Uma Experiência "Pibidiana" de Resolução de Problemas do Pisa nas Aulas de Matemática

A "Pibidian" Experience of Solving Problems from Pisa Tests in Mathematics Classes

Tailine Audilia de **Santi**
Universidade Estadual Paulista (Unesp)
Fábio Alexandre **Borges**
Universidade Estadual do Paraná (Unespar)
Caio **Juvanelli**
Universidade Estadual de Londrina (UEL)
Vinícius Oliveira Romano da **Silva**
Centro de Educação Santa Rita (Cedus)

RESUMO

Um problema é uma situação na qual os estudantes não têm métodos estabelecidos para chegar a uma resposta correta. Baseado nisso, surge a estratégia de ensino através da Resolução de Problemas, a qual entende a possibilidade de se ensinar e aprender matemática por meio de tais atividades. No caso do presente relato, faremos uma análise baseada na aplicação de uma atividade adaptada do Programme for International Student Assessment (PISA) 2000, intitulada "Maçãs". Como objetivo principal para o presente relato de experiência, temos o de identificar as principais contribuições formativas (do futuro professor) e de aprendizagem de Matemática quando utilizamos a estratégia de Resolução de Problemas. Dentre os referenciais teóricos adotados, destacamos os de Onuchic e Allevatto, cujas etapas propostas pelas autoras foram adotadas durante a aplicação em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental de um colégio público do interior do Estado do Paraná. Esta atividade faz parte de um projeto maior, desenvolvido junto ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) em um curso de Licenciatura em Matemática. Dos cinco grupos formados para a resolução das atividades, totalizando 26 alunos, todos participaram das discussões e da plenária, contribuindo para a resolução, de forma que houve diversidade na escolha de estratégias matemáticas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. PIBID. PISA. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

A problem is a situation in which students do not have established methods to arrive at a correct solution. Based on that, teaching strategy emerges through problem solving, which understands the possibility of teaching and learning mathematics through such activities. In the case of this report, we will make an analysis based on the application of an adapted activity of the Program for International Student Assessment (PISA) 2000, entitled "Apples". The main objective of this current experience report was to identify the main formative and mathematical learning (future teachers') contributions when we use the problem solving methodology. Among the theoretical frameworks adopted, we highlight Onuchic and Allevatto's, whose steps proposed by the authors were adopted during the application in a 9th grade elementary school class of a public school in the interior of the State of Paraná. This activity is part of a larger project developed with the Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) in a Mathematics Degree course. Out of the five groups formed for the resolution of activities, totalizing 26 students, all of them participated in discussions and plenary sitting, contributing to the resolution so that there was diversity in the choice of mathematical strategies.

Keywords: Mathematics Teaching. PIBID. PISA. Problem Solving.

1 INTRODUÇÃO

A Resolução de Problemas tem se apresentado como uma estratégia[1] de ensino destacável pela literatura de pesquisa em Educação Matemática, proporcionando situações em que o aluno lida com informações, analisa encaminhamentos, interpreta textos matemáticos, trabalha em equipe, promove a interdisciplinaridade, desenvolve a criticidade, dentre outras características em potencial. Baseando-nos nessa estratégia, aplicamos um problema em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental de um colégio estadual do município de Campo Mourão, desenvolvido com duração de 2 horas-aula. Dentre nossos objetivos iniciais, destacamos a abordagem de conteúdos matemáticos por meio da Resolução de Problemas, situações que envolvam os alunos em processos de investigação, a elaboração de questões, a formulação de conjecturas, o diálogo, a valorização do erro como oportunidade de aprendizado, a autonomia do estudante etc. Os acadêmicos que aplicaram o problema foram amparados pelo projeto Pibid. Esse programa oferece bolsas de iniciação à docência aos alunos de cursos de licenciatura, com objetivo de antecipar o vínculo entre os futuros professores e as salas de aula da rede pública. Com essa iniciativa, o Pibid faz uma articulação entre a Educação Superior (por meio das licenciaturas), a escola e os sistemas estaduais e municipais. Dessa maneira, sustentados por esse programa, foi possibilitada a participação ativa na sala de aula a qual o problema foi aplicado.

A busca por metodologias que visem melhorar a qualidade do ensino precisa ser uma das preocupações dos professores de matemática. É importante utilizar estratégias que envolvam os alunos efetivamente nos processos de ensino e aprendizagem, o que favorece diretamente a construção de um ambiente em que a matemática deixe de ser algo distante e desvinculado da realidade do aluno. A Resolução de Problemas pode contribuir para esse processo, visto que essa estratégia de ensino incentiva a criatividade e a participação direta do aluno em seu aprendizado quando aplicada de maneira adequada e com propósito de ensinar matemática por meio dessas atividades.

A Resolução de Problemas, dentre outras características, pode favorecer a valorização de um ensino de Matemática mais conceitual e menos procedimental. Nesse sentido, Romero destaca que:

> [...] os conteúdos de matemática são apresentados aos alunos como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. O ensino da matemática tem se ocupado em garantir que os alunos dominem apenas técnicas e fórmulas, ao invés de desenvolverem também a compreensão acerca dos conteúdos. Há, portanto, necessidade de refletirmos em que aspectos a resolução de problemas ajuda os alunos na construção dos saberes matemáticos e como os professores podem planejar boas situações de aprendizagem e fazer intervenções adequadas às necessidades dos alunos em cada etapa do processo (ROMERO, s.d, p.2).

É importante então buscar formas de trazê-las para a sala de aula. Com a intenção de colaborar com o debate e mostrar que a aplicação dessa metodologia citada pode ser viável no ensino, bem como contribuir com a formação dos futuros professores, desenvolvemos o presente relato de experiência aplicando um problema em uma escola pública, descrevendo o referencial teórico utilizado bem como as análises das resoluções propostas pelos alunos para que possa

[1] Utilizaremos no presente relato o termo estratégia, ao invés de outros, como metodologia, por considerá-lo mais adequado ao que entendemos ser proporcionado pela Resolução de Problemas quando utilizada para se ensinar matemática. Metodologia, por exemplo, reflete algo mais estático. Já estratégia, entendemos como algo mais dinâmico, flexível, subjetivo.

servir de parâmetro para os profissionais da Educação Básica que desejem aplicar atividades com essas características. Nosso objetivo principal no presente texto, de características de um relato de experiência, é de identificar as principais contribuições formativas (do futuro professor) e de aprendizagem de Matemática quando utilizamos a metodologia de Resolução de Problemas.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

Os estudos que culminaram na aplicação da presente atividade foram desenvolvidos por meio de um levantamento bibliográfico referente à Resolução de Problemas como uma estratégia de ensino e suas aplicações no ambiente escolar. A Resolução de Problemas tornou-se parte do ensino de matemática a partir dos anos 90 (D'AMBROSIO, 2009), por meio de propostas curriculares que vinculavam a Resolução de Problemas com o ensino de matemática, visando a interdisciplinaridade e atribuindo aplicações para os conceitos ensinados. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p.37) indicam como objetivos do ensino da Matemática:

> [...] resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis (BRASIL, 1997, p.37).

A importância dada à Resolução de Problemas como meio para se ensinar Matemática é relativamente recente e os educadores matemáticos estão aceitando a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merece atenção (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009). Sobre a Resolução de Problemas, Onuchic (1999, p.207) salienta que:

> O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. Sob esse enfoque, problemas são propostos ou formulados de modo a contribuir para a formação de conceitos, antes mesmo de sua apresentação em linguagem Matemática formal. O foco está na ação por parte do aluno (ONUCHIC, 1999, p.207).

A característica principal da Resolução de Problemas na perspectiva de estratégia de ensino é considerar como problema todo contexto que pode ser problematizado e associado a um conceito matemático ou que podem desenvolver o raciocínio lógico-matemático. Essas situações podem ser jogos, atividades planejadas com brincadeiras, problemas que não são corriqueiros e até mesmo os problemas tradicionais, desde que sejam de cunho investigativo e permitam o processo de descoberta (SCHASTAI; PEDROSO, 2010). É relevante ressaltar que a perspectiva da Resolução de Problemas é uma proposta abrangente que permite ao aluno buscar uma gama de situações, reflexões e soluções e concerne ao professor mediar essas reflexões, buscando que o aluno comunique claramente suas ideias e consiga investigar a situação em todos os seus aspectos.

Dewey (1933), já na década de 1930, propunha ao professor não carregar o currículo com tantas regras e procedimentos, escolhendo os melhores problemas sem estabelecer caminhos de resolução, e que os projetos tivessem subsídios das experiências dos alunos. Na proposta desse autor, a criança deveria dispor-se de problemas reais e resolvê-los sem uma preocupação em seguir regras, procedimentos ou algoritmos. Como salienta Van de Walle (2009), "o sistema tradicional recompensa a aprendizagem de regras, mas oferece poucas oportunidades para realmente fazer matemática". Esse mesmo autor define um problema como "qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta" (VAN DE WALLE, 2001), evidenciando a importância do não estabelecimento de regras e sim a oferta de oportunidades de investigação, construção da autonomia e identificação de soluções. Ainda para este autor, a Resolução de Problemas deve ser tratada como um método de ensino e salienta que a introdução do conteúdo deve partir da realidade dos alunos por meio de uma contextualização problemática.

A Resolução de Problemas é fundamentada em recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1996; 1997; 1998; 1999), das Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) (PARANÁ, 2006) e do Conselho Nacional dos Professores de Matemática – NCTM, em inglês – (NCTM, 2000), pois conceitos e situações são introduzidos e aprendidos por meio da Resolução de Problemas, bem como o desenvolvimento de habilidades matemáticas. Mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular, aprovada em 2017, fortaleceu novamente a importância da Resolução de Problemas como promotora de "competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos" (BRASIL, 2017, p.266).

Durante o processo de ensino e de aprendizagem por meio da Resolução de Problemas, é importante que o professor busque oportunidades de entender a compreensão do conteúdo por parte dos alunos e saber se os conceitos foram entendidos. Os questionamentos levantados são de extrema importância, visto que o professor pode analisar e interpretar o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos. Cabe destacar que, muito mais do que apenas mudar as atividades, repensar a conduta docente durante a aplicação da atividade é indispensável, visto que uma mesma atividade pode ser aplicada seguindo ou não os preceitos da Resolução de Problemas como um meio para se ensinar e aprender matemática.

Ainda com relação ao papel do professor frente a essa estratégia, Pólya (2006) salienta que "o professor deve auxiliar, nem de mais nem de menos, de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho" (p.1), uma vez que tais problemas são para incentivar que o aluno identifique qual caminho é mais viável para a resolução e para que ele desenvolva os seus saberes matemáticos. O professor seria, portanto, um mediador entre o problema proposto e o aluno, deixando que esse entenda de maneira independente o que o problema propõe.

As resoluções de problemas podem englobar muitos conceitos matemáticos em um único problema, e quanto mais o aluno se interessar em resolvê-lo, mais conceitos ele conseguirá compreender e ter uma discussão com o professor sobre tais assuntos. Nesse sentido, cabe destacar o fato de que tais temáticas surgem da necessidade de seu uso durante a atividade de resolução, promovendo um estudo de diferentes conceitos de maneira interligada e não isoladamente. É importante que o professor não entregue soluções prontas, mas incentive o aluno para compreender e resolver o problema por diferentes caminhos. Para ensinar por meio da Resolução de Problemas, é fundamental que o professor seja consciente de que todos os alunos são capazes de criar ideias significativas sobre matemática (VAN DE WALLE, 2001). Conforme esse autor, professores de matemática devem envolver em seu trabalho quatro componentes básicos: a valorização da disciplina Matemática em si mesma – gostar de matemática, a compreensão de como os estudantes aprendem e constroem suas ideias, possuir a habilidade de planejar e selecionar atividades que ofereçam aos estudantes um aprendizado de matemática em um ambiente de Resolução de Problemas e ter a habilidade em incorporar a

 v.6, n.1, p. 124-142, jun. 2021

avaliação ao processo de ensino para aumentar a aprendizagem e aprimorar desenvolvimento dos estudantes.

Cada estudante é singular e isso torna o ambiente de sala de aula multifacetado, e compete ao docente reconhecer essa pluralidade no momento de selecionar um problema para aplicar. É importante que o problema compreenda diversas realidades. Dessa forma, não há métodos prescritos para a aplicação desta estratégia em sala de aula (SHIMIZU, 2003; KRULIK; RUDNICK, 2005; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005; VAN DE WALLE; LOVIN, 2006), mas o professor é responsável por buscar o método que melhor se aplica ao seu contexto.

Onuchic *et al.* (2014) propuseram um itinerário a fim de subsidiar os professores para a aplicação de um problema. Este roteiro consiste em dez passos, os quais são: (1) Proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas.

A proposição do problema é o momento em que o professor seleciona a atividade que mais se adequa, do seu ponto de vista, ao conteúdo a ser introduzido, posto que nessa estratégia de ensino os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático, e é importante que o problema faça com que os estudantes sintam-se desafiados a resolvê-lo. A leitura individual é solicitada aos alunos a fim de que esses se sintam familiarizados com o problema e iniciem a interpretação individualmente. Em seguida, a leitura em conjunto possibilita uma melhor compreensão da atividade e, contando com o auxílio do docente, os alunos nesse momento esclarecem as possíveis dúvidas que surgirem – seja por palavras desconhecidas, interpretação do texto, contextos etc. É importante solicitar aos alunos que formem grupos para a resolução do problema de maneira que esses construam mutuamente estratégias.

Durante a resolução do problema, o professor assume o papel de observador e deve incentivar os alunos a resolverem a atividade, sem interferir nas estratégias de resolução adotadas pelos alunos. O professor pode estimular os discentes a utilizarem conhecimentos prévios e tentar métodos diferentes para a resolução, mas não deve indicar, no entanto, sucessos ou insucessos no decorrer da resolução, ou até mesmo responder questões elaboradas pelos alunos de modo que desmotive a busca pelo desafio da resolução. Em seguida, é necessário realizar o registro das resoluções dos grupos na lousa para que todas as estratégias sejam visualizadas, possibilitando a plenária.

