

ENSAIOS SOBRE COMPREENSÕES EM MATEMÁTICA EM PERSPECTIVAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE PERCUSSIVA DE ATIVIDADES AO ZAPEAMENTO

ESSAYS ON UNDERSTANDING IN MATHEMATICS IN PROBLEM SOLVING PERSPECTIVES: A PERCUSSIVE ANALYSIS FROM ACTIVITY TO ZAPPING

LEAL JUNIOR, Luiz Carlos¹
ONUCHIC, Lourdes de la Rosa²

RESUMO

Considerando diversos modos e diversificados elementos que compõem práticas de Resolução de Problemas, este trabalho vem dedicar-se a analisar alguns pressupostos que são engendrados e mobilizados nessas práticas e, objetiva-se, através de um estudo analítico do discurso, evidenciar discursos que permeiam e são permeados, potencializam e são potencializados pelo funcionamento de práticas, teorias, teorizações e outros discursos sobre a Resolução de Problemas, além de suas aproximações e distanciamentos. Assim, procedeu-se à análise do discurso pautada pela arqueogenealogia em Michel Foucault para articulação desta composição discursiva. A Resolução de Problemas, então, vem a encaixar-se em diversos cenários e em muitas perspectivas, desde uma metodologia a uma filosofia, além de poder aliar elementos essenciais aos acontecimentos do cenário escolar, como ensino e aprendizagem, mas também funcionar como um agenciamento de um em outro. Nessa esteira, torna-se interessante olhar outros elementos para poder diferenciá-las ou aproximá-las, em termos de práticas, visando a transformação do território e dos atores que a praticam.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Ensino e Aprendizagem de Matemática. Prática Educacional em Matemática. Arqueogenealogia.

ABSTRACT

Considering diverse ways and diverse elements that compose Problem Solving practices, this work is dedicated to analyze some theoretical tenants that are engendered and mobilized in these practices and, through an analytical study of the discourse, aims to point out discourses that permeate and are permeated, potentiate and potentialized by the running of practices, theories, theorizations and other discourses on Problem Solving, in addition to their engagements and distancing. Thus, it proceeded to the discourse guided by archaeogenealogy in Michel Foucault to articulate this discursive composition. Problem Solving then takes place in a lot of settings and in many perspectives, from a methodology to a philosophy, as well as linking elements essential to events in the school setting, such as teaching and learning, besides to be agency of one in other. However, in terms of practices, it becomes interesting to look at other elements in order to differentiate them or approach them to transform the territory and the actors who practice it.

Keywords: Problem Solving. Teaching and Learning of Mathematics. Educational Practice in Mathematics. Archeogenealogy.

1 INTRODUÇÃO: INICIANDO UMA TRAJETÓRIA

Diversas perspectivas de práticas em torno de Resolução de Problemas vêm se mostrando no âmbito educacional, não só da matemática, mas em outros campos. Entretanto, com respeito à

¹ Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Docente do Instituto Federal de São Paulo (IFSP), Sertãozinho, SP, Brasil. Endereço eletrônico: luizleal@ifsp.edu.br.

² Doutora em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Docente da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, Brasil. Endereço eletrônico: Ironuchic@gmail.com.

Educação Matemática, há muitas vertentes que procuram abordar o tema Resolução de Problemas ou resolução de problemas. Atualmente vemos propostas didáticas e/ou pedagógicas de Resolução de Problemas, resolução de problemas³, proposição de problemas, problematização, modelação, Modelagem Matemática, solução de problemas, exploração de problemas, Investigação Matemática etc. Não há dúvidas que são propostas educacionais distintas e que se faz necessário, para nossa Análise do Discurso, não apenas focarmos sobre a nomenclatura, mas, sobretudo, na essência de cada uma delas.

No trabalho de pesquisa de Leal Junior (2018) temos exposto o que vem sendo pensado sobre algumas destas concepções e, assim, queremos destacar que uma das possibilidades que estão mais latentes em nossa pesquisa é a extrema confluência entre as propostas de Resolução de Problemas e problematização, posto que elas têm sido analisadas e trabalhadas, discursivamente, através de relações de necessidade e suficiência, onde uma caracteriza a outra. Há uma relação de idiosincrasia entre elas, o que é diferente daquilo que acontece com a resolução de problemas, como atividade nuclear.

Aqui, trazemos o discurso de um dos pesquisadores que entrevistamos, o qual chamaremos, logo a seguir, de P01, que propõe considerar a relação existente entre a Resolução de Problemas e a Filosofia da Educação Matemática, referindo-se a uma proposta pedagógica e não a uma atividade e, por tal motivo, propõe reconhecer e diferenciar a multiplicidade de enunciados acerca de resolução de problemas pela terminologia problematização. Outros trabalhos como o de Wikler (1974) trabalham nesse sentido, o de relacionar estas duas regiões de inquérito, evidenciando que a filosofia é uma prática de Resolução de Problemas, como vimos discursando nos trabalhos do GTERP⁴ e vimos dando continuidade, também, nos estudos do GPEMS⁵. Para este pesquisador, este tema é interessante do ponto de vista de potencialidades. E, prega-o ao dizer:

Bom, mas existe uma diferença entre o que vocês chamam de resolução de problemas de um problema, claro, tem várias maneiras de conceber problema, normalmente as pessoas quando estão trabalhando o domínio da matemática, encaram os problemas como um grande tema ou uma grande unidade do programa de matemática. Enfim, a palavra usada no mundo escolar remete a uma situação muito específica da matemática, como se só a matemática lidasse com problemas, e com determinados tipos de problemas que a gente costuma chamar de “problemas de matemática”. Mas isso já remete a uma diferença no uso que faço da palavra problematização em relação às perspectivas de resolução de problemas, porque a problematização me remete, digamos assim, a uma postura filosófica (Pesquisador P01) (LEAL JUNIOR, 2018, p. 105).

