicado sucessivamente, a exemplo do que foi feito com o multiplicando, até que se obtenha o valor que atinja a mesma linha que o último número da primeira coluna. Na etapa seguinte, a quarta, verifica-se qual o conjunto de números constantes na 1ª coluna que, somados, resultem no fator que foi substituído pela unidade, nesse caso, que resultem em 369. Em nosso exemplo, são os números 256, 64, 32, 16 e 1, que são destacados de alguma forma, sendo que nós optamos aqui pelo sombreamento. Na 5ª e última etapa, os números correspondentes àqueles que foram destacados na primeira coluna são somados. A soma representa o produto inicialmente procurado. A Figura 3 ilustra as cinco etapas do cálculo.

Figura 3: Cinco Etapas Método Multiplicação Egípcia

1ª etapa		2ª etapa		3ª etapa		4ª etapa		5ª etapa	
1	12	1	12	1	12	1	12	1	12
		2		2	24	2	24	16	192
		4		4	48	4	48	32	384
		8		8	96	8	96	64	768
		16		16	192	16	192	256	3072
		32		32	384	32	384		
		64		64	768	64	768	3072 + 768 + + 384 + 192 + + 12 = **4428**	
		128		128	1536	128	1536		
		256		256	3072	256	3072		

Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2017)

O método de multiplicação egípcia também se baseia na ideia de que todo número pode ser representado por meio de uma soma de potências de base 2 (EVES, 1995). Porém, de acordo com o que descrevemos em relação a esse algoritmo, vimos que torna-se mais simples identificar a eficácia deste método do que o método dos camponeses russos, já que os egípcios já trabalhavam, na própria operacionalização, com potências de base 2, ou seja, já trabalhavam na base numérica binária. Assim, quando na primeira coluna substituímos o multiplicando por 1, já estamos iniciando o processo por 2^0. Essa potência vai aumentando progressiva e constantemente até atingir a maior potência que não ultrapasse aquela contida no multiplicando original, ou seja, naquele valor que foi substituído por 1 ou 2^0. Ao selecionarmos as potências de base 2 cujo desenvolvimento e posterior soma resultem no valor do multiplicando original e somando os valores correspondentes a estes contidos na segunda coluna, estamos, automaticamente, efetuando a multiplicação do primeiro fator, decomposto, pelo segundo fator. Assim, o método funciona como uma decomposição do primeiro fator em partes que correspondem a potências de base 2, sendo tais partes multiplicadas separadamente pelo segundo fator, o que consequentemente resultará no produto procurado.

Aplicando tal pensamento ao exemplo 369 x 12, apresentado anteriormente, teríamos:

- o número 369 foi decomposto nas seguintes potências de base 2: $\mathbf{2^8 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^0}$;
- desenvolvendo tais potências, obtemos **256 + 64 + 32 + 16 + 1** (valores destacados na primeira coluna do quadro do exemplo apresentado);
- realizando as multiplicações destes valores pelo segundo fator (12) separadamente, temos:
- **256 x 12 + 64 x 12 + 32 x 12 + 16 x 12 + 1 x 12**;
- efetuando-se as multiplicações acima, obtemos: **3072 + 768 + 384 + 192 + 12** (valores extraídos e somados da 2ª coluna do quadro do exemplo apresentado);
- as somas uma vez efetuadas produzem o número **4.428**, que é o resultado da multiplicação inicialmente procurada.

Pelo fato de que a explicação do funcionamento deste método ser de ordem mais simples, pudemos demonstrar ainda que de forma breve e parcial tal processo aos estudantes, durante as atividades que foram realizadas. Nesse sentido, entramos em acordo com D'Ambrosio (1996b, p. 30), quando este autor afirma que "conhecer, historicamente, pontos altos da matemática poderá [...] orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje", já que os processos de operacionalização de métodos históricos e os respectivos processos mentais que demandam a sua aprendizagem têm por base elementos da Matemática elementar trabalhada na escola atualmente.

3.3 O método da multiplicação chinesa

Para introduzirmos os trabalhos sobre a China, país de onde se originou o terceiro método de multiplicação abordado compartilhamos com os estudantes um arquivo de apresentação de *slides*, onde foram trazidos aspectos históricos e atuais daquele país. Essa apresentação foi uma forma de desenvolvermos a curiosidade e o estímulo necessários para apreender o conhecimento matemático com o qual iriam entrar em contato na sequência. A civilização da China é muito mais antiga que as civilizações gregas e romanas, porém, mais jovem que aquelas que se estabeleceram no vale do Rio Nilo e da Mesopotâmia. Sua idade remonta à Idade Potâmica[7] e certa tradição situa cronologicamente a existência do primeiro império chinês em 2750 a. C. Não se sabe ao certo, porém, se tal data corresponde à realidade ocorrida nas margens dos rios Iang-tse e Amarelo (BOYER, 1974). O que se sabe, no entanto, é que a China desenvolveu na antiguidade uma Matemática bastante complexa. "Na literatura matemática chinesa, podem ser encontrados métodos para a resolução de equações lineares, quadráticas, cúbicas e de graus ainda maiores. Também foram encontradas equações envolvendo duas, três, quatro ou mais incógnitas" (NICOSIA, 2010, p. 83, tradução nossa).

Os matemáticos utilizavam-se, nos tempos remotos, de elementos da natureza para instrumentalizar as ideias que possuíam. Não por acaso que os números naturais receberam esta denominação, dada a recorrência do homem primitivo a objetos da natureza, através de

[7] O termo "Potâmica" remete à ideia de *Potamus*, que significa "rio" no idioma grego. Nesse sentido, Idade Potâmica se refere ao período histórico situado aproximadamente entre 4000 a. C. e 800 a. C, em que as civilizações se fixavam em vales de grandes rios para se beneficiarem da água para a subsistência e para as atividades a que se dedicavam. Boyer (1974) denomina de "estágio potâmico" a parte mais antiga do período histórico.

correspondência biunívoca, para o ato que hoje chamamos *contar*. Com os chineses não foi diferente e a operação de multiplicação dessa civilização antiga apoiava-se na ideia da adição e utilizava-se de bastões de bambu para representar os números a serem multiplicados. Nicosia (2010) descreve a operacionalização do método afirmando que a multiplicação é obtida por meio do cruzamento de bastões, contando-se ordenadamente os cruzamentos ou pontos de intersecção. "O sistema é realmente simples, mesmo para números relativamente altos" (NICOSIA, 2010, p. 82, tradução nossa).

O método foi introduzido para os estudantes por meio do seguinte exemplo, que foi colocado no quadro para os estudantes: *Por volta do ano 1000 a.C., no Vale do Rio Amarelo, o Imperador Shang solicitou a alguns técnicos que contabilizassem quantos blocos de pedra seriam necessários para a reconstrução de parte de uma muralha que havia sido danificada. O imperador questionou os técnicos da seguinte maneira: quantos blocos de pedra iremos utilizar na construção do trecho da muralha situada perto do lago Ya, sendo que são necessários 64 blocos no comprimento e 32 blocos na altura da muralha?*

Para se calcular tal produto pelo método de multiplicação chinesa, o número 32 é representado por um conjunto de 3 e um conjunto de 2 bastões, justapostos com um intervalo entre tais conjuntos. Sobre tais bastões que representam o número 32 se justapõe, perpendicularmente, um conjunto de 6 bastões ao lado de um conjunto de 4 bastões, que representa o número 64, o que caracteriza a 1ª etapa do processo. Por meio das intersecções entres os bastões sobrepostos, contados em diagonal e iniciando-se pelo canto superior direito é que se chega ao produto procurado. A 2ª etapa é caracterizada pela contagem de pontos de intersecção do canto superior direito do esquema, que nesse caso é igual a 8 e representa o algarismo da ordem das unidades no resultado final. Na sequência, para calcular o algarismo da ordem das dezenas do produto procurado, soma-se os pontos de interseção constantes na diagonal do esquema, ou seja, o conjunto de cruzamentos do canto superior esquerdo mais os cruzamentos do canto inferior direito, que é igual a 24. Para se escrever o resultado da operação, colocamos o 4 como algarismo da ordem das dezenas do resultado e o 2 vai como reserva para a próxima etapa do cálculo (3ª etapa do cálculo). Por fim, para o cálculo do algarismo da ordem das centenas e, nesse caso, também do algarismo da unidade de milhar, contamos o último conjunto de intersecções, que fica na parte inferior esquerda do esquema. O valor nesse caso será 18, ao qual será acrescido o 2 que ficou como reserva do cálculo anterior, totalizando 20, caracterizando a 4ª etapa do cálculo. Logo, o produto procurado será igual a 2048. As quatro etapas do esquema podem ser visualizadas na Figura 4.

Na linguagem atual, o resultado de 32 x 14 consiste em 8 pontos de intersecção correspondentes às unidades, 24 pontos relacionados com as dezenas e 18 intersecções nas centenas e milhar. Assim, multiplicando cada conjunto de pontos de intersecção por potências de base 10, iniciando por 10^0 na unidade, temos:

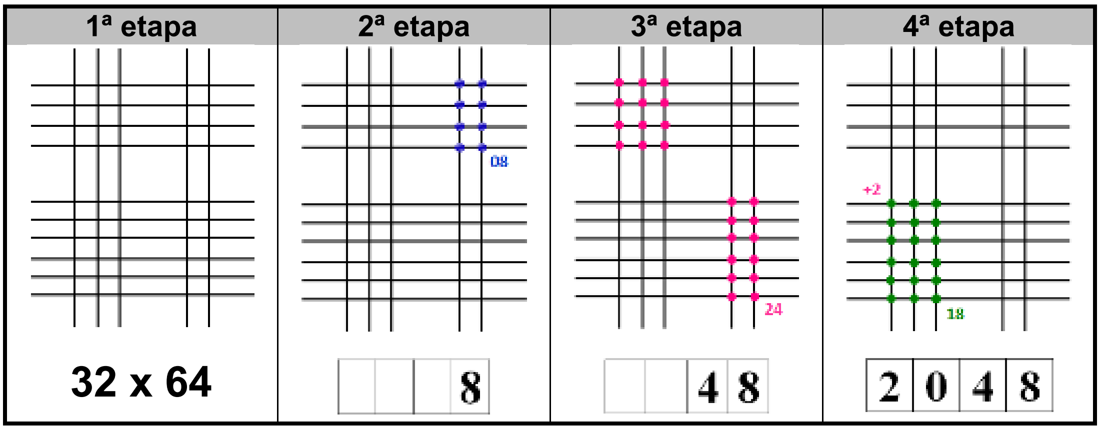
$$\mathbf{8 \times 10^0 + 24 \times 10^1 + 18 \times 10^2}$$

Resolvendo-se tais potências e, na sequência, as multiplicações, obtemos o resultado já encontrado pelo método chinês:

$$\mathbf{8 \times 1 + 24 \times 10 + 18 \times 100 \rightarrow 8 + 240 + 1800 = 2048}$$

Generalizando, podemos concluir que a quantidade de pontos de intersecção das unidades é multiplicado por 1 (10^0), o número de pontos das dezenas é multiplicado por 10 (10^1), as intersecções das centenas multiplicamos por 100 (10^2), o conjuntos de pontos de intersecção das unidade de milhar é multiplicado por 1000 (10^3) e assim, sucessivamente. Dessa forma, segundo nosso entendimento, podemos afirmar que o método chinês está fundamentado no sistema numérico decimal.

Figura 4: Multiplicação pelo Método da Multiplicação Chinesa



Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2017)

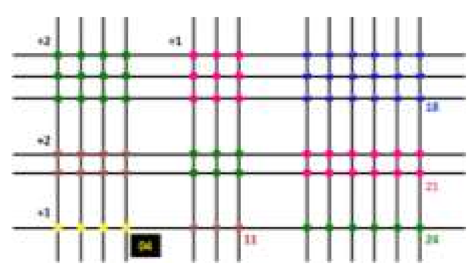
Na figura 5 encontra-se um outro exemplo apresentado aos estudantes, que traz a multiplicação de centena por centena. O produto calculado é 436 x 123, cujo resultado é 53.628 e no esquema são destacadas concomitantemente todas as diagonais que são consideradas para se chegar ao resultado. Este exemplo ao ser resolvido por meio de potências de base 10, na linguagem matemática atual, produz:

$$18 \times 10^0 + 21 \times 10^1 + 24 \times 10^2 + 11 \times 10^3 + 4 \times 10^4$$

Resolvendo-se tais potências e, na sequência, as multiplicações, obtemos o resultado já encontrado pelo método chinês:

$$18 \times 1 + 21 \times 10 + 24 \times 100 + 11 \times 1000 + 4 \times 10000 \rightarrow$$
$$\rightarrow 18 + 210 + 2400 + 11000 + 40000 = 53.628$$

Figura 5: Multiplicação pelo Método da Multiplicação Chinesa



1º passo:
Unidades: 18

| | | | | 8 |

2º passo:
Dezenas: 22
(21 + 1)

| | | | 2 | 8 |

3º passo:
Centenas: 26
(24 + 2)

| | | 6 | 2 | 8 |

4º passo:
Unidade de milhar: 13
(11 + 2)

| | 3 | 6 | 2 | 8 |

5º passo: (resultado final)
Dezena de milhar: 5
(4 + 1)

| 5 | 3 | 6 | 2 | 8 |

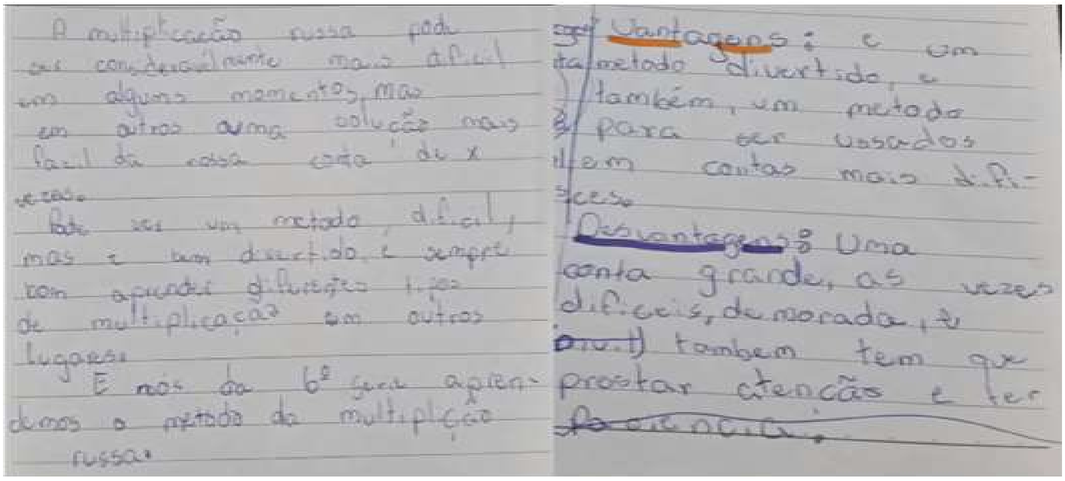
Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2017).

4 RESULTADOS DA PESQUISA

A ação pedagógica foi planejada de maneira a privilegiar o trabalho com as questões culturais de cada civilização onde os métodos de multiplicação se originaram, de forma que os conceitos matemáticos fossem apresentados dentro de um contexto cultural e entendidos como resultado de necessidades práticas de tais sociedades. Cada um dos três métodos foi trabalhado separadamente a partir de uma contextualização histórica sobre suas respectivas civilizações e suas operacionalizações explicadas no interior de situações-problema. Ao final, porém, a prática privilegiou momentos em que os estudantes pudessem relacionar os métodos entre si e com o método tradicional que eles já conheciam.

Ao final da experiência com o Método da Multiplicação Russa, solicitamos que os estudantes escrevessem sobre o que haviam achado de tal método e que o comparassem com o método tradicional, enumerando suas vantagens e desvantagens. A estudante Maria sintetizou, de certa forma, as vantagens que os estudantes da turma perceberam na utilização do Método da Multiplicação Russa em relação ao método tradicional. Segundo essa estudante, “a multiplicação russa pode ser consideravelmente mais difícil em alguns momentos, mas em outras uma solução mais fácil da nossa conta de vezes. Pode ser um método difícil, mas é bem divertido, é sempre bom aprender diferentes tipos de multiplicações em outros lugares. E nós do 6º ano aprendemos o método da multiplicação russa. [...] É um método divertido e também, um método para ser usado em contas mais difíceis”. O material escrito por esta estudante está ilustrado na figura 6.

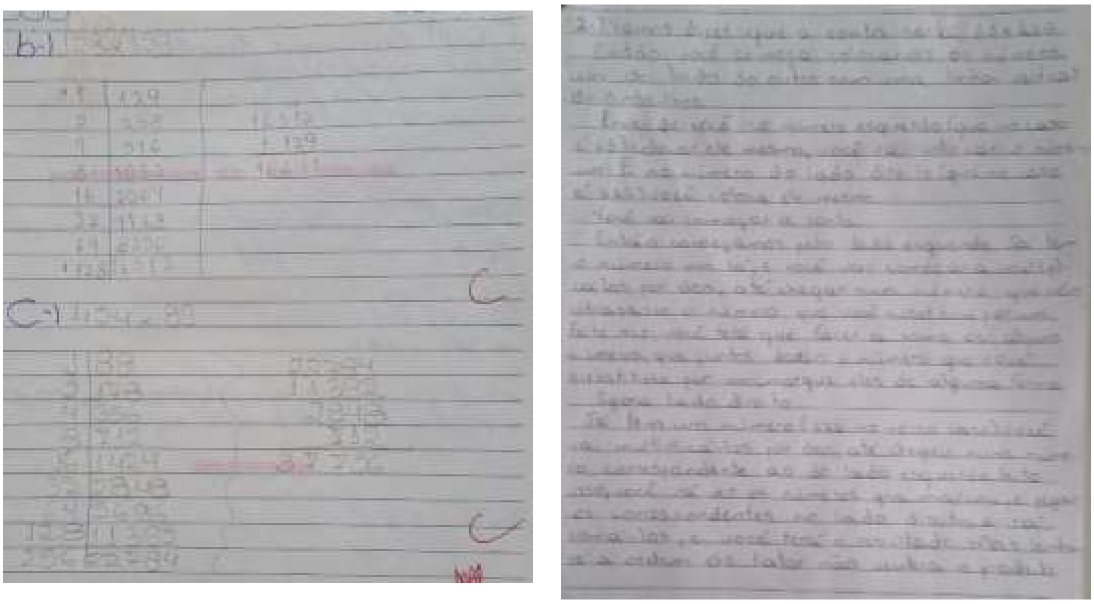
Figura 6: Vantagens e desvantagens do Método da Multiplicação Russa – estudante Maria



Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2017)

Em relação ao Método da Multiplicação Egípcia, foi proposta uma atividade que permitisse a compreensão da forma como os estudantes elaboravam a solução e também a maneira como explicavam suas formas de pensamento na realização do cálculo. A estudante Ana explicou de forma detalhada e facilmente compreensível o processo: "[...] Então começamos pelo lado esquerdo. Já tem o número um lá, e você vai começar a multiplicação por dois, até chegar num número que não ultrapasse o número que você substituiu por um. Feito isso, você terá que fazer a soma de alguns números que juntos darão o número que você substituiu por um, marque eles de alguma forma. Agora do lado direito. Já tem um número [...], você vai multiplicá-lo por dois, até chegar num número correspondente do lado esquerdo. Feito isso, você irá ver os números que marcou, e pegar os correspondentes no lado direito, e irá somá-los e você terá o resultado. Mas lembre-se: a ordem do fator não altera o produto." Esta explicação nos permite a compreensão de que a estudante compreendeu o processo de resolução, tanto que conseguiu resolver corretamente as três operações propostas e ainda explicar em detalhes os procedimentos necessários para se chegar ao resultado final. Além disso, é importante salientar que a estudante Ana citou a propriedade comutativa da multiplicação, visto que em sua descrição do processo, ela utiliza termos como *lado direito e lado esquerdo*, mas faz questão de afirmar, ao final, que o lado esquerdo e o lado direito podem conter qualquer um dos dois fatores, visto que a ordem destes não interferirá no produto final. Os escritos dessa estudante podem ser verificados na figura 7.

Figura 7: Escritos estudante Ana

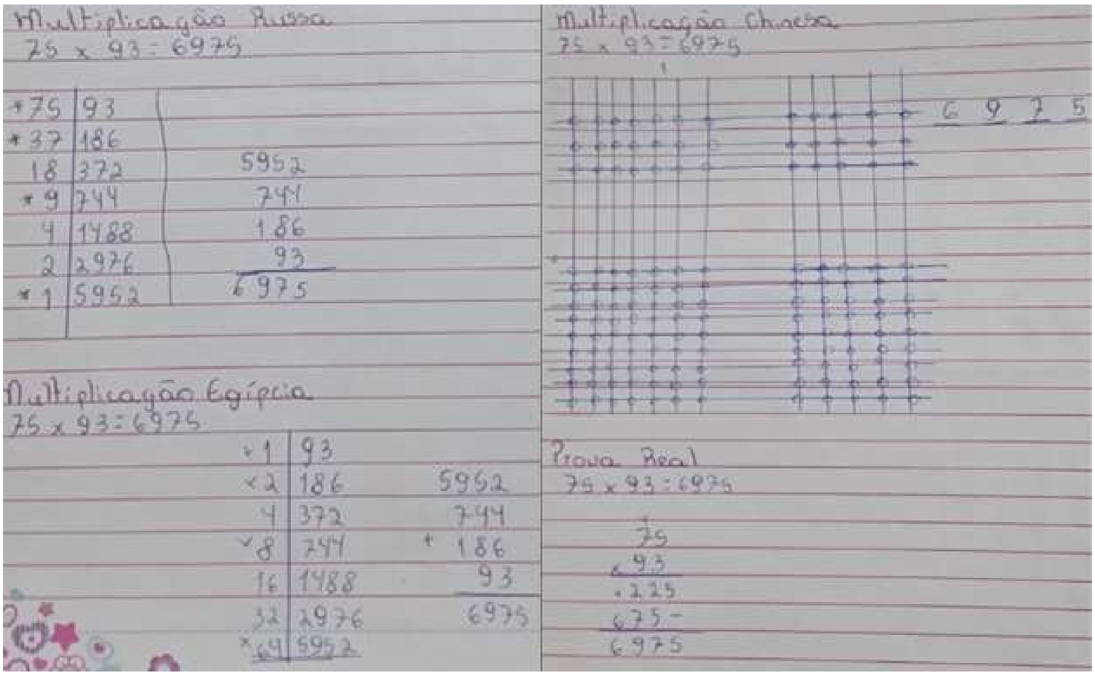


Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2017)

Embora cada método tenha sido trabalhado de maneira individual, buscamos ao longo de nossa vivência pedagógica propiciar momentos em que os estudantes pudessem relacionar e comparar os métodos entre si. Ou seja, o trabalho sucessivo e paralelo com tais métodos foi feito de maneira a estimular que os estudantes buscassem relações entre ideias particulares de cada um dos métodos, seja identificando semelhanças relevantes ou destacando diferenças expressivas entre os mesmos. A vantagem desse tipo de atividade, a nosso ver, consiste justamente nessa dinâmica em que o próprio estudante pode verificar se o resultado encontrado está correto ou não e, caso não esteja, procurar onde está o seu erro e corrigi-lo por conta própria. A Figura 8 traz a produção em que a estudante Ana realiza o mesmo cálculo utilizando os três métodos históricos e comprova o resultado por meio do método tradicional que já conhecia antes dessa vivência pedagógica.

Ao escrever sobre suas impressões a respeito dos métodos trabalhados, os estudantes destacaram o fato de terem achado os métodos trabalhados de fácil resolução. O estudante João escreveu que “foi interessante trabalhar com esses métodos, porque eles te ensinam outras maneiras mais fáceis de achar o resultado”. Já a estudante Maria escreveu: “eu achei muito importante, porque é um jeito mais fácil de resolver as multiplicações. [...] Eu não achei nenhuma difícil, pelo contrário, todas muito fáceis”. A estudante Bruna manifestou sua opinião escrevendo que “é legal poder aprender novos tipos de contas, e eu achei importante aprender sobre outros tipos de contas, pois tem contas que são muito demoradas e nessas que o professor ensinou tem algumas rápidas e práticas”. Além disso, os estudantes compreenderam que o processo se converteu em momentos importantes de aprendizagem, como a estudante Beatriz que escreveu: “Eu gostei da atividade, porque acho divertido e interessante e também legal para eu aprender mais as contas na matemática e gostei de fazer muito, aprendi bastante. [...] também achei muito importante porque percebi que as contas vão desenvolvendo mais e o meu cérebro vai aprendendo mais também”. O estudante Pedro, por sua vez, comentou que gostou da atividade “porque a gente usou o nosso cérebro para fazer as multiplicações [...]”. Já a estudante Bruna escreveu: “Eu gostei bastante, porque descobri coisas novas [...]”, enquanto que a estudante Ana comentou: “Gostei muito, porque ampliou o nosso conhecimento [...] aumentamos a nossa matemática [e] [...] porque desenvolvemos nosso cérebro”.

Figura 8: Produção da estudante Ana utilizando os três métodos de multiplicação trabalhados



Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2017)

Esta vivência pedagógica também permitiu a identificação da importância do contexto trazido por meio da História da Matemática, pois além de oferecer métodos diferenciados de multiplicação, proporcionou cenários ideativos de onde tais métodos se originaram, viabilizando aos estudantes a compreensão de que a criação dos mesmos se deu a partir de necessidades práticas dos homens e mulheres para a solução de problemas próprios dos seus tempos e espaços e a partir dos aspectos sociais centrais em suas sociedades. Assim, questões históricas podem “[...] constituir pontos de referência para a problematização pedagógica da cultura escolar e, mais particularmente, da cultura matemática [...] organicamente articuladas com as demais variáveis que intervêm no processo de ensino-aprendizagem escolar da Matemática” (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 156). Dessa forma, os estudantes puderam perceber que conceitos matemáticos são desencadeados a partir de determinadas situações que precisam ser resolvidas e que o conteúdo matemático que é abordado na escola no momento atual teve a sua criação impulsionada nestas mesmas condições e que são úteis tanto isoladamente quanto na conjunção com outros conhecimentos para a aplicação em outros ramos da ciência.

A utilização de tópicos de História da Matemática ofereceu ao material de aprendizagem a característica de abarcar o contexto cultural e histórico, o desafio e a motivação necessários ao estimular os estudantes para a aprendizagem por nós proposta. Nesse sentido, entramos em consenso com Miguel (1997, p. 85) quando o autor afirma acreditar que além de propiciar a construção de conhecimentos matemáticos, nossa prática pedagógica demanda a formação de indivíduos com pensamento independente e crítico, o que “[...] exige uma concepção de problematização pedagógica do conhecimento matemático que ultrapasse os aspectos meramente lógicos e epistemológicos da produção desse conhecimento”.

REFERÊNCIAS

BARTHÉLEMY, Georges. **2500 Anos de Matemática**: A evolução das ideias. Lisboa: Instituto Piaget, 1999.

BERLINGOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A Matemática Através dos Tempos**: Um guia fácil e prático para professores e entusiastas. São Paulo: Edgard Blucher, 2008.

BICUDO, M. A. V. **Filosofia da Educação Matemática:** fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. São Paulo: Editora UNESP, 2010.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BOLT, B. **Mais Actividades Matemáticas.** Lisboa: Gradiva, 1992.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 15 abr. 2019.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **História da Matemática e Educação**. Caderno CEDES nº 40, Campinas: Papirus, 1996a, p. 07-17.

D'AMBROSIO. **Educação Matemática**: Da Teoria à Prática. Campinas: Papirus, 1996b.

EGITO REVELADO: Pirâmides. Produção de Discovery Channel. 2015. (44 min.). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=FBOITcsqXyY>. Acesso em: 12 jul 2019.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Campinas: Editora da UNICAMP, 1995.

GERHARDT, T. E. SILVEIRA, D. T. [org] **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

IFRAH, G. **Os Números**: história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

MARTINS, J. **Um Enfoque Fenomenológico do Currículo**: Educação como Poíesis. São Paulo: Cortez, 1992.

MARTINS, J; BICUDO, M. A. V. **Estudos sobre Existencialismo, Fenomenologia e Educação**. São Paulo: Centauro, 2006.

MICHAELIS: **Dicionário Prático da Língua Portuguesa**. São Paulo: Melhoramentos, 2008.

MIGUEL, A. As Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática em Questão: Argumentos Reforçadores e Questionadores. **Revista Zetetiké**, Campinas-SP, v. 5, n. 9, 1997. p 73-105.

MIGUEL, A. MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática:** Propostas e Desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

NICOSIA, G. G. **Cinesi, scuola e matematica**. California: Creative Commons, 2010.

PRODANOV, C. C. FREITAS, E. C. **Metodologia do Trabalho Científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SILVA, C. M. S. **Explorando as Operações Aritméticas com Recursos da História da Matemática**. Brasília: Plano Editora, 2003.

SILVA, C. M. S.; ARAÚJO, C. A. C. de. **Conhecendo e Usando a História da Matemática**. Educação e Matemática. Lisboa, n. 61, p. 19-21. 2001.

SOUZA, J. C. M. **Matemática Divertida e Curiosa**. 19ª Ed. Rio de Janeiro: Record, 2003.

ZATTI, F.; AGRANIONIH, N. T.; ENRICONE, J. R. B. **Aprendizagem Matemática**: desvendando dificuldades de cálculo dos alunos. Perspectiva, 2010, v. 34, n. 128, p. 115- 132

Submetido em 14 de Agosto de 2019.
Aprovado em 07 de Novembro de 2019.