Na plenária, cada caminho utilizado é discutido e os alunos são convidados a defenderem seu ponto de vista. O professor coloca-se como mediador e guia das discussões, esclarecendo dúvidas e incentivando a participação de todos os alunos. A busca do consenso é dada de maneira que toda a sala discuta sobre os resultados e analisem os processos para chegar a uma solução, para que haja unanimidade quanto ao resultado correto, sem, necessariamente, adotarem os mesmos caminhos da resolução. O professor assume o papel de organizador das ideias, formalizando o conteúdo na lousa, em linguagem matemática, padronizando os conceitos vistos por meio do problema e utilizando esse para exemplificar a situação. Após a formalização do conceito, novos problemas podem ser propostos.

Para que essa metodologia seja devidamente trabalhada, é necessário que os docentes envolvidos não se apeguem a planejamentos de conteúdos e currículos sequencialmente instituídos para um determinado período letivo. É de extrema importância que os professores deem sentido à aprendizagem dos estudantes, evitando a simples representação de conceitos e o ato de decorar fórmulas e conteúdos. Afinal de contas, seguir a prescrição dos conteúdos inviabiliza a Resolução de Problemas da maneira como estamos aqui defendendo, já que a defesa das regras não contempla o espírito investigador e criativo necessário às atividades de Resolução de Problemas.

A metodologia de Resolução de Problemas pode ser aplicada de modo que o professor a utilize para introdução de um conteúdo, ou até mesmo para discutir conceitos previamente apresentados, a fim de desenvolver o potencial dos alunos. Schroeder e Lester (1989) apresentam três caminhos diferentes para abordar Resolução de Problemas: "[...] (1) ensinar sobre resolução de problemas; (2) ensinar matemática para resolver problemas; e (3) ensinar matemática através da resolução de problemas" (SCHROEDER; LESTER, 1989 *apud* ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.79).

Quando o professor estabelece seus critérios de avaliação de aprendizagem, ele expressa indiretamente uma conduta política que se fundamenta num conjunto de princípios e valores que identificam suas concepções de sociedade, educação, escola, ensino etc. Essas concepções muitas vezes exprimem preconceitos em relação aos alunos que ferem a sua formação e classificam o erro como a falta de conhecimento e a insuficiência de habilidades matemáticas. Ao trabalhar com a Resolução de Problemas e tomando-a como uma estratégia de ensino, no entanto, essas concepções pré-estabelecidas e preconceitos precisam ser ressignificadas e é imprescindível que o professor tome uma conduta que não se atenha somente para os caminhos que o aluno está tomando para obter sucesso, como também para os erros ocasionados durante a resolução. Luckesi destaca que:

> No caso da solução bem ou malsucedida de uma busca, seja ela de investigação cientifica ou de solução prática de alguma necessidade, o não-sucesso é, em primeiro lugar, um indicador de que ainda não se chegou à solução necessária, e, em segundo lugar, a indicação de um modo de como não se resolver essa determinada necessidade. O fato de não se chegar à solução bem-sucedida indica, no caso, o trampolim para um novo salto (LUCKESI, 2002, p.56).

Os erros impulsionam a investigação e a busca por soluções, visto que é a partir do insucesso que o aluno inicia o processo de aprendizagem e descoberta, e começa uma busca por novas estratégias de resolução do problema, observando a situação com maior clareza e com novos caminhos de solução.

3 DESCRIÇÃO DO CONTEXTO DA APLICAÇÃO DO PROBLEMA

O problema foi aplicado em uma turma de 9º ano de um colégio estadual localizado no município de Campo Mourão – Paraná, onde fomos oportunizados a acompanhar e tomar conhecimento da turma por oito aulas[2] que precederam a proposição do problema. Anteriormente à aplicação do problema, por meio do projeto Pibid, desenvolvíamos encontros semanais na UNESPAR juntamente com os demais participantes do projeto e coordenadores, para discutir e analisar problemas do PISA que poderiam ser futuramente aplicados em sala de aula. Contávamos ainda com instruções do professor orientador para desenvolver uma melhor aplicação do problema.

[2] Nesse período de observação, nós, acadêmicos pibidianos, esclarecíamos dúvidas dos alunos, desenvolvíamos discussões de metodologias de ensino-aprendizagem da matemática e aplicávamos atividades. Contamos com o auxílio da professora regente e tínhamos o seu apoio quanto às práticas pedagógicas. Fomos norteados pelo principio base do PIBID, ressaltado no artigo 4º da Lei do Pibid, que confere como um de seus objetivos a inserção de "licenciandos no cotidiano de escolas da rede publica de educação, de maneira a proporcionar oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem" (CAPES, Portaria nº 096/2013).

Contamos com a participação de 26 alunos na turma com faixa etária de 13-14 anos e o tempo destinado para a resolução do problema foi de duas horas-aula. Para a aplicação, seguimos o roteiro constituído por dez passos descritos por ONUCHIC *et al* (2014). Cabe destacar que a participação da professora regente da turma foi secundária, ficando a aplicação sob a responsabilidade dos acadêmicos pibidianos. A professora regente acompanhou e auxiliou na atividade quando necessário.

Já na escola, entregamos a atividade e solicitamos para que formassem grupos, compondo-se assim quatro grupos de cinco alunos e um grupo de seis alunos. Para um melhor entendimento do que estava sendo pedido no problema, fizemos a leitura juntamente com a turma com uma breve explicação e solicitamos que os cálculos deveriam ser registrados em uma folha. Durante a aplicação e a plenária, utilizamos gravadores para registrar a fala dos alunos para, posteriormente, obtermos uma melhor análise das discussões. Nomeamos os grupos formados de Grupo I, Grupo II, Grupo III, Grupo IV e Grupo V. O problema do PISA aplicado, denominado “Maçãs”, é composto por quatro questões e foi adaptado pelos licenciandos com algumas modificações no enunciado. As adaptações foram necessárias para readequarmos a atividade para a série em questão, visto que o problema original trazia consigo informações que nós, pibidianos, julgamos desnecessárias para uma boa resolução. Esse problema foi retirado dos Itens Liberados de Matemática, do Exame PISA de 2000 (BRASIL, s.d). Essa atividade envolve, em sua maioria, o conteúdo de Números Naturais, Número Quadrado Perfeito, Valor Numérico, Expressões Algébricas, Sequências, Progressões Aritméticas, Equações e Funções. Esse último conteúdo seria introduzido pela professora regente na aula seguinte e, conforme solicitado por ela, utilizamos a aplicação do problema como uma forma de introduzi-lo. Revisamos também conceitos que já haviam sido apresentados anteriormente.

A turma era participativa nas aulas conforme observamos durante o período em que acompanhamos o andamento em sala, eram curiosos e muitos deles demonstravam interesse na disciplina e nos conteúdos, apesar dos alunos apresentarem conversas excessivas e dificuldades de aprendizagem. A turma contava ainda com diversos alunos que estavam em “recuperação” – avaliação que permite aos alunos que não atingiram a média realizar uma nova prova avaliativa para alcançar a nota –, alunos que possuíam total desinteresse na disciplina por apresentar dificuldades e também havia aqueles que se destacavam no sentido de possuir facilidade de aprendizagem. No geral, a turma era plurifacetada e tais características puderam ser observadas com cautela, como já mencionado, no período de observação concedido aos licenciandos, precedendo a aplicação do problema. Tal observação nos proporcionou maior contato com a turma, melhor relacionamento e pudemos reconhecer as dificuldades de cada aluno para uma melhor condução da aplicação do problema e da plenária.

4 EXPERIÊNCIAS DA APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

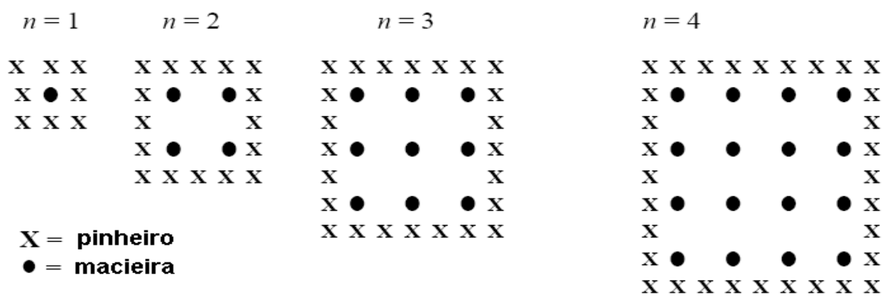
A aplicação do problema teve início quando dialogamos com os alunos sobre a estrutura da aula e de como havíamos intencionado o trabalho em equipe e a importância do envolvimento de todos nas etapas da aplicação do problema. Dispomos então uma folha com o problema a cada integrante dos grupos e percebemos que esses ficaram receosos quanto à aplicação, pois não haviam tido experiências com atividades diferenciadas desse tipo em sala de aula. Podemos justificar o receio dos alunos pela ruptura no Contrato Didático estabelecido, como cita Brousseau (1986; 1988). Para esse autor, o Contrato Didático diz respeito à “[...] um conjunto de comportamentos do professor esperados pelo aluno e, também, a um conjunto de comportamentos do aluno esperados pelo professor” (*apud* MEDEIROS, 2001, p.32).

Os estudantes, a princípio não compreenderam a nossa proposta, alegando ser um trabalho diferente e que não haviam sido apresentados ao conteúdo utilizado na resolução do problema. Realizamos a leitura com os grupos e, durante a leitura, diversos questionamentos já haviam sido formalizados e apresentados. Solicitamos aos grupos que utilizassem os conhecimentos prévios que haviam aprendido até então, tentassem escrever os seus trajetos para o resultado de maneira que ficasse claro o processo que utilizaram, que explicassem em todo o momento o seu raciocínio escrito e oralmente e questionassem os colegas sobre as soluções possíveis. No decorrer da aplicação, notamos uma mudança no comportamento dos alunos. Esses, que se mostraram inquietos e hesitaram no início, apresentaram maior interesse e curiosidade, mostrando domínio na resolução e elaborando respostas com clareza, mesmo com insegurança e esperando a confirmação do processo de suas resoluções em cada passo que desenvolviam.

A seguir, apresentamos o problema do PISA (2000), com adaptações, denominado “Maçãs”, e os resultados dos grupos.

Quadro 1: Problema: Maças[3]

Um fazendeiro planta macieiras em uma área quadrada. Para protegê-las contra o vento, ele planta pinheiros ao redor do pomar. O diagrama abaixo mostra essa situação, na qual se pode ver as macieiras e os pinheiros, para um número (n) de filas de macieiras: (Temos $n \in \mathbb{N}$).



1 - Complete a tabela abaixo:

n	Número de macieiras	Número de pinheiros
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

2 – Encontre uma relação entre o número de fileiras de macieiras e a quantidade de pinheiros. Depois, encontre uma relação entre o número de fileiras de macieiras e a quantidade de macieiras.

3 – Sendo n o número de fileiras de macieiras, existe um valor n para o qual o número de macieiras é igual ao número de pinheiros. Encontre o valor de n, mostrando o método usado para fazer os cálculos.

4 – Suponha que o fazendeiro queira fazer um pomar muito maior com muitas fileiras de árvores. À medida que o fazendeiro aumenta o pomar, o que crescerá mais rápido: o número de macieiras ou o número de pinheiros? Explique como você encontrou a sua resposta.

Fonte: autores

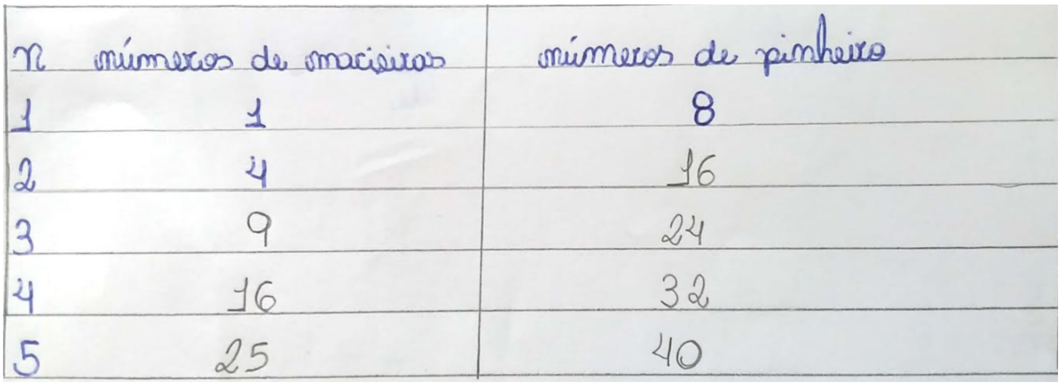
[3] Adaptado do problema Maçãs pelos pibidianos, extraído do PISA/2000.

4.1 Questão 1

Para completar a tabela da questão 1, conforme a figura 1, os alunos contaram no diagrama apresentado no enunciado quantas ● (macieiras) e quantos **x** (pinheiros) havia em cada situação. Porém, quando tiveram que completar a linha na qual n = 5, apresentaram certa dificuldade. Nessa etapa, alguns grupos perceberam antecipadamente regularidades na tabela, o que contribuiu para a construção da resolução na questão 2. Um dos alunos desse grupo, ao encontrar a quantidade de pinheiros quando $n = 5$, esclareceu: *A sequência está "subindo" de 8 em 8, no caso tem que multiplicar por 8. Então o próximo número* [de pinheiros] *será 40, porque 8 vezes 5 é 40*.

Outros grupos, no entanto, não perceberem relações e construíram outro diagrama com 5 linhas e 5 colunas para poderem contar e completá-la. Nesse momento, salientamos a importância da contagem no ensino da matemática, pois essa "desenvolve a habilidade de raciocínio combinatório e a capacidade de elaborar estratégias para a sua resolução" (ZANIN, 2005, p.5). Alguns alunos questionaram se não há outra maneira de se resolver a questão. Nesse momento, sugerimos que eles analisassem a tabela que já haviam completado em busca de outras possibilidades.

Figura 1: Solução apresentada pelo Grupo I



n	números de macieiras	números de pinheiro
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Fonte: Registros do Grupo I

4.2 Questão 2

O Grupo II apresentou duas resoluções diferentes para a relação do número de macieiras com o número de fileiras n. A primeira solução foi multiplicar $n \cdot n$, como sugeriu um dos integrantes do grupo: *Para encontrar o número de macieiras tem que multiplicar a fileira por ela mesma, porque o número de macieiras é o quadrado do número de fileiras*.

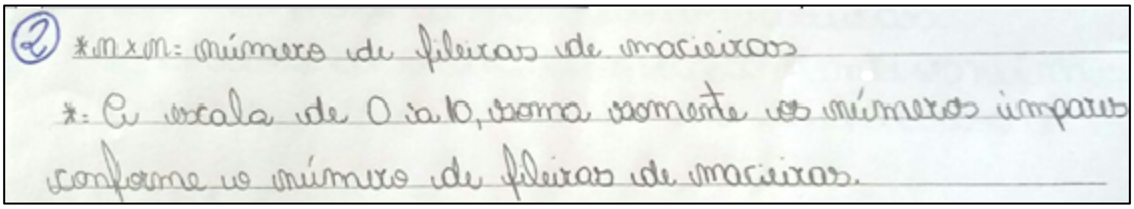
A segunda solução proposta foi somar a sequência de números ímpares ao número de macieiras conforme o número de fileiras. Um dos alunos comentou: *Quando n é igual a 1, a gente tem uma macieira. Quando n é igual a 2, tem que somar o 3 ao número de macieiras, porque é o próximo número ímpar. Assim, são 4 macieiras, e a sequência vai aumentando gradativamente*. Esse aluno observou que o número de macieiras é o resultado da soma de uma sequência de números ímpares no conjunto dos números naturais e que o número n indica a quantidade de números da sequência a serem utilizados. Ao questionarmos o grupo se este método funcionaria sempre, eles ficaram pensativos. Minutos depois, os alunos disseram que testaram para vários números de fileiras e todos funcionaram. Eles enfatizaram, no entanto, que o método mais fácil e rápido é o primeiro método: multiplicar o número de fileiras por ela mesma.

Em relação à quantidade de pinheiros, o Grupo II discutiu: *O número de pinheiros está indo de 8 em 8*, no entanto, não souberam escrever a solução no papel. O grupo I apresentou as mesmas soluções, inclusive também identificaram a sequência de números ímpares somados ao número de macieiras. Os grupos III, IV e V identificaram as relações para o número de macieiras elevando o número de fileiras de macieiras ao quadrado. Um integrante do grupo V expôs oralmente: *O número de fileiras de macieiras ao quadrado é igual ao número de macieiras, porque as macieiras estão plantadas em forma de quadrados.* Consideramos interessante esse aluno ter pensado dessa maneira, por ter identificado essa relação percebendo que as macieiras estavam plantadas em uma área quadrada, como exposto no enunciado do problema. Os demais grupos notaram a relação pela própria sequência de números.

Os grupos IV e V conseguiram estabelecer uma relação entre o número de fileiras de macieiras e a quantidade de pinheiros. Na figura 5, observamos que esse grupo multiplicou o número de pinheiros quando há somente uma fila pelo número total de fileiras. Esse grupo ainda comentou: *Como está indo de oito em oito, temos que multiplicar o* n *por oito, ficando* $8n$. *É uma sequência.* O grupo III apresentou uma solução semelhante, e um dos integrantes do grupo disse: *Encontramos uma relação. Se multiplicar oito por* n, *encontramos o número de pinheiros, porque "tá" sempre somando oito.* O grupo V concluiu: *Na primeira fileira tem 8 pinheiros. Na segunda 16. Então temos que 8 vezes o número de fileiras é igual ao número de pinheiros*.

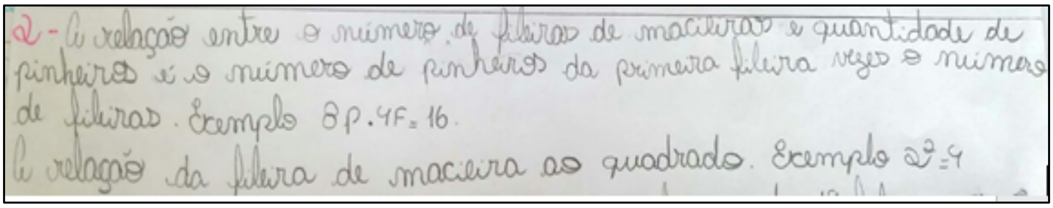
Alguns grupos apresentaram maior dificuldade para chegarem à conclusão de que o número de macieiras é igual ao número de fileiras n multiplicado por ele mesmo, ou seja, n^2.

Figura 2: Solução apresentada pelo Grupo II


② *n×n: número de fileiras de macieiras
*: a escala de 0 a 10, soma somente os números ímpares
conforme o número de fileiras de macieiras.

Fonte: Registros do Grupo II

Figura 3: Solução apresentada pelo Grupo V


2 - a relação entre o número de fileiras de macieiras e quantidade de
pinheiros é o número de pinheiros da primeira fileira vezes o número
de fileiras. Exemplo 8P.4F=16.
a relação da fileira de macieira ao quadrado. Exemplo 2²=4

Fonte: Registros do Grupo V

4.3 Questão 3

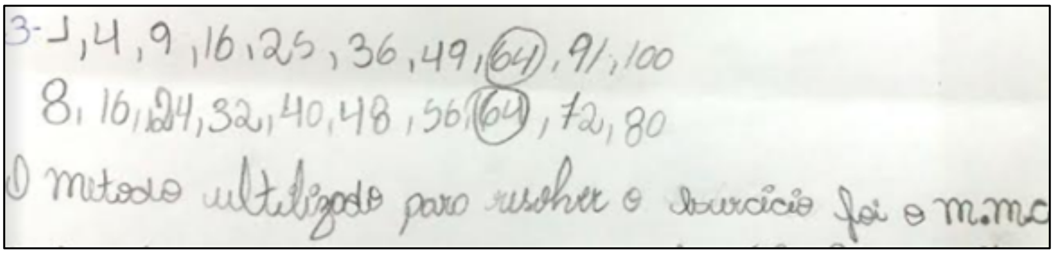
O Grupo I utilizou-se das sequências numéricas para obter o número de fileiras n de macieiras que é igual ao número de pinheiros, e esse raciocínio foi correto. Apesar de nomear o método como Mínimo Múltiplo Comum (MMC), nesse caso não ocorreu a minimização, mas a descoberta de para qual valor numérico, com os dados do problema, as duas expressões seriam iguais. Na primeira sequência, conforme a figura 6, temos que esses números não são múltiplos de algum número, mas sim quadrados perfeitos. Não obliteramos, no entanto, que a solução está correta e essa é uma estratégia válida. As correções quanto às notações foram esclarecidas na plenária.

Os grupos II e III apresentaram uma solução semelhante, indicando que, quando houvesse 8 fileiras, o número de pinheiros e macieiras seria igual.

O Grupo V encontrou uma igualdade por meio das sequências. O Grupo IV comentou oralmente que *O número deve ser 64, pois o 8 quando multiplicado por ele mesmo dá 64, e no número de pinheiros tem que multiplicar o 8 pela oitava* [fileira]. Esse raciocínio derivou-se do fato de que, para encontrar o número de pinheiros, é necessário multiplicar por 8 o número de fileiras de macieiras, enquanto para encontrar o número de macieiras, deve-se elevar o número de fileiras de macieiras n ao quadrado. Portanto, os valores seriam iguais quando $n = 8$. Os grupos II e III apresentaram uma solução semelhante, indicando que, quando houvesse 8 fileiras, o número de pinheiros e macieiras seria igual.

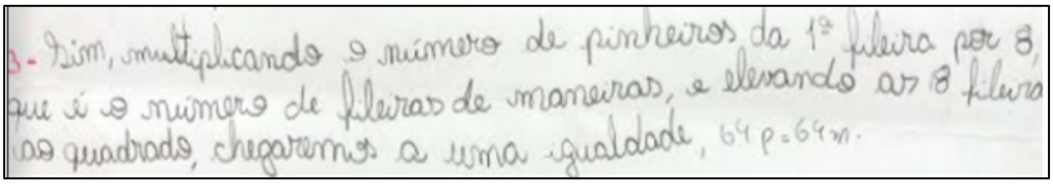
Os grupos, em sua maioria, completaram as linhas da tabela para obter essa igualdade, isto é, encontrar um número n de filas em que o número de macieiras e de pinheiros será igual. Porém, esperávamos que os alunos não utilizassem esse princípio e, sim, as expressões já descobertas. Nenhum grupo estabeleceu uma equação igualando as duas expressões obtidas, ficando assim com $n^2 = 8 \cdot n$. Eles não cogitaram a possibilidade de resolver algebricamente o problema procurando o valor da incógnita, apesar de terem visto o conteúdo de equações e também não mobilizaram esse conceito mesmo oralmente. Os métodos utilizados pelos grupos, não obstante, foram válidos e apresentaram resultados coerentes. Notamos que, ao não relacionar a situação problema com uma solução via equações, possivelmente esse seja mais um sinal de que esses alunos não estão acostumados com tal tipo de atividade e que, por não resolverem problemas dessa forma, não relacionam conceitos com a realidade, principalmente durante o momento em que aprenderam em sala de aula tal temática. Entre outras palavras, eles sabiam o algoritmo, sabiam resolver o problema, mas não fizeram a relação entre as duas situações.

Figura 4: Solução apresentada pelo Grupo I



Fonte: Registros do Grupo I

Figura 5: Solução apresentada pelo Grupo V



Fonte: Registros do Grupo V

4.4 Questão 4

Quanto à resolução da questão 4, os grupos articularam formas de resolução semelhantes. Esses observaram que, a partir da nona fileira, o número de macieiras ultrapassa a quantidade de pinheiros. Os grupos encontraram a solução construindo uma tabela e escrevendo as sequências conforme a quantidade de fileiras aumentava. Os alunos construíram um quadro (Quadro 2).

A primeira forma de resolução esperada era, de fato, o preenchimento das linhas na tabela. Com isso, observaram o crescimento do número de macieiras e de pinheiros. De início, os alunos pensaram que o número de pinheiros cresceria mais rápido por ser um produto, ou seja, o número de fileiras é sempre multiplicado por 8. Mas perceberam que, a partir do número n = 9, o número de macieiras crescerá mais rápido, pois é uma potência de expoente 2, ou seja, a representação de um quadrado perfeito. Um dos integrantes do Grupo V comentou que o número de macieiras estava aumentando cada vez mais a sequência de crescimento, enquanto o número de pinheiros sempre estava crescendo de oito em oito. Outra maneira possível é por meio da construção de gráficos. No entanto, essa representação gráfica não havia sido introduzida formalmente e, portanto, pensamos em construir juntamente com os alunos durante a plenária como uma forma introdutória ao conceito.

A seguir, apresentamos as discussões da plenária e as conclusões que os alunos chegaram quanto ao consenso das soluções.

Quadro 1: Quantidade de macieiras e de pinheiros

N	Macieiras	Pinheiros
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40
6	36	48
7	49	56
8	64	64
9	81	72
10	100	80
11	121	88
12	144	96
13	169	104
14	196	112

Fonte: Os autores

5 DISCUSSÃO DA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para a conclusão das etapas da aplicação do problema, convidamos os alunos para o momento de reflexão de suas resoluções. Todos os grupos se prontificaram a ir até a lousa descrever as suas estratégias e, entre eles, organizaram-se para decidir qual questão cada grupo resolveria. Não houve qualquer receio nesse momento quanto à participação da plenária e todos os grupos se envolveram atentamente. O Grupo III iniciou a discussão apresentando na lousa a solução da questão I, a qual propunha completar a tabela com os dados do diagrama. Essa equipe utilizou a contagem e, para encontrar os valores quando $n = 5$, buscaram regularidades na tabela. Essas discussões nos encaminharam para a questão 2, a qual os alunos deveriam encontrar relações entre o número de fileiras n com a quantidade de macieiras e pinheiros. O Grupo II imediatamente se propôs a resolvê-la e um integrante do grupo foi até a lousa para explicar como se deram as

 v.6, n.1, p. 124-142, jun. 2021

suas estratégias. Esse grupo iniciou as discussões mostrando uma forma diferente de encontrar a quantidade de macieiras, que é a partir das sequências de números ímpares. O integrante do grupo fez o seguinte esquema na lousa:

n = 1 → macieiras = 1

n = 2 → macieiras = 4 = (1+3)

n = 3 → macieiras = 9 = (1+3+5)

n = 4 → macieiras = 16 = (1+3+5+7)

n = 5 → macieiras = 25 = (1+3+5+7+9)

Com essa resolução, o restante da turma – com exceção do Grupo I, pois esses também pensaram dessa forma – ficou intrigado, o que nos possibilitou uma discussão importante nesse momento tanto para nós, pibidianos, quanto para os estudantes. Essa oportunidade foi adequada para se falar sobre sequências. Expusemos aos alunos que existem diversas sequências, como a sequência de Fibonacci, uma Progressão Aritmética (PA), uma Progressão Geométrica (PG), e mostramos ainda que o número de pinheiros do problema em questão nada mais é do que uma PA de razão 8. Questionamos para o Grupo II se esses haviam encontrado uma maneira diferente, ou se outro grupo também havia encontrado. Esses, por sua vez, responderam que haviam encontrado a relação n^2, escrevendo-a na lousa. Os demais grupos também encontraram essa solução, e o Grupo V acrescentou que isso ocorria pelo fato das macieiras estarem plantadas em uma área quadrada. Em relação à quantidade de pinheiros, o Grupo II não havia escrito no papel a relação $8 \cdot n$, mas perceberam, no entanto, que a sequência estava crescendo “de oito em oito”. O Grupo V acrescentou que bastava multiplicar o 8 pelo número de fileiras n para obter a sequência.

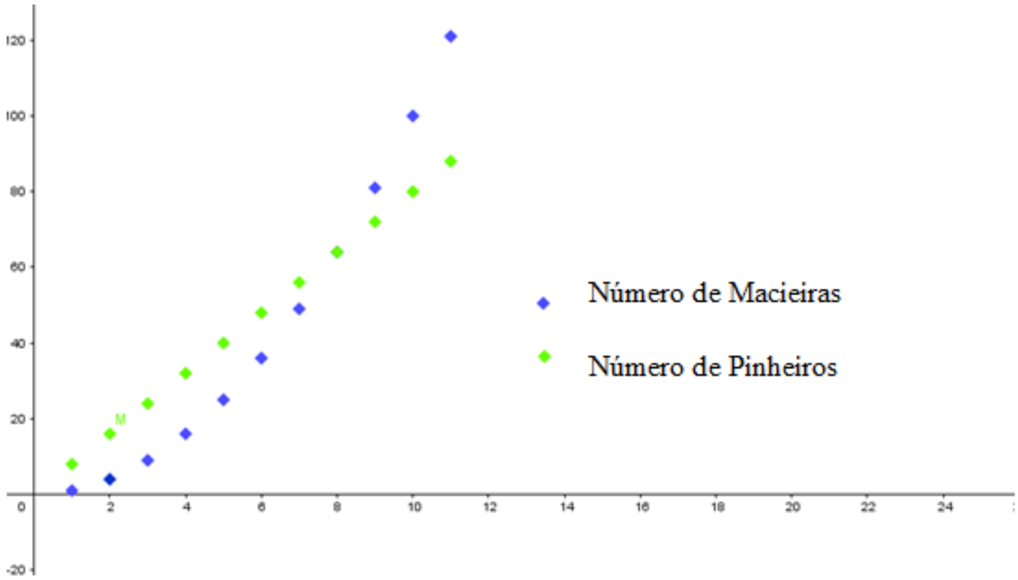
Para a resolução da questão 3, o Grupo V se propôs a resolver. Esse grupo desenhou uma tabela e mostrou que, quando $n = 8$, teremos a mesma quantidade de pinheiros e macieiras, sendo esse 64, e se substituirmos nas expressões $8 \cdot n$ e n^2 o n por 8, obteremos o mesmo resultado. Questionamos a todos se conheciam uma forma diferente de resolver e apontamos que estávamos procurando por um número de fileiras n desconhecido. Relembramos então o conceito de incógnita, que é a grandeza a ser determinada na solução de uma equação. Um dos alunos questionou se poderíamos obter uma equação a partir das duas relações. Escrevemos então a equação no quadro da seguinte maneira: $n^2 = 8 \cdot n$. Solicitamos que os grupos resolvessem a equação. Completamos dizendo que essa é uma equação quadrática incompleta, pois não apresenta o valor do coeficiente “c”.

Os alunos relembraram nesse momento, pois haviam estudado o conteúdo e encontraram o valor de *n* pela Fórmula de Báskara, encontrando o valor de $n = 8$, o mesmo valor obtido anteriormente por meio das sequências. Eles obtiveram também o valor de $n = 0$ e questionamos se esse valor para n é plausível, visto que a proposta do problema pressupõe que não exista um número “zero” de filas de macieiras. Assim, concluímos que $n = 0$, para o número de filas de árvores, é uma situação irreal, enquanto outras questões, conforme comentamos com os alunos, que envolvem generalização de sequências numéricas, por exemplo, admitem $n = 0$ como primeiro termo.

Em relação à questão 4, o Grupo IV se dispôs a resolvê-la. A questão solicitava que os alunos buscassem formas de afirmar qual número de árvore crescerá mais rápido conforme o pomar aumente: o de maçãs ou o de pinheiros. Esse grupo apontou por meio de cálculos que o número de macieiras cresceria mais rápido. O grupo substituiu o valor numérico $n = 9$ em ambas as expressões encontradas, obtendo assim: $9^2 = 81$ e $8 \cdot 9 = 72$, concluindo assim que, a partir da nona fileira, o número de macieiras cresceria mais rápido. Como nenhum aluno havia pensado diferente, decidimos utilizar a tabela construída por eles para construir na lousa o gráfico correspondente que mostra que o número de árvores de macieiras crescerá mais rápido que o número de árvores de pinheiros, aproveitando esse momento para introduzir alguns conceitos de Função.

Inicialmente, construímos o Plano Cartesiano, conteúdo que havia sido apresentado pela professora regente em aulas anteriores, e localizamos os pontos fornecidos pela tabela no gráfico, como na Figura 7.

Figura 7: Gráfico correspondente ao Quadro 2



Fonte: os autores

Partindo da interpretação da tabela e do gráfico que construímos, concluímos conjuntamente que o crescimento do número de macieiras é mais rápido porque tem um crescimento semelhante ao de uma função exponencial, enquanto o crescimento do número de pinheiros é semelhante a um crescimento aritmético. Nesse momento, um aluno perguntou se poderíamos traçar a linha "ligando" os pontos do gráfico, sendo essa uma boa oportunidade para questionar o que estaríamos representando se traçássemos essa linha. Explicamos que traçando a linha estaríamos considerando todos os Números Reais em cada intervalo, o que nesse caso não se aplica, uma vez que estamos trabalhando com o conjunto dos Números Naturais, conforme explicitado no próprio enunciado do problema. Não podemos considerar, por exemplo, 4,5 árvores, ou seja, quatro árvores e meia, ou, ainda, um quarto de fileira.

Nesse momento, introduzimos o conceito de dependência e independência, explicando que a quantidade de macieiras e de pinheiros depende do número n de fileiras de macieiras. Dessa forma, quanto mais filas, mais macieiras e pinheiros haveria. Logo após, introduzimos o termo "variável" e explicamos aos alunos que uma variável é um símbolo – que geralmente é uma letra –, utilizado para representar valores diversos em um mesmo problema, ou seja, um valor não fixo, que poderá variar nesse problema em função de outro. Tomamos como exemplo a variável n do problema: ela assume diversos valores, os quais sempre estão variando conforme a sequência aumenta. Tomamos o cuidado para que a variável não seja confundida com incógnita, que é um valor a ser descoberto numa equação e que torna uma sentença verdadeira. Finalizamos assim a plenária.

 v.6, n.1, p. 124-142, jun. 2021

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o presente texto, objetivamos identificar as principais contribuições formativas (do futuro professor) e de aprendizagem de Matemática quando utilizamos a Resolução de Problemas. Tal intento veio por meio do relato da experiência que tivemos enquanto alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), propiciadas pelo Pibid, experiências essas aqui exemplificadas por uma das atividades. Utilizamos um problema como ponto de partida para o trabalho com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior do Paraná. Um dos nossos objetivos secundários durante essa aplicação foi o de proporcionar aos alunos uma forma diferente de estudar matemática em relação à perspectiva tradicional[4] de ensino, bem como obter novas experiências e nos aproximarmos do âmbito escolar enquanto pibidianos. Obtivemos sucesso na escolha do problema a ser aplicado, visto que foi pertinente aos assuntos a serem trabalhados em sala de aula pela professora regente e contribuiu significativamente para introdução do conceito de Funções, bem como com a revisão do conteúdo de equações, entre outros conteúdos já trabalhados. Durante a aplicação, percebemos que alguns alunos tiveram dificuldade em aceitar esse tipo de dinâmica, no entanto, desenvolveram as atividades propostas e participaram das resoluções no decorrer da aula.

Uma das dificuldades que existe na aplicação da Resolução de problemas na sala de aula é o tempo, considerando que a estrutura escolar (currículo, bimestralização/semestralização etc.) foi pensada numa perspectiva diferente daquela defendida pelos preceitos atuais da Educação Matemática, quer seja, considerar cada vez mais o estudante como sujeito/ator principal do seu próprio aprendizado. No entanto, apesar de dificuldades como essas, o trabalho com essa metodologia contribuiu tanto para o aprendizado dos alunos quanto para nós, acadêmicos em formação inicial de futuros professores de Matemática. Além disso, pudemos perceber que houve engajamento e participação dos alunos no desenvolvimento das tarefas, valorizaram o próprio trabalho como também o trabalho e discussões em grupo. Ressalta-se a importância de que os futuros professores vivenciem experiências como essa já na formação inicial, no sentido de experimentarem as estratégias metodológicas de ensino e aprendizagem já em ambientes nos quais irão atuar, ambientes complexos e para os quais deve ser pensada a profissionalização docente.

Foi interessante para nós analisar a maneira com que os alunos resolveram a questão apresentada nesse relato, que é um problema sobre macieiras e pinheiros, visto que, além de determinar as fórmulas para o cálculo das quantidades de cada árvore, o aluno também precisa igualar ambas as expressões e resolver uma equação polinomial incompleta de 2º grau em busca de uma incógnita. Apesar desse conceito não ter sido mobilizado pelos alunos, nós, Pibidianos, o apresentamos e discutimos com eles. Além disso, introduzimos o conceito de Funções, comentando sobre gráficos, variáveis dependentes e independentes. Esse problema proposto, portanto, nos permitiu observar essa complementaridade entre as abordagens da generalização de padrões, de equações e da Resolução de Problemas.

Concluímos dizendo que, apesar dos problemas que podem ocorrer quando há uma mudança para uma estratégia de ensino que privilegia a participação ativa do aluno, essa

---

[4] Nosso entendimento no presente texto para o termo "tradicional" seriam as aulas que não valorizam o diálogo, a criticidade e a criatividade, mas se centram no pensar do professor. Dentre essas aulas, as mais comuns seriam aquelas que se iniciam pela definição/fórmula matemática, seguindo por um exemplo e exercícios para que o aluno repita o processo. Tal característica difere quando adotamos a Resolução de Problemas como uma estratégia metodológica para o ensino.

experiência foi bem sucedida e construtiva para nós acadêmicos e também para os alunos envolvidos. Deixamos, por fim, uma reflexão para todos os responsáveis pela organização de avaliações como o PISA, para além dos questionamentos políticos já existentes quanto à legitimidade dessas ações: é preciso promover o diálogo entre as formações iniciais, continuadas e tais avaliações, no sentido de que não haja tanta discrepância entre o que se faz cotidianamente nas aulas de Matemática com as exigências impostas nesses testes aos estudantes, para que esses não sejam “pegos de surpresa” com estratégias, conteúdos, linguagens para as quais não se sente preparado.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas**. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, Ano XXXIII, n.55, p.1-19, jul./dez. 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. "**Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) Matemática** – Terceiro e Quarto ciclo do Ensino Fundamental" – Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **PISA 2000:** relatório nacional. Brasília, 2001. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/internacional-novo-pisa-resultados>. Acesso em 15 dez 2017.

BRASIL. **Portaria 096, de 18 de julho de 2013**. Regulamento do programa institucional de bolsa de iniciação à docência. Brasília, DF. 2013. Disponível em: <https://www.capes.gov.br/images/stories/download/legislacao/Portaria_096_18jul13_AprovaRegulamentoPIBID.pdf> Acesso em 06/10/2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 13 de novembro de 2019.

BROUSSEAU, G. Le Contrat didactique: Le Mileu**.** In: **Recherches en Didactique des Mathematiques**, nº 9 (3), p. 309-336. 1988.

D'AMBROSIO, B.S. **A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático.** Miami University: Ohio, EUA. 2009. 7 p.

DEWEY, J. (1933). **How we think**: A Restatement of the Relation of Reflective Thinking to the Educative Process. Boston: D.D. Heath & Company.

KRULIK, S. Y., RUDNICK, J. A. **Problem-Driven Math:** Applying the Mathematics Beyond Solutions. Chicago, IL: Wright Group/ McGrawHill, 2005.

LUCKESI, C.C. **Avaliação da aprendizagem escolar:** estudos e proposições. 12. Ed. São Paulo: Cortez, 2002.

MEDEIROS, K.M. O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala De Aula. **Educação Matemática em Revista**, n. 9/10, abr. 2001.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston: Library of Congress Cataloguing, 2000.

ONUCHIC, L R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas**.** In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. 2.ed. São Paulo: Cortez, 2005.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas:** teoria e prática. Paco Editorial. Jundiaí. 2014.

ONUCHIC, L.R., ALLEVATO, N.S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, L.R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas**.** In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções & Perspectiva. São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. DCE **- Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná** – Disciplina de

Matemática e EJA - Curitiba: SEED/2006.

POLYA, G. **A Arte de resolver Problemas**. Editora Interciência, Rio de Janeiro, 2006.

ROMERO, D. D. **O ensino da Matemática através da Resolução de Problemas**. Disponível em: http://livrozilla.com/doc/1567368/o-ensino-da-matem%C3%A1tica-atrav%C3%A9s-da-resolu%C3%A7%C3%A3o-de-problemas. Acesso em: 13 de novembro de 2019.

SCHASTAI, M. B.; PEDROSO, S. M. D. A resolução de problemas ainda é um problema? In: ENEM, X, 2010, Salvador. **Anais**. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem. Acesso em: novembro, 2019.

SHIMIZU, Y. **Problem Solving as a Vehicle for Teaching Mathematics:** A Japanese Perspective, en Lester, Jr, F. K. (Ed.): **Teaching Mathematics through Problem Solving.** Prekindergarten Grade 6, 205-214. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 2003.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. WU, H. Fractions, decimals, and rational numbers.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. New York:, 4ª edição, Logman, 2001.

VAN DE WALLE, J. A; LOVIN, H. L. **Teaching Student-Centered Mathematics**. New York: Pearson, 2006.

ZANIN, A. C. **Estatística e Problemas de Contagem no Ensino Fundamental.** Disponível em:<http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/m_cur/mc05.pdf>. Acesso em 05/12/2017.

Submetido em março de 2019.
Aprovado em novembro de 2020.

Tailine Audilia de Santi

Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Paraná (Unespar). Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro, SP, Brasil. ID Lattes: 9280225395058314.

Contato: tailine1998@gmail.com.

Fábio Alexandre Borges

Doutorado em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Docente da Universidade Estadual do Paraná (Unespar), Campo Mourão, PR, Brasil. ID Lattes: 6339328194070311. Orcid ID: 0000-0003-0337-6807.

Contato: fabioborges.mga@hotmail.com.

Caio Juvanelli

Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Paraná (Unespar). Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, PR, Brasil. ID Lattes: 6637078675056639. Orcid ID: 0000-0002-5171-9731

Contato: caio.juvanelli@hotmail.com.

Vinícius Oliveira Romano da Silva

Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Paraná (Unespar). Professor do Centro de Educação Santa Rita (Cedus), Campo Mourão, PR, Brasil. ID Lattes: 6339328194070311. Orcid ID: 0000-0003-0337-6807.

Contato: vinyromano12@gmail.com.