Essa vertente de problematização pode ser considerada uma ponte entre as regiões de inquérito que são mote de nossa pesquisa. Esta visão é confluyente com a do Pesquisador P02, quando visa uma ligação entre elas, ou seja, que ligue diretamente a Resolução de Problemas à Filosofia da Matemática e ao Ensino de Matemática, “em muitos aspectos, eles são os mesmos. De

³ Aqui, a expressão resolução de problemas refere-se ao ato de resolver problemas ou situações-problemas, algo que pode ser esporádico ou momentâneo, uma atividade de cunho recognitivo e puramente heurístico, que vise à exploração pontual de problemas matemáticos. Já a expressão Resolução de Problemas diz de uma prática institucionalizada ou um movimento educacional, algo que acontece em atividades e perpassa todo um movimento educacional e, por sua vez, ultrapassa os limites impostos pelo tempo e pelo espaço, *extravassando* as paredes da escola, problematizando a vida de alguma forma.

⁴ Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas vinculado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro.

⁵ Grupo de Pesquisa de Educação, Matemática e Subjetividades do Instituto Federal de São Paulo – Campus Sertãozinho.

fato, a ‘resolução de problemas’ é uma das muitas posições ou focos de atenção para professores nas salas de aula” (Pesquisador P02) (LEAL JUNIOR, 2018, p. 108, tradução nossa).

Essa ideia relaciona-se bem de perto com muitas concepções e pressupostos do GTERP. Percorrer linhas que vão do interacionismo (como proposto por Vygotsky) ao conexionismo, do construtivismo ao sociointeracionismo, da Teoria Crítica à Teoria Histórico-Cultural entre outras e nos dois sentidos, o que é algo interessante para nosso grupo, uma vez que nos permite visualizar os acontecimentos de forma menos engessada.

1.1 Itinerário de pesquisa: à guisa de metodologia

Esta pesquisa é uma compilação da tese de doutorado de Leal Junior (2018), onde o autor fez uma pesquisa analítico-pragmática pautado pela Arqueogenealogia com base na Filosofia de Michel Foucault acerca de discursos sobre Resolução de Problemas e seus pressupostos teórico-filosóficos como uma análise do discurso. Nossa interrogação para este trabalho é: Como concepções teóricas acerca de práticas de Resolução de Problemas têm influenciado o trabalho didático-pedagógico na visão de pesquisadores em Educação Matemática? Essas concepções são algumas daquelas que o autor supracitado trouxe para compor sua tessitura, e outros discursos podem ser encontrados na mesma referência.

De saída, faz-se necessário pensarmos sobre o que é fazer esta arqueogenealogia e como ela implica nessa cartografia. Contudo, destacamos que a cartografia não é o objeto primeiro da análise discursiva pretendida, ela se mostrou como um dos resultados possíveis para se olhar para nossa questão de pesquisa. Decorrente de Foucault (1999, 2014, 2015) e Veiga-Neto (2011), a arqueogenealogia é um movimento de pesquisa, enquanto que a arqueologia e a genealogia não se dão como movimento, elas atuam sobre corpos e sobre as práticas que envolvem estes corpos. A arqueologia foucaultiana é uma forma de estudos e pesquisas que atua sobre os discursos de forma analítica, ela se dedica à relação ser-discurso à análise do discurso. No segundo campo, o da genealogia enquanto ato de pesquisar, ele está estabelecido em torno da relação poder-saber, vai em busca de entender a constituição do sujeito da ação sobre outros. Fará isso interrogando e problematizando o surgimento de algo relacionando saber e poder.

No último campo que compõe a arqueogenealogia, aquele da ética, que é atravessado por influências dos primeiros campos e centrado na relação ser-consigo, ou no cuidado de si, visa compreender o sujeito da ação sobre si. Nesse movimento, problematiza-se a própria subjetividade e, por isso, muitos autores de estudos foucaultianos preferem falar de três domínios de Foucault, mas, isso não será nosso foco.

Em nosso trabalho, bem como no de Leal Junior (2018) os discursos que nos dispusemos a analisar, seus enunciados, enunciações e dizibilidades são decorrentes de um questionário aberto enviado a pesquisadores nacionais e internacionais do tema que foram bastante referenciados em pesquisas apresentadas nas três primeiras versões do Seminário de Resolução de Problemas, realizados na UNESP, e nos proceedings do XIII ICME – International Congress of Mathematics Education – realizado na Alemanha. As perguntas-chave da pesquisa que enviamos aos pesquisadores foram colocadas conforme Quadro 1.

Quadro 1: Perguntas-chave feitas a pesquisadores

- 1: Segundo sua perspectiva, o quê ou com o quê as teorizações sobre a Resolução de Problemas têm contribuído para se pensar a Educação Matemática?
- 2: Como nós educadores/pesquisadores poderíamos trabalhar a matemática em sala de aula pautados por princípios ou proposições advindas da Resolução de Problemas? Você pode dar um exemplo?
- 3: Como você percebe, através de pressupostos da Resolução de Problemas, questões como: A sala de aula de matemática; conhecimento matemático; ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática; sociedade; e conceitos?
- 4- Você percebe alguma relação entre Filosofia da Educação Matemática e Resolução de Problemas?
- 5- Que outras considerações você poderia fazer sobre Resolução de Problemas e Filosofia da Educação Matemática?

Fonte: Autores.

As questões presentes no Quadro 1 remontam a uma percepção relacional entre Resolução de Problemas e Filosofia da Educação Matemática, o que nos foi posto propositadamente, pois, segundo Leal Junior (2018), é um campo de estudos que reflete muitos dos pressupostos que permeiam práticas de Resolução de Problemas e da própria Educação Matemática. Os pressupostos dessa prática nem sempre estão explícitos em trabalhos de pesquisa acerca do tema e, pelo fato de a Filosofia se dispor a trabalhar questões em torno de pressupostos, ela traz à tona alguns deles que são fundamentais para se entender a essência que perpassa tais práticas.

Não estamos interessados, principalmente, na identificação dos sujeitos entrevistados, pois não nos interessa focar no sujeito depoente nem de sua interioridade essencial, em sua identidade, ou da captação superficial de sua verdade, pois esse sujeito consiste em uma fabricação da modernidade, mas queremos focar em suas dizibilidades. Posto que o discurso, em Foucault, apresenta-se como um “campo de regularidade para diversas posições de subjetividade”, que nos permite buscar “na rede de discursos, os fios que constituíram, em uma trama histórica, a produção de sujeitos”, como destacam Souza e Fonseca (2010, p. 44). Todavia, informamos que trabalhamos com discursos de dez pesquisadores de países como Brasil, Canadá, Estados Unidos, Reino Unido e Alemanha, que serão denominados de P01, P02,..., P06, além dos pesquisadores citados nos proceedings do ICME e dos pesquisadores Kilpatrick, Liljedahl, Allevato e Onuchic que nos enviaram trabalhos autorais que poderiam responder ao nosso questionário e, por isso, serão postos nomeadamente nesta análise discursiva.

Assim, analisando práticas de Resolução de Problemas, evidencia-se que ela não visa trabalhar sob as imposições sistemáticas que se lhe colocam, mas miná-la a ponto de que não resista às tensões produzidas e uma nova proposta educacional de ensino, de aprendizagem e de avaliação emergjam focando no que deve ser aprendido em detrimento do que deve ser ordenadamente ensinado. Uma vez que as imposições de conteúdos estão postas a fim de permitir apenas a circulação de algumas políticas de verdades, ou seja, que apenas alguns conteúdos sejam veiculados. Dessa forma, é mister pensarmos estes atos, essas políticas e todos os outros elementos desses campos a partir de outros territórios que não aquele da sala de aula, da escola, ou de um campo restritivo, mas como propõe a arqueogenealogia, precisamos desterritorializarmos para poder ver a gama de forças, valores e problemas que permeiam este sistema.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ALGUMAS VISÕES

Trabalhos do GTERP perpassam a visão de treinamento, subjetivação e objetivação dos estudantes, onde se procura conceder à Resolução de Problemas um pano de fundo mais construtivista, construcionista e/ou interacionista, onde os aspectos supracitados são considerados, embora não sejam supervalorizados. Assim, alargam-se suas práticas e seus desdobramentos. O que proporciona uma estrutura processual bem mais complexa, uma vez que entram em cena o sujeito e os objetos de seu conhecimento, os valores, o próprio conhecimento e a sociedade.

Elas são próximas quando tomam como base a conceitualização da Matemática através da problematização, quando enfatizam a prática da Matemática como um movimento educacional que pretende distanciar-se do tradicionalismo, das aulas expositivas e enciclopédicas, e que valorizem posturas passivas de alunos e professores diante do sistema. Em qualquer uma das posturas de Resolução de Problemas abordadas, todas elas admitem potencializar a produção do conhecimento matemático e, de forma intencional, desenvolver modos e maneiras de trabalhar efetivamente essa prática de forma contextualizada social, cultural e historicamente.

Elas são diferentes, quando da efetivação da prática de Resolução de Problemas, posto que ela acontece, segundo Leal Junior e Onuchic (2015), na multiplicidade da sala de aula, na singularidade de cada grupo e de cada sujeito, que carregam consigo anseios e interesses diferentes. Isso tudo de forma bastante emblemática, pois o que as aproxima também se baseia na intencionalidade e regionalidade da prática, e o que as diferencia é exatamente o contexto social, histórico e cultural onde a mesma ocorre, posto que é ele quem determinará como dar-se-á a Resolução de Problemas em termos de empiria e de experimentação e, sobretudo, como acontecerá a produção do conhecimento.

Uma abordagem puramente heurística, baseada em treinamentos, não consegue dar conta da tomada de consciência dos estudantes para os processos de construção do conhecimento matemático e, muitas vezes, reside aí a razão de os mesmos não conseguirem explicar como, de fato, resolveram o problema. Acabam tornando-se incapazes de expressar e acessar os processos de autorregulação e metacognitivos, o pensar-em-alta-voz, que faz parte da aprendizagem matemática, pois não conseguem relatar nem sequer como aprenderam a resolver tais problemas, apenas resolveram de forma mecânica. Essa vertente de Resolução de Problemas é uma forma de praticar-se um movimento educacional insubordinado ao tradicionalismo, o qual é objeto dos estudos do GTERP, que tem amparo no sociointeracionismo enquanto interação entre estudantes em trabalhos colaborativos e entre professor-alunos em trabalhos cooperativos, como propõem Leal Junior e Onuchic (2015).

A respeito do pensar-em-alta-voz, trata-se de um conceito proposto pelos autores supracitados, em que esse conceito atravessa a proposta de trabalho através da Resolução de Problemas e entende-se que ela se comporte como uma atividade cognitiva, em que o estudante narra como aprendeu ou como aprendeu a aprender, que diz respeito ao/a movimento/atitude que se configura por meio da autorregulação e da metacognição no âmbito de uma prática sociointeracionista voltada para o Ensino-Aprendizagem. É um conceito cunhado pelos autores desse grupo que se diferencia do pensar-em-voz-alta, que diz de uma atividade de leitura, reconhecimento, simples percepção, atividade de introspecção ou exposição do que se pensa de maneira audível, como muito se percebe em materiais de cunho psicológico que tratam do assunto.

Mantendo-nos um pouco mais sobre algumas considerações construtivistas acerca de Resolução de Problemas, P03 vem dizer que o trabalho e a prática em sala de aula de Matemática

podem evoluir, melhorar e tornar-se potente a partir do trabalho com Resolução de Problemas. Esse pesquisador se vale de estudos e pesquisas do Mathematics Assessment Project, Teaching for Robust Understanding – TRU Framework⁶. Esse pesquisador aponta que tanto a compreensão como a aprendizagem estão relacionadas ao ensino e, para que essas atividades cognitivas ocorram de forma plena, com bons resultados, dependerá em muito da composição do cenário educacional, como a sala de aula, motivação dos alunos, disposição docente e meios/instrumentos de aprendizagem.

Aqui, compilamos os conceitos e as ideias expressas sobre o TRU englobando uma tradução, pois como apontado pelo pesquisador P03, são itens caros à Educação Matemática com uma proposta filosófica que permeia, também, a Resolução de Problemas e tem sido bastante influente em pesquisas nos EUA e, em especial, em sua própria pesquisa. A primeira dimensão diz do conteúdo, ou seja, do grau em que as estruturas de atividade de sala de aula estão estruturadas e como elas oferecem oportunidades para que os alunos se tornem pensadores disciplinares conhecedores, flexíveis, criativos e engenhosos. As discussões são focadas e coerentes, proporcionando oportunidades para aprender ideias, técnicas e perspectivas disciplinares, fazer conexões e desenvolver hábitos disciplinares produtivos de mente.

Em segundo lugar, vem a demanda cognitiva, que versa sobre as oportunidades de os alunos lidarem com o fazer/produzir sentido a partir de importantes ideias disciplinares (nesse caso, referentes à matemática) e seus usos. Nessa dimensão, os alunos aprendem melhor quando são desafiados de maneiras que proporcionam tempo, espaço e apoio para o crescimento, com o nível de dificuldade das tarefas variando de moderado a exigente. O nível de desafio deve ser compatível para o que tem sido chamado de “luta produtiva”⁷.

Em terceira posição, vem a dimensão referente ao acesso equitativo ao conteúdo, que se refere ao grau em que as estruturas de atividade de sala de aula convidam e promovem o envolvimento ativo de todos os alunos na sala de aula com o conteúdo disciplinar principal sendo abordado pela classe. As salas de aula em que um pequeno número de alunos obtém a maior parte do “tempo de ar” – folga – não são equitativas, não importa quão rico o conteúdo: todos os alunos precisam estar envolvidos de maneiras significativas.

A quarta dimensão diz daquilo que Leal Junior e Onuchic (2015) vêm falando, do agenciamento, autoridade e identidade. Isto é, a palavra agenciamento tem o intuito de colocar o estudante em contato com objetos do conhecimento e fazê-lo pensar sobre o que pode ser construído a partir de algumas problematizações. A isso é chamado por esses autores de agenciamento, fazer, agenciar, fomentar, patrocinar a produção de sentidos por parte do próprio

⁶ Disponível em: <http://map.mathshell.org/trumath.php>. Acesso em 27/04/2017.

⁷ Os pesquisadores usam o termo “demanda cognitiva” para descrever o nível de dificuldade, em relação ao que eles sabem, do trabalho que os alunos são convidados a participar. O objetivo é encontrar um meio termo, uma situação de equilíbrio, onde os alunos têm oportunidades de construir sobre o que eles conhecem e ampliar seus entendimentos atuais. A fim de dar sentido ao conteúdo, tornando-o rico, os alunos precisam se engajar em “luta produtiva” (STEIN; SMITH, 1998; HESS, 2006). Um esquema amplo para pensar em diferentes níveis de desafio é a estrutura de profundidade de conhecimento (DOK) de Webb (1997, 2002), que identifica quatro níveis de DOK: Recuperação e Reprodução, Competências e Conceitos, Pensamento Estratégico e Raciocínio, cf. Hess (2006). Em vários momentos, os alunos precisam se engajar em todos esses níveis. Quando os alunos experimentam dificuldade em lidar com questões complexas, ou encontram-se presos nos problemas, há uma tendência para os professores de reduzir a demanda cognitiva e, assim, privar os alunos de oportunidades de luta produtiva e de fazer sentido (HENNINGSEN; STEIN, 1997). O desafio para a instrução em todas as disciplinas é fornecer esclarecimentos e outro apoio (por exemplo, aconselhamento heurístico, levantando questões, sugerindo abordagens) sem dizer aos alunos exatamente o que fazer, mas a todo tempo problematizar, o que não é fácil (SCHOENFELD; TRU, 2016, p. 5).

aluno visando contribuir para conversas sobre ideias disciplinares que contribuam para o seu desenvolvimento de agência – A vontade de se engajar. A questão em torno da palavra identidade é bastante problemática, mas ela está relacionada sobre a posse sobre o conteúdo.

O desenvolvimento de identidades positivas, como pensadores e aprendizes, é questão nessa dimensão, pois tem a ver com como o aluno se vê diante da construção de seu conhecimento e como age nesse processo. Essa dimensão fala sobre a identidade formada pelo próprio aluno ao perceber suas potencialidades nesse processo.

A questão referente à palavra autoridade⁸ corresponde a uma propriedade evocada pelo pesquisador P03, mas ela quer dizer que, após muito se pensar sobre um conceito, um problema ou conteúdo o aluno tenha desenvolvido ideias e pensamentos relacionados que possam conduzi-lo a uma resolução, ou que esse construto tenha lhe permitido produzir sentido para o que tem feito, o que é diferente de quando um aluno tem apenas que aceitar a autoridade externa de alguém que saiba resolver o problema e diga-lhe como proceder, ou ainda, que resolva para ele.

Enfim, a quinta dimensão é um fator bastante importante e pouco discutido em propostas educacionais baseadas em Resolução de Problemas. O GTERP tem se debruçado sobre essas questões e, de acordo com o proposto por P03, entendem que a avaliação formativa se dá na medida em que as atividades de sala de aula suscitam o pensamento do aluno, promovem interações subsequentes e respondem a essas ideias. Tal avaliação atua sobre as ideias iniciais e fomenta o desenrolar de equívocos conceituais que tenham se formado no processo de resolução de problemas, se este for o caso.

Trata-se de um processo avaliativo holístico, que acontece durante o desenvolvimento do processo de produção do conhecimento, nas interações da sala de aula e nas percepções dos atores do cenário da sala de aula. Dessa forma, a TRU, enquanto uma educação potencializadora, “encontra os estudantes onde estão” (SCHOENFELD; TRU, 2016, p. 11) e dá-lhes oportunidades de aprofundar seus entendimentos. O Pesquisador P04 aponta que

A Resolução de Problemas evoluiu passando de ser um dos objetivos da Educação Matemática para ser uma metodologia de ensino, depois para uma metodologia de ensino e aprendizagem, em seguida para uma metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação. Por fim, a Resolução de Problemas como uma forma de Filosofia da Educação Matemática. Assim, em seu desenvolvimento a Resolução de Problemas aproximou-se de uma Filosofia da Educação Matemática e isso é essencial para se analisar, refletir e avaliar a Educação Matemática. Questões, tais como: o valor do conhecimento matemático no processo educativo; seus objetivos; quais conteúdos ensinar; como ensinar; como avaliar, entre outras, podem ser discutidas e mostrar uma matemática significativa para os estudantes. (Pesquisador P04) (LEAL JUNIOR, 2018, p. 112).

Nessa esteira, os trabalhos de P04 e de Onuchic e Allevato (2011), bem como de alguns outros pesquisadores do GTERP, têm bastantes aproximações, posto que ao considerar o Ensino-Aprendizagem-Avaliação os atores do cenário de pesquisa e educativo devem ter em mente que esses três elementos ocorrem simultaneamente, ou seja, “enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção do

⁸ Não pensamos que ela seja a melhor tradução para *ownership*, palavra utilizada no original, mas desenvolvemos, então, a compreensão do que os autores quiseram destacar com essa terminologia no corpo do texto.

conhecimento”. Tal forma de trabalho do aluno torna-se resultado de processos de pensamento sobre questões matemáticas, levando o aluno a “elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

Esta fonte pode ser considerada a mola propulsora de nossa intencionalidade a partir da tese de Leal Junior (2018), a qual tem mostrado muitas possíveis conexões entre o que praticamos e o que outros grupos e comunidades têm praticado.

Segundo Bruder (2000, 2005), o processo de resolução de problemas com um fim em si mesmo pode enfraquecer qualquer prática e filosofia subjacente que vise atuar sobre a aprendizagem podendo ser apenas compreendido pela metodologia. Dessa postura de trabalho com problemas, a autora infere que as competências matemáticas de resolução de problemas são adquiridas através da promoção de manifestações de agilidade mental (redução, reversibilidade, atenção aos aspectos e mudança de aspectos), o que pode ser alcançado com consciência dos atos em busca do heurismo adequado. O que se contrapõe à heurística por si mesma, uma vez que se propõe a estudar os efeitos dessas últimas.

Sobre isso, Collet e Bruder (2008) propõem os princípios que sustentam uma pedagogia pautada por heurismos, os quais pregam que aprender a resolver problemas é um processo de ensino e de aprendizagem de longo prazo, que abrange basicamente quatro fases, quais sejam: (1) Familiarização intuitiva com métodos e técnicas heurísticas; (2) Tomar consciência de heurismos especiais por meio de exemplos proeminentes (estratégia de aquisição explícita); (3) Fase de prática consciente curta para usar as heurísticas recém-adquiridas com tarefas de dificuldades diferenciadas; e, (4) Expandir o contexto das estratégias aplicadas.

Resumidamente, essa concepção está bem próxima daquelas praticadas no Brasil, inclusive de uma postura de Modelagem Matemática, podendo ser esta última parte integrante da Resolução de Problemas ou, ainda, que a resolução de problemas seja parte constitutiva dos processos que circundam a primeira. Mas isso, torna-se válido desde que o professor se disponha a inventar e modelar os problemas, tornando-os interessantes e contextualizados aos alunos. Contudo, a relação resolução de problemas – Modelagem Matemática – Resolução de Problemas é bastante passível de discordância e nada consensual, necessitando adentrar por suas bases teóricas para compreender como se sustentam ou como se distanciam (MACHADO, 2006; SOUSA; ALMEIDA, 2017).

Na primeira fase, intenta-se uma familiarização ou contextualização das heurísticas com os alunos por meio de um processo intuitivo de impulsos e perguntas ou perguntas e respostas; na fase seguinte procura-se estabelecer um modelo de resolução para o problema, nomeadamente, para enfatizar a tomada de consciência daquele processo; a terceira fase tem por objetivo certa familiarização com os novos heurismos e a experiência de competência através da prática individualizada em diferentes níveis de exigência, como a promoção de tarefas de casa; enfim, a quarta fase visa à flexibilidade através da transferência para outros conteúdos e contextos, além de potencializar, cada vez mais, o uso e aplicação dos heurismos recém-adquiridos, de modo a agregar aos modelos de resolução de problemas já apreendidos (BRUDER; COLLET, 2011).

Há muitos trabalhos que relacionam estes campos já institucionalizados de pesquisa em termos de suas principais características. Não obstante, não há consenso sobre formas de relacionamentos e concepções, mas há aqueles que procuram olhar de perto para os elementos constituintes desses campos e trabalhar em cima das tangências e confluências, embora nos seja interessante também olhar para as divergências e como esses entes que tencionam as práticas,

evidenciando muitos pressupostos e permitindo avançar sobre as potencialidades subjacentes a qualquer prática relacionada.

A perspectiva supracitada aproxima-se, em termos, de ações-orientadas e metodologias pedagógicas, ou até mesmo de uma Didática da Matemática, uma vez que se dispõe a trabalhar conteúdo e treinamento via problemas de Matemática, como se pode evidenciar nos depoimentos de alguns pesquisadores daquela tese de doutorado. A partir de onde, pode-se evidenciar processos de mediação e questionamentos como forma de dirigir a resolução dos alunos, onde pode ser enfatizada a relação interpessoal na formação das respostas e relacionamentos na sala de aula. O fato de o professor questionar, e também sugerir uma linha de pensamento ao aluno, não permite que o mesmo crie suas próprias resoluções enquanto um processo inaugural de pensamento, mas facilita o trabalho docente no momento de discussão das respostas encontradas pelos estudantes, que convergem para uma mesma solução correta, aquela almejada pelo docente antes mesmo da oferta do problema, ideia esta que corrobora a proposta de D'Amore (2007).

As heurísticas realizadas em classe parecem seguir um mesmo fluxo, pelos motivos que destacamos acima. Mas, nessa perspectiva, os sujeitos pesquisadores expõem que o aluno pode, sim, a despeito das sugestões do docente, criar suas próprias heurísticas, e que esse procedimento é enfatizado e estimulado nas tarefas. Os autores afirmam que a partir de perguntas básicas com uma formulação prototípica, os estudantes podem sempre ter a oportunidade de encontrar seus próprios heurismos, mesmo que em salas de aula o docente possa valorizar aquele que, de antemão, tenha previsto ou ensaiado, algo bastante relacionado à proposição e formulação de problemas, como estudado pelo GTERP e proposto por Carrillo Yanes (2018).

Eles advertem, ainda, que para muitos estudantes, a aplicação de abordagens heurísticas não acontece de forma automática, uma vez que dependem da interpretação do problema para ativação da autorregulação de aspectos metacognitivos da aprendizagem, que nem sempre são alcançados em uma aula, segundo Lester e Garofalo (1989) e Collet e Bruder (2008). Seguindo o trabalho da pesquisadora alemã nos Topic Survey, vem o trabalho do pesquisador canadense Peter Liljedahl, que versa sobre a Resolução de Problemas criativa, em um tom de tensão para com o apresentado até o momento – a matemática como descoberta –, posto que este pesquisador tem uma postura diferenciada a respeito dos matizes que fundamentam a Resolução de Problemas, e que comprovam que a mesma é um campo multifacetado no âmbito educacional.

Uma das tensões encontra-se já no início da escrita desse pesquisador, na medida em que constrói sua articulação discursiva sobre heurísticas. O pesquisador canadense coloca que Arquimedes, ao submergir na banheira em busca de uma solução para seu problema, não tomara consciência de quaisquer processos de resolução de problemas, não tinha em mente processos de osmose, memorização, imitação, cooperação ou reflexão como proposto em Kilpatrick (2017), nem tampouco baseou-se em redução, reversibilidade, atenção a aspectos, mudança de aspectos e transferência, como abordado por Bruder (2000), os quais podem ser associados a processos psicogenéticos de Piaget ou de funções superiores em Vygotsky ou, ainda, em alguns outros desdobramentos dessas teorias.

Arquimedes somente pensava em como resolveria seu problema, buscava algum insight ou alguma iluminação súbita para isso. Para Liljedahl et al. (2016), os princípios heurísticos ou de heurismos não participam da resolução de problemas, podendo apenas ser encontrados ou presenciados nas análises que se fazem dessa atividade. O que se relaciona, de alguma forma, à tomada de consciência ou não dos processos cognitivos que ocorrem durante a Resolução de Problemas. Isso face às propostas docentes que, em muito, também não têm noção de tais

conceitos que ficam à mercê, apenas, das pesquisas que pouco se aproximam das práticas em sala de aula.

Enfatiza ainda o autor supracitado que tomar consciência desses processos não ajudaria Arquimedes a resolver o problema, o que levanta o paradigma de que a resolução de problemas acontece de forma inconsciente durante seu desenvolvimento, ou seja, os sujeitos não têm consciência do que, de fato, acontece-lhes na mente para buscar uma resolução, mas buscam satisfazer-se diante de um problema que lhes foi proposto, apelando para meios e conhecimentos que lhes estejam acessíveis. Afirma ainda que esse parece ser o cenário mais aceito pelos matemáticos quando se fala de resolução de problemas, divergindo drasticamente da opinião de educadores matemáticos que se dedicam à Resolução de Problemas.

Entretanto, essa polissemia é devido a concepções adversas de problema. Realmente há muitas definições para esse conceito. Todavia, diferentemente do que ocorre no Brasil, onde as definições de problemas em Educação Matemática confluem para aquela apresentada por Onuchic e Allevato (2011, p. 81) onde problema é aquilo “que não se sabe, mas que se está interessado em fazer” e que possui, como vimos demonstrando, matizes ontológicos, epistemológicos, éticos, axiológicos, estéticos e políticos mediante a prática de Resolução de Problemas (LEAL JUNIOR; ONUCHIC, 2015). Tal concepção está emparelhada àquela proposta por P02, ao inquirir

Você vê a resolução de problemas como o coração e a essência da matemática ou você vê a resolução de problemas como extra para aqueles estudantes que completam os exercícios de rotina rapidamente? A Resolução de Problemas é a resolução de tarefas de rotina ordinárias triviais que exigem procedimentos de rotina, ou está atacando novas situações problemáticas? A questão principal é "quando é um problema" em vez de "o que é um problema" porque não é a tarefa que é "o problema", mas sim uma pessoa que experimenta algo como um problema (Pesquisador P02) (LEAL JUNIOR, 2018, p. 114, tradução nossa).

No cenário internacional há concepções bastantes variadas, por exemplo, Resnick e Glaser (1976) definem um problema como algo para o qual não se tem a experiência necessária para resolver, colocando sua definição em um viés pragmático. Definição esta que parece agradar aos matemáticos, conforme aponta Liljedahl (2016), valorizando a construção da prática e o desenvolvimento empírico dessa ciência [matemática]. Esse fato reforça também que a Resolução de Problemas é um meio de se fazer ciência e também filosofia ao envolver em sua trama as nuances teórico-filosóficas intrínsecas à esta constituição, mas requerem a tomada de consciência desses processos (WIKLER, 1974).

A respeito dos esforços dispensados para buscar ou construir uma solução para um problema, como abordados em pesquisas estruturalistas apontadas por Liljedahl et al. (2016) e que são representadas por Schoenfeld e Kilpatrick (2013), coloca-se que se os esforços forem deliberados, tem-se então um problema de rotina e não uma invenção importante. Um problema inédito para um sujeito é aquele para o qual o mesmo precise de empenho, tentativas e erros que resultem de seus esforços, para enfim poder passar a confiar em intuições, inspirações súbitas ou até mesmo na sorte, como ele coloca em Liljedahl (2016), reforçando a influência no sistema de crenças envolvidos nessa prática.

Todavia, há pesquisas como as de Liljedahl (2016), Mason et al. (1982) e Polya (1945), que trazem suas ideias acerca do conceito de problemas do plano pragmático para o epistemológico, preservando assim seus matizes na práxis e na ontologia, uma vez que suas concepções de

problema confluem para essa expressa por Liljedahl et al. (2016), onde “os problemas, então, são tarefas que não podem ser resolvidas por esforço direto e requerem algumas ideias criativas para resolvê-lo” (LILJEDAHN et al., 2016, p. 6, tradução nossa).

Enfim, é possível ter-se cada uma dessas abordagens com pontos de vista em outros campos, buscando assim uma percepção mais holística a esse respeito, além de manter uma determinada essência para o conceito de problema que, em suma, mesmo diante de perspectivas diferentes da Educação Matemática, pode-se contar com uma confluência desses conceitos acerca da produção ou construção do conhecimento matemático. Pois, como assestaram Leal Junior e Onuchic (2015), são os problemas que nos conduzem aos conceitos matemáticos e seus conhecimentos relacionados a partir de problematizações.

Retomando a exposição do pesquisador canadense ao *Topic Survey*, ele se apega a ideias de Henry Poincaré, bem como se apropria de ideias de Claparède acerca da psicologia (nomeadamente estudo filosófico sobre a consciência e o conhecimento) de sua época, como aquela intitulada *L'Invention mathématique*, que é traduzida para o português com fins acadêmicos-comerciais por *Criatividade Matemática*, onde o pesquisador aborda questões acerca da descoberta, da criatividade e da invenção em matemática, sendo estas duas sinônimas uma da outra.

3 ANALISANDO EM CRIATIVIDADES...

Embora o trabalho de Liljedahl tenha dado bastante destaque à questão da iluminação súbita – AHA! – a resolução de problemas se constitui apenas como um estágio dentre quatro, que corroboram o fenômeno da criatividade matemática. De acordo com Hadamard (2009), os quatro estágios são iniciação, incubação, iluminação e verificação. Sobre essas considerações Liljedahl et al. (2016) coloca que

A primeira dessas fases, a fase de iniciação, consiste em trabalho deliberado e consciente. Isso constituirá o engajamento voluntário e aparentemente infrutífero de uma pessoa com um problema e será caracterizado por uma tentativa de resolver o problema através de um repertório de experiências passadas. Esta é uma parte importante do processo inventivo porque cria a tensão do esforço não resolvido que estabelece as condições necessárias para a liberação emocional que se segue no momento da iluminação (...). Após o estágio de iniciação, o resolvidor, incapaz de encontrar uma solução, deixa de trabalhar no problema a um nível consciente e começa a trabalhar nele em nível inconsciente (...). Isto é referido como o estágio de incubação do processo inventivo e pode durar desde vários minutos até vários anos. Após o período de incubação, pode ocorrer uma rápida vinda à mente de uma solução, referida como iluminação. Isto é acompanhado por um sentimento de certeza e emoções positivas (...). Embora os processos de incubação e iluminação estão envoltos por trás do véu do inconsciente, há uma série de coisas que podem ser deduzidas sobre eles. Em primeiro lugar e acima de tudo é o fato de que o trabalho inconsciente, de fato, ocorre. Poincaré (1952) e Hadamard (1945) utilizam a experiência muito real da iluminação, fenômeno que não pode ser negado, como evidência do trabalho inconsciente, cujos frutos aparecem no flash de iluminação. Nenhuma outra teoria parece viável para explicar o repentino aparecimento de solução durante uma caminhada, um banho, uma conversa, ao acordar, ou no caso de voltar a pensar a mente de volta para o problema depois de

um período de repouso (...). Também é deduzível que o trabalho inconsciente está inextricavelmente ligado ao esforço consciente e intencional que o precede. [...] portanto, os esforços infrutíferos da fase de iniciação são apenas aparentemente assim. Eles não apenas estabelecem a tensão acima mencionada responsável pela liberação emocional no momento da iluminação, mas também criam as condições necessárias para que o processo entre na fase de incubação. A iluminação é a manifestação de uma ponte que ocorre entre a mente inconsciente e a mente consciente (...), uma aproximação à mente (consciente) de uma ideia ou solução. Porém, o que leva a ideia à consciência não é claro. Existem teorias das qualidades estéticas da ideia, surpresa / choque efetivo de reconhecimento, fluência de processamento ou quebra de fixidez funcional. Por razões de brevidade, vou apenas alargar a primeira delas. Poincaré propôs que as ideias que foram estimuladas durante a iniciação permaneceram estimuladas durante a incubação. Contudo, liberadas das restrições do pensamento consciente e do cálculo deliberado, essas ideias começariam a se unir em uniões rápidas e aleatórias para que “seus impactos mútuos possam produzir novas combinações” (POINCARÉ, 1952). Essas novas combinações, ou ideias, seriam então avaliadas quanto à viabilidade usando uma peneira estética, que permite através da mente consciente apenas as “combinações certas” (POINCARÉ, 1952). É importante notar, no entanto, que bom ou estético não significa necessariamente correto. A correção é avaliada durante a fase de verificação. O objetivo da verificação não é apenas verificar a correção. É também um método pelo qual o resolvidor se reengaja com o problema no nível de detalhes. Ou seja, durante o trabalho inconsciente, o problema está envolvido no nível de ideias e conceitos. Durante a verificação, o solucionador pode examinar essas ideias em detalhes mais detalhados. Poincaré descreve sucintamente ambos os objetivos. (LILJEDAHN et al., 2016, p. 8-9, grifos do autor).

A terminologia criatividade é bastante usada em pesquisas sobre Educação Matemática. Muitas vezes indiscriminada, imprudente ou não rigorosamente definida. Conforme levantado por esse pesquisador, uma outra forma de compreender esse termo é como um processo [subjeto] cujos produtos são originais, novos, incomuns ