

# REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DOS LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA SOBRE O ENSINO DE LIMITES POR MEIO DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

## SOCIAL REPRESENTATIONS OF UNDERGRADUATE STUDENTS IN MATHEMATICS ON LIMIT TEACHING THROUGH REGISTERS OF SEMIOTIC REPRESENTATION THEORY

ANDRADE, Aécio Alves<sup>1</sup>

PADILLA, Alexandre<sup>2</sup>

SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos<sup>3</sup>

### RESUMO

O objetivo da pesquisa foi coletar as representações sociais dos licenciandos em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, sobre o ensino de limites de funções por meio da Teoria de Raymond Duval. Para a apreensão das representações sociais houve a participação de 5 licenciandos em Matemática. Como base teórica, utilizamos os autores Raymond Duval, Serge Moscovici, Denise Jodelet. A pesquisa tem abordagem qualitativa do tipo pesquisa participante, os vídeos foram analisados seguindo a metodologia dos autores Arthur B. Powell, John M. Francisco e Carolyn Maher. Os vídeos foram realizados com o intuito de captar os áudios e as expressões dos participantes de modo a extrair as suas representações sociais implícitas e explícitas. Ao término da pesquisa, os alunos perceberam a ideia de que a Teoria de Duval pode contribuir eficazmente para o ensino de limites de funções, e que a coordenação entre os registros de representação pode ajudar na compreensão deste conteúdo.

**Palavras-chave:** Representações Sociais. Cálculo Diferencial e Integral. Registros de Representação Semiótica.

### ABSTRACT

The objective of the research was to collect the social representations of the undergraduate students in Mathematics of the Federal Institute of Education, Science and Technology of Tocantins, about the teaching of function limits through Raymond Duval's Theory. For the apprehension of the social representations there was the participation of 5 undergraduates in Mathematics. As a theoretical basis, we use the authors Raymond Duval, Serge Moscovici, Denise Jodelet. The research has a qualitative approach of the participant research type, the videos were analyzed following the methodology of the authors Arthur B. Powell, John M. Francisco and Carolyn Maher. The videos were made in order to capture participants' audios and expressions in order to extract their implicit and explicit social representations. At the end of the research, students came to the idea that Duval Theory can contribute effectively to the teaching of function limits, and that coordination between representation records can help in understanding this content.

**Keywords:** Social Representations. Differential and Integral Calculus. Registers of Semiotic Representation.

---

<sup>1</sup> Mestre em Agroenergia pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Docente no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO), Paraíso do Tocantins, TO, Brasil. Endereço eletrônico: [aecio@ifto.edu.br](mailto:aecio@ifto.edu.br).

<sup>2</sup> Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Docente no Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza (CEETEPS), São Paulo, SP, Brasil. Endereço eletrônico: [arquimedespad@gmail.com](mailto:arquimedespad@gmail.com).

<sup>3</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Docente na Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo, SP, Brasil. Endereço eletrônico: [cintia.santos@cruzeirosul.edu.br](mailto:cintia.santos@cruzeirosul.edu.br).

## 1 INTRODUÇÃO

Historicamente nos currículos dos cursos da área de exatas, existem as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, popularmente chamada de Cálculo. A maioria dos cursos de graduação das ciências exatas possuem de 3 a 4 disciplinas de Cálculo, cursos como: Engenharias, Licenciatura e Bacharelado em Matemática, Física, Química, Ciência da Computação dentre outros. Além da área exata, o Cálculo está presente em cursos de graduação das Ciências Humanas (ANDRADE, 2008).

A disciplina de Cálculo possui um índice de reprovação e evasão elevado, este fato é comprovado através de vários estudos e pesquisas nacionais como nos trabalhos de Zarpelon (2016), que pesquisou a implicância de variáveis nos aprendizados dos alunos de engenharia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Rafael (2017) realizou em estudo qualitativo sobre as intervenções metodológicas, que tanto as Universidades Públicas quanto as Particulares adotaram, para diminuir os índices de reprovação e evasão dos alunos. Evidenciando em sua pesquisa que o ensino de Cálculo está sendo discutido e analisado em várias instituições.

A necessidade de atenção a esta disciplina por parte de todos, é de inegável importância, pois não é um problema local, no país todo existem estes gargalos nos cursos, devido aos conteúdos destas disciplinas. Rosa, Alvarenga e Santos (2018) fizeram um estudo na Universidade Federal de Goiás, no período de 2010 a 2016, sobre os rendimentos acadêmicos dos alunos de uma disciplina de Cálculo. Evidenciaram que é elevado o índice de reprovação e que quantidade de alunos por sala não influi nestes índices.

Segundo Aléssio (2019), nos cursos de formação de professores, especificamente na Licenciatura em Matemática, os conteúdos de Cálculo são necessários para utilização direta ou indireta nos conteúdos da Educação Básica, tais como: progressão geométrica, trigonometria, taxa de variação de uma função, ponto de máximo e mínimo de uma função quadrática. O objetivo da autora em sua dissertação de mestrado foi analisar a importância dos conteúdos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral para os futuros professores de Matemática.

É observável que na literatura acadêmica surgem diversos estudos relacionados ao ensino-aprendizagem de Cálculo, além de diversas propostas metodológicas baseadas em vários autores. Todos buscam uma solução ou tentam explicar onde estão os gargalos, uma alternativa metodológica que poderia ajudar, seria a utilização da Didática Francesa, especificamente a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Segundo Silva (2013), foi o americano Charles Sanders Peirce que desenvolveu a teoria da Semiótica. Ele almejava a análise e a descrição dos signos de modo a classificá-los. Segundo Pierce, um signo pode trazer especificidades de representação para uma pessoa. Dessa forma, cada pessoa pode relacionar o signo a algum objeto especificamente.

A aplicação da teoria da semiótica foi estudada e melhorada para o ensino de Matemática por Raymond Duval, filósofo e psicólogo francês, trabalhou no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estramburgo, na França, durante os anos de 1970 a 1995. Neste período aprofundou seus estudos na Psicologia Cognitiva, produzindo a obra *Sémiosis et pensée humaine* (MACHADO, 2013).

Os estudos e obras de Duval repercutiram muito no Brasil, onde temos diversas instituições de pós-graduação que possuem linhas de pesquisas voltadas a Didática Francesa.

Para Patrício (2011, p. 37),

Os sistemas semióticos são sistemas de representação que cumprem três atividades cognitivas de toda representação. A primeira é a formação de uma marca, que possa ser identificada como representação de um objeto, a segunda, o tratamento, é a transformação da representação, uma mudança de forma, mas preservando as características próprias do sistema onde foi criada. E a terceira, a possibilidade de conversão da representação com sua passagem a outro sistema, mas mantendo o mesmo objeto de referência. Os sistemas de representação que possibilitam estas três atividades chamam-se registros de representação semiótica. Estes registros possibilitam ao sujeito, tanto concluir um processo de objetivação, como para simplesmente comunicar-se com um interlocutor.

Para Duval (2003), quando os alunos conseguem articular ou coordenar a mudança de registros de representação, então aprenderam o conteúdo estudado. Obviamente que a Teoria de Duval não se resume a somente esta regra, existem outras formas de melhorar o ensino de qualquer conteúdo de Matemática usando a teoria.

Outro ponto importante da teoria é que “não se pode jamais confundir um objeto e sua representação”, além da indagação “como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação?” (MACHADO, 2013, p. 21).

Conforme explicado, a Teoria de Duval pode ajudar na formação de professores, permitindo que os alunos do Curso de Matemática melhorem suas aulas. Dessa forma, o objetivo deste trabalho foi coletar as Representações Sociais dos Licenciandos em Matemática sobre o processo ensino aprendizagem do conteúdo de limites de funções segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

## 2 METODOLOGIA DA PESQUISA

As investigações foram feitas no Laboratório de Ensino de Matemática (LABEM), do *Campus* Paraíso do Tocantins no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO). Os sujeitos que participaram da pesquisa foram os discentes do Curso de Licenciatura em Matemática que já cursaram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I com ou sem aprovação.

A teoria das representações sociais foi utilizada como suporte teórico-metodológico seguindo os preceitos de Moscovici (1978) e Jodelet (2001), por se entender que as práticas pedagógicas e todas as atitudes são provenientes de ideias, percepções, conhecimentos prévios, fantasias, imagens, discursos dos sujeitos sociais.

Para maximizar o entendimento e captações de todas as representações sociais do grupo investigado, utilizou-se a metodologia de análise de vídeos, que foi elaborada por Powell, Francisco e Maher, (2004). Estes pesquisadores participam de um estudo longitudinal, com mais de vinte anos sobre o desenvolvimento de ideias relacionadas a matemática em um grupo focal de estudantes. Que foram acompanhados de forma coletiva e individual durante todo o processo. Durante quase duas décadas e após muitas gravações de vídeos e relatos de estudantes, houve o desenvolvimento de um modelo analítico para estudos de pensamentos matemáticos, que foram divididos em sete fases interativas e não lineares: A primeira trata-se de observar atentamente os dados do vídeo; em seguida a de descrever estes dados para posteriormente identificar os eventos críticos, só então transcrevê-los, assim será possível a codificação e construção de um enredo. Os autores sugerem estas fases e nesta ordem, mas afirma que podem haver mudanças nas etapas (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004).

Buscou-se as representações sociais com os consentimentos dos sujeitos da pesquisa tendo como tática de apreensão das representações por meio exclusivamente dos vídeos e uma atividade investigativa.

A pesquisa foi realizada através da análise de vídeos e da atividade investigativa com (5) cinco discentes do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO).

Como suporte aos vídeos, fez-se uso de uma atividade investigativa, que visava a exposição de 4 (quatro) questões do objeto matemático de limites de funções, com uma abordagem da Teoria dos Registros de Representação Semiótica como direcionamento.

As questões, da atividade investigativa, abordavam conversões de registros de representação nos conteúdos de limites de funções, de modo a tentar mensurar o grau de coordenação dos investigados.

Os vídeos foram analisados, com descrição total de todos os momentos e a transcrição de episódios críticos. A análise dos vídeos viabilizou a interpretação do material coletado, tanto das mensagens explícitas como implícitas.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Do universo de aproximadamente 60 alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, do *Campus* Paraíso do Tocantins, somente 5 (cinco) atenderam ao convite para participar da pesquisa, sendo que o único pré requisito exigido foi ter cursado a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, pois aborda o conteúdo de limites de funções.

#### 3.1 Caracterização do grupo pesquisado

Os participantes da pesquisa totalizaram em cinco estudantes. Todos já cursaram a disciplina de Cálculo, sendo dois deles aprovados e três ainda não obtiveram aprovação. Metade deles pertencente ao 6º período e a outra metade do 8º período. Vale ressaltar que o período foi calculado com base no semestre letivo de ingresso dos estudantes.

#### 3.2 Apresentação da proposta metodológica da Teoria de Duval

A apresentação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval foi cumprida. Inicialmente o pesquisador explicou a definição de limites de funções no quadro magnético, de duas formas distintas. Primeiramente utilizou a representação algébrica seguida da representação gráfica. Depois recomeçou iniciando pela representação gráfica seguida da algébrica. Tentando evidenciar para os participantes que a ordem de apresentação dos conteúdos também faz parte da Teoria.

Até a linguagem natural de apresentação é importante para não criar obstáculos epistemológicos nos alunos. Essa apresentação foi realizada sempre coletando os *feedbacks* dos ouvintes.

Logo em seguida, iniciou-se a explicação intuitiva de limites de funções e foram realizados vários questionamentos aos alunos sobre a explanação utilizando a Teoria de Duval.

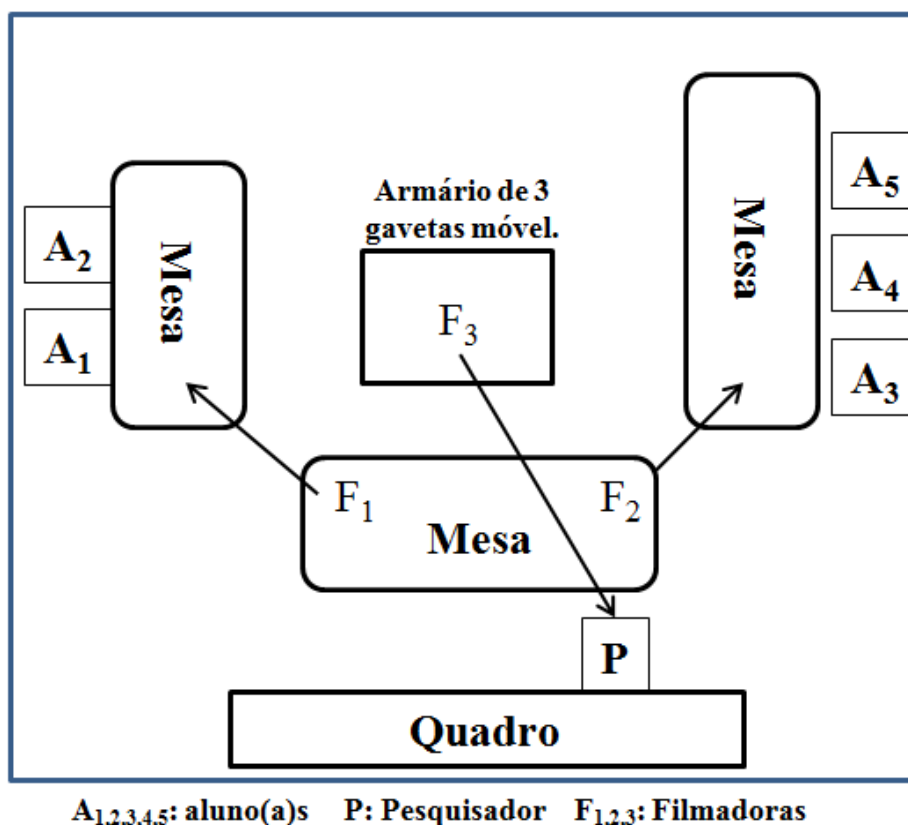
O intuito era coletar as representações do grupo no que tange a um possível sucesso ou insucesso da Teoria de Duval no ensino do conteúdo de limites de funções, conteúdo pertencente a disciplina de Cálculo. O pesquisador deixou claro que a opinião dos estudantes com o viés de

futuros professores seria importante, assim como o viés de estudante de licenciatura que já fez a disciplina e assim pode realizar julgamentos.

### 3.3 Apresentação do cenário físico da pesquisa e as tecnologias de reprodução

A duração da pesquisa foi em torno de 1 hora e 15 minutos, com registros em três filmadoras posicionadas em pontos estratégicos para capturar imagens de todos os participantes. A Figura 1 mostra como foram dispostas as filmadoras, para permitir a captação de imagens e sons.

**Figura 1:** Disposição das pessoas, filmadoras e móveis no Laboratório de Ensino de Matemática.



Fonte: Autores.

A posição das câmeras foi determinante para o sucesso da pesquisa, pois foi possível capturar os áudios perfeitamente e as expressões faciais dos estudantes. Fato este que deve ser prioridade neste tipo de pesquisa. A filmadora F3 gravou somente 30 minutos, por erro de programação do tempo, dessa forma a gravação do pesquisador ficou somente com este tempo, o que não afetou o propósito da pesquisa.

A metodologia de análise de vídeos de Powell, Francisco e Maher (2004), foi utilizada para descrever todos os momentos, sempre elencando os principais fatos com registros do tempo em que aconteceram. Esse registro de tempo é importante para futuras validações e sequência temporal da atividade. O Quadro 01 apresenta a descrição detalhada dos vídeos.

**Quadro 1:** Descrição do vídeo da pesquisa “Representações Sociais de Licenciandos sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica no Ensino de Cálculo”.

Intervalo de Tempo	Descrição
00:00:00 - 00:01:50	Iniciou-se a gravação com a leitura, por parte do pesquisador, do Termo de Compromisso Livre e Esclarecido, para situar os participantes sobre a pesquisa, explicar seus direitos durante e depois dos vídeos gravados, bem como o registro por escrito que seus dados e posicionamentos serão resguardados.
00:01:51 - 00:02:20	Enquanto o pesquisador agradecia aos presentes, os mesmos assinavam o termo de compromisso lido anteriormente. E ainda explicava que os resultados seriam importantes para a confecção de artigos acadêmicos para sua pesquisa de doutorado, ressaltando que depois de pronto daria uma cópia dos artigos aos participantes.
00:02:22 - 00:04:30	O pesquisador explicou que o objetivo da pesquisa, escreveu no quadro seu nome e apresentou a Teoria de Raymond Duval. Explicando no quadro ao mesmo tempo em que narrava a aula. Falou brevemente sobre esta Teoria e sobre o Raymond Duval, dando exemplos contextualizados. Os participantes observavam sem se manifestarem verbalmente.
00:04:31 - 00:07:35	Iniciou as explicações sobre limites de funções sobre a perspectiva simbólica.
00:07:35 - 00:07:47	Foi questionado aos alunos se a abordagem simbólica como foi explicada era válida para o aprendizado aos alunos de Cálculo. A aluna A1 respondeu balançando a cabeça com o intuito de dizer não, enquanto que A2 falou que “só com isso aí, não” direcionando seu olhar para o quadro. Em seguida, a A4 falou que “acho que nem todos, mas em parte, sim.”, o aluno A3 confirmou a frase de A4 balançando a cabeça positivamente. O aluno A5 não se posicionou.
00:07:50 - 00:08:35	Outra pergunta foi feita: Quando vocês fizeram Cálculo, como foi abordada essa parte? A4 respondeu que foi abordado de forma intuitiva, A5 disse que o professor aplicou muito e detalhado. A2 confirma a frase de A5, pois fizeram juntos a disciplina e disse que teve muita aplicação.
00:08:36 - 00:24:00	O professor pesquisador perguntou: “Vocês acham que ficaria mais fácil para o aluno entender se o professor, primeiro, fizesse a parte gráfica?” Em seguida explica detalhadamente, passo a passo, a construção da definição simbólica por meio do gráfico e de cálculos algébricos. Ao final da explicação questionou novamente: “Seria melhor o professor partir, do simbólico para o gráfico ou inicialmente a parte gráfica para construir a parte simbólica?”. O pesquisador direcionou a pergunta para A1, a qual disse que “gosta da parte do gráfico para a simbólica”, o pesquisador perguntou o porquê, a resposta foi: “Por que é visível, é mais visível do que jogar uma parte cheia de letrinhas e números lá e depois construir o gráfico.” O professor perguntou a A2, que explicou que a ordem não é importante desde que a parte simbólica e gráfica sejam apresentadas. Os outros alunos relataram ser importante ambos os registros, simbólico e gráfico. O professor explicou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a coordenação de registros. Falou ainda da importância de outro registro: a língua natural.
00:24:01 - 00:31:55	Depois de explicar sobre a língua natural, o professor questionou “como vocês leriam esse gráfico ou essa expressão?” Falou apontando para o gráfico no quadro e a definição simbólica de limites de funções. Todos falaram da sua maneira como iriam explicar aos alunos verbalmente a definição de limite. O pesquisador questionou o porquê de todos terem enveredado para uma explicação mais formal, deixando de lado a contextualização. Em seguida deu exemplos cotidianos para o entendimento de limites.

00:31:56 - 00:55:00	O pesquisador trouxe duas listas de exercícios de funções e limites de funções com abordagem baseada na teoria de Duval, ou seja, exercícios que necessitariam de mudanças de registros nas suas resoluções. O professor explicou e todos começaram a responder a lista, foi dado um tempo para responderem, podendo conversarem entre si e questionarem o pesquisador durante a execução da lista. Houve dúvidas por todos em diferentes momentos, e algumas intervenções por parte do pesquisador.
00:55:01 - 00:58:29	O pesquisador depois de recolher as respostas, questionou todos com a pergunta: Como vocês avaliariam essas questões pelo que aprenderam hoje? O aluno iria conseguir captar o que vocês deram de assunto sobre limites? Vocês acham que eles conseguiriam responder se estivessem fazendo a disciplina de Cálculo? A aluna A4 falou que o mesmo com a Teoria de Duval, o aluno ainda teria dificuldade, pois o problema está na interpretação dos gráficos, no conteúdo de funções. O aluno A3 respondeu que se a disciplina fosse dada usando a teoria de Duval, daria certo o aprendizado. O aluno A5 seguiu no mesmo argumento da aluna A4. A aluna A2 também seguiu o mesmo raciocínio, dizendo que se o aluno dominar função, ele conseguirá aprender o conteúdo. A1 afirmou que se o aluno tiver uma boa aula de limites, com certeza irá conseguir aprender o conteúdo.
00:58:30 - 01:00:06	A última pergunta do pesquisador a todos foi: “Nessa visão dos Registros de Representação Semiótica, vocês acham que iria funcionar em sala de aula? Três alunos responderam dizendo que funcionaria, um deles disse que se tivesse mais aulas assim, seria mais proveitoso o aprendizado. Logo em seguida, o pesquisador agradeceu a presença por terem participado na pesquisa.

Fonte: Autores

A etapa de descrição é importante e fundamental, embora demande muito tempo para cumprí-la, por isso muitos autores preferem pular esta parte direto para a identificação dos pontos críticos. Neste trabalho considerou-se importante mostrar a descrição de todo o processo, melhorando a percepção do leitor, uma vez que a etapa da descrição serve para ajudar os pesquisadores a identificarem os possíveis eventos críticos, de modo a dar mais atenção a estes momentos.

### 3.4 Identificação e transcrição dos eventos críticos

Durante as análises de todas as gravações, buscou-se alcançar a máxima fidelidade na representação das percepções dos estudantes envolvidos na pesquisa, desde suas falas, expressões, gestos, atitudes e posicionamentos relacionados ao conteúdo.

O primeiro evento crítico aconteceu depois do pesquisador mostrar no quadro como seria o caminho para o ensino de limites de funções utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Explicando detalhadamente como o professor deveria agir no ensino, desde a preocupação com os termos matemáticos utilizados, a ordem apresentada e a escrita no quadro em confluência com o discurso em sala de aula.

Enquanto o pesquisador ensinava os futuros professores, estes assistiam atentamente cada detalhe, buscando entender as diferenças de uma aula tradicional para uma aula baseada nos principais pontos da Teoria de Duval. Entende-se que uma aula na perspectiva da TRRS seja baseada na coordenação entre os registros de representação semiótica nos dois sentidos de conversão. E utilizando-se das transformações de tratamento para fixar os conteúdos e demonstrações matemáticas. Uma aula tradicional em contraste a Teoria de Duval, privilegia

somente um sentido de conversão, por exemplo, partindo-se do registro algébrico para o gráfico. Essa apresentação de conteúdos obedecendo somente um sentido de conversão prejudica a compreensão dos estudantes em ter uma visão mais abrangente do objeto matemático.

No Quadro 2, é apresentada a transcrição do primeiro evento crítico e os comentários dos autores.

**Quadro 2** - Transcrição do vídeo, codificação e evento crítico.

Tempo	Comentário e transcrição de um evento crítico
00:08:36 - 0:24:00	<p>Neste evento crítico, os alunos foram questionados acerca de um possível caminho de apresentação do conteúdo da definição de limites de funções. Partindo-se da representação gráfica para a simbólica ou vice-versa, ou ainda se a ordem não afeta no aprendizado do aluno, esse foi o questionamento do pesquisador, depois de expressar no quadro as duas representações. Como os estudantes já estudaram e tiveram aulas de cálculo, têm conhecimento do que pode ser facilmente apreendido. Tem a visão privilegiada de alunos e futuros professores e conseguem expressar suas concepções bem fundamentadas.</p> <p>Pesquisador: Vocês acham que ficaria mais fácil para o aluno entender se o professor, primeiro, fizesse a parte gráfica?</p> <p>Pesquisador: Seria melhor o professor partir, do <b>[registro]</b> simbólico para o <b>[registro]</b> gráfico ou inicialmente a parte gráfica para construir a parte simbólica? <b>[ou seja, do registro gráfico para o registro simbólico]</b>?</p> <p>Estudante A1: Eu gosto da parte do gráfico para a simbólica.</p> <p>Pesquisador: Porque?</p> <p>Estudante A1: Por que é visível, é mais visível do que jogar uma parte cheia de letrinhas e números lá e depois construir o gráfico.</p> <p>Pesquisador: Então, se fosse da parte simbólica para a parte gráfica teria êxito, mas nem tanto quanto se fosse da gráfica para a simbólica?</p> <p>Estudante A1: Sim.</p> <p>Pesquisador: E você A2?</p> <p>Estudante A2: Eu acho que a ordem, talvez, não vai implicar tanto, desde que ambas sejam apresentadas. Passou dali, (apontou para o quadro, da esquerda para a direita, do sentido do gráfico para a expressão simbólica), ai depois fez o gráfico, eu visualizei a partir do gráfico. Então, desde que seja apresentado das duas formas para que se visualize.</p> <p>Pesquisador: A3?</p> <p>Estudante A3: Sem dúvida o gráfico é fundamental, tanto é que se você passar somente a parte simbólica para aluno e não explicar dá onde vem, como é que você vai explicar de onde vem se não tiver o gráfico? Então primeiro você mostra o gráfico e ainda mostra a parte simbólica, com certeza vai ficar bem mais visível.</p>



	<p>Pesquisador: A4?</p> <p>Estudante A4: Eu gostei dessa representação, partir da formalização e construir aos poucos os conceitos que vieram... o conjunto de conceitos formados nesta definição.</p> <p>Pesquisador: A5?</p> <p>Estudante A5: Eu penso tipo a A2, apresenta a parte simbólica e vem demonstrando com o gráfico, assim fica melhor.</p>
--	--

Fonte: Autores.

No Quadro 3, os autores apresentaram o segundo evento crítico, que ficou marcado pela participação dos estudantes na tentativa de explicação de limites de funções intuitivamente.

### Quadro 3 - Transcrição do vídeo, codificação e evento crítico.

Tempo	Comentário e transcrição de um evento crítico
00:24:20 - 00:29:21	<p>Depois de explicar sobre limites de funções no quadro, abordando as representações gráficas e simbólicas, o pesquisador questionou como seria a explicação dos alunos sobre a definição de limites, porém sem usar recursos, usando somente a língua falada, de modo intuitivo. Todos explicaram da sua maneira como iriam explicar aos alunos verbalmente a definição de limite. O pesquisador questionou o porquê de todos terem enveredado para uma explicação mais formal, deixando de lado a contextualização. Em seguida deu exemplos cotidianos para o entendimento de limites.</p> <p>Notou-se que nas respostas dos alunos, uns tinham a definição clara e precisa de limites de funções, enquanto que outros “matematicamente deixaram lacunas” na explicação. Apesar de todos terem feito a disciplina de Cálculo, com aprovação ou não. Talvez o fato de alguns terem reprovado a disciplina anteriormente prejudique a construção formal da definição de limites de funções.</p> <p>Ficou evidente que nenhum aluno propôs uma definição mais simples, todos foram para a explicação com simbologias e discursos matemáticos. Mesmo depois do pesquisador revelar isso, somente uma aluna tentou explicar de outra forma, através de áreas de figuras.</p> <p>Pesquisador: Imaginem que o aluno de vocês, está na frente de vocês e você vai só falar pra ele, você vai explicar verbalmente o que é limite de funções. Como você explicaria verbalmente para ele? Definição de limites verbalmente. Vamos começar pela A1?</p> <p>Estudante A1: Não, (falou sorrindo) tô pensando aqui ainda.</p> <p>Pesquisador: Alguém ai, já mentalizou? Já pensou? (os alunos olharam uns para os outros, notou-se que esperavam que algum colega falasse primeiro). Não precisa ser formal, só intuitivo, de modo que vocês acham que o aluno iria realmente aprender. Como vocês fariam?</p> <p>Estudante A2: Eu acho que pelo inicio de funções, tipo o conceituzinho, de uma coisa ser em função de outra, (apontando para o gráfico no quadro) de um menos o outro, (apontando para o quadro) aquelas distanciazinhas, eu não sei explicar muito bem (tentando explicar sorrindo).</p> <p>Pesquisador: Te lembra que ele não está vendo quadro, não está vendo nada!</p>

<p>Estudante A2: Tá! É complicado (neste momento perpassou uma frustração por não conseguir explicar de forma simples o conceito de limites).</p> <p>Estudante A1: (Falando sorrindo) É complicado.</p> <p>Estudante A3: (Gesticulando) O limite de função seria a aproximação do infinito, uma aproximação que não chega né, a tocar né? Meu entendimento de limite seria esse. A aproximação que tende ao infinito, porém por ela ter o infinito, ela se aproxima tanto que não chega a tocar no ponto, x.</p> <p>Pesquisador: Ela se aproxima de que?</p> <p>Estudante A1: Pois é, se não está enxergando?</p> <p>Estudante A3: Do ponto x.</p> <p>Pesquisador: E vocês, o que vocês acham? (Olhando para os alunos A4 e A5).</p> <p>Estudante A4: Eu não sei exatamente se seria correto, acho que, como a A2 falou tinha que ser abordado o conceito de função, que são variáveis que estão relacionadas de alguma forma. E a partir dessa função, é determinado um valor, né? No caso ali (apontando para o quadro), vai tender a "a", não que vai ser "a". Mas ela vai tender a "a", e observar o comportamento à esquerda e à direita, ai se formariam estas fronteiras, né? Mais ou menos seria o limite, essas proximidades do valor que tende a função.</p> <p>Estudante A2: Talvez, talvez, abordando assim, uma coisa em relação à distância, sei lá... Eu não sei explicar (Sorrindo).</p> <p>Pesquisador: A5?</p> <p>Estudante A4: Eu gostei dessa representação, partir da formalização e construir aos poucos os conceitos, que vieram... o conjunto de conceitos formados nesta definição.</p> <p>Pesquisador: A5?</p> <p>Estudante A5: Eu falaria que era isso, [...] explicaria que ele iria aproximando de um certo ponto, tanto pela direita quanto pela esquerda, ao infinito, um infinito espaço (juntou as mãos bem próximas para exemplificar). Quanto menor você colocar os espaços, mais próximo ele chegaria ao ponto determinado que ele quer na função.</p> <p>Pesquisador: Certo, A1?</p> <p>Estudante A1: Não sei, (teve uma expressão de preocupação, gargalhando). Não sei é sério, tipo! Nada a declarar.</p> <p>Pesquisador: Eu reparei que vocês foram mais pra parte matemática, não existe nada no mundo real de concreto que dê pra exemplificar? (Ainda falando da ideia intuitiva de limites de funções).</p> <p>Estudante A2: Talvez assim, exatamente como se eu fosse dar uma coisa relacionada a grandezas, distâncias, de uma viagem por exemplo, alguma coisa. Abordando assim o de função...</p> <p>Estudante A4: Eu acho que recordando das aulas de derivadas, (sorrindo) são assuntos próximos, mas acho que a questão das áreas, dessas pequenas fatias que vão sendo formadas por aproximações...</p> <p>Pesquisador: Um exemplo, se você pega um pedaço de carne, e você corta sempre metade, tenho metade, pega uma metade e corto metade, se você for cortando cada metade, vai chegar onde? Sempre vai ter carne para</p>
--

	fazer o corte? Sempre ou não?
	Estudante A4: Depende!!
	Estudante A1: Vai chegar o tempo que não vai existir, parece que vai ficar tão pequeno, tão pequeno (gesticulando), que não vai ter mais pedaço pra dividir.
	Pesquisador: Mas, vai ter?
	Estudante A1: Vai!!! Mas vai ser, bem, bem micro.
	Pesquisador: Vai ser microscópico, mas vai ter né? Então, esse pode ser um exemplo de limites, você pega um bisturi pra cortar mais pequenininho, né? Mas sempre vai ter um pedacinho sempre menor. [...] Então, isso pode ser um exemplo da parte intuitiva. Então tem a língua natural que é um tipo de registro, importante também para o aluno. Que é a primeira ideia que a gente apresenta para ele como professor.

Fonte: Autores

O evento crítico 2 mostrou que os alunos precisam relacionar a Matemática aprendida no curso com a Matemática do cotidiano, dessa forma as definições ficarão mais claras em suas mentes. Permitindo que ensinem seus futuros alunos de forma mais contextualizada e clara. O domínio completo da definição de cada termo matemático, principalmente no ensino de Cálculo, é essencial para o professor que ministra a disciplina, pois os alunos serão direcionados para o viés que ele adotar.

A solicitação do pesquisador em ter as respostas dos alunos como “professores que serão”, foi primordial para o sucesso da pesquisa. Eles conseguiram visualizar o conteúdo de forma diferente. Suas falas e posicionamentos em sala mostraram que suas análises foram do ponto de vista docente. Mesmo assim, em muitos momentos, foi percebido que o conteúdo de Cálculo causava certo desconforto, por quererem explicar e não conseguirem explicitar seus conhecimentos. Essa frustração foi percebida na maioria deles, talvez por receio de falar algo errado ou por desconhecimento aprofundado do Cálculo.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os momentos oportunizados pelos alunos do curso de Licenciatura em Matemática, baseados na Teoria dos Registros de Representação Semiótica e o método de análise de vídeos, contribuíram de grande valia para o êxito desta pesquisa, pois foi possível analisar a partir dos vídeos as respostas dos alunos, tanto as ditas quanto as não ditas, ou seja, aquelas implícitas em suas feições e atitudes. Notou-se pelas percepções e reações que a Teoria de Duval pode ser um caminho a ser seguido nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral, as diversas formas de representação de um mesmo objeto, aliado a exigência dos professores nestes quesitos pode influenciar positivamente os resultados.

Dois dos estudantes apresentaram um receio ao julgar que a Teoria de Duval pudesse ajudar no ensino aprendizagem, talvez fosse necessário ministrar um curso completo com a abordagem dos registros de representação semiótica, assim os estudantes teriam mais segurança em afirmar ou não se a Teoria dos Registros de Representação Semiótica colabora no aprendizado dos alunos.

Os alunos participantes ao final da investigação de suas representações sociais perpassaram a ideia de que a Teoria de Duval pode contribuir e até mesmo facilitar o aprendizado de Cálculo Diferencial e Integral. Ressaltaram ainda que se o aluno tem o conhecimento prévio de

construção de gráficos de funções, facilitaria ainda mais as propostas de Duval com mudanças de registros de representação. Quanto à atividade investigativa, as respostas dos alunos nas quatro questões, mostraram que alguns conceitos de Cálculo não são mais lembrados, talvez pela distância de tempo em que cursaram a disciplina e o momento da pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, A. A. **A importância do Cálculo Diferencial e Integral e suas Aplicações no Ensino da Química no Ensino Superior**. 2008. 100 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão, São Luís, 2008.
- ALÉSSIO, A. **A importância do Cálculo Diferencial e Integral para a formação do professor de Matemática da Educação Básica**. 2019. 90 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Presidente Prudente, São Paulo, 2019.
- DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2003, p.11-33.
- JODELET, D. Representações Sociais: um domínio em expansão, in: JODELET, D. **As representações sociais**, Rio de Janeiro: EDUERJ, 2001.
- MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas: Papyrus, 2013.
- MOSCOVICI, S. **A representação social da Psicanálise**, Rio de Janeiro: Zahar, 1978.
- PATRÍCIO, R. S. **As dificuldades relacionadas à aprendizagem do conceito de vetor à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. 2011. 103 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.
- POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de vídeos para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínio matemáticos de estudantes. **Bolema**, Rio Claro, v. 21, n. 17, p.81-140, dez. 2004. Tradução: Antonio Olimpia Junior.
- RAFAEL, R. C. **Cálculo Diferencial e Integral: um estudo sobre estratégias para redução do percentual de não aprovação**. 2017. 103 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017. Disponível em: <[http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/05/Disserta%C3%A7%C3%A3o\\_Vers%C3%A3o\\_Final\\_Rosane\\_C\\_Rafael.pdf](http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/05/Disserta%C3%A7%C3%A3o_Vers%C3%A3o_Final_Rosane_C_Rafael.pdf)>. Acesso em: 13 jul. 2019.
- ROSA, C. M; ALVARENGA, K. B; SANTOS, F. F. T. dos. Desempenho Acadêmico em Cálculo Diferencial e Integral: um Estudo de Caso. **Revista Internacional de Educação Superior**, Campinas, v. 5, n. 1, p.1-16, set. 2018. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/riesup/article/download/8653091/19035/>>. Acesso em: 13 jul. 2019.
- SILVA, C. R. da. **Signos Peirceanos e registros de representação semiótica: qual a semiótica para a matemática e seu ensino?**. 2013. 202 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.
- ZARPELON, E. **Análise do desempenho de alunos calouros de engenharia na disciplina de cálculo diferencial e integral i: um estudo de caso na UTFPR**. 2016. 120 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná., Ponta Grossa, 2016. Disponível em: <[http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/2489/1/PG\\_PPGET\\_M\\_Zarpeleon%20Edin%C3%A9ia\\_2016.pdf](http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/2489/1/PG_PPGET_M_Zarpeleon%20Edin%C3%A9ia_2016.pdf)>. Acesso em: 15 jul. 2019

**Submetido em 10 de Setembro de 2019.  
Aprovado em 13 de Março de 2020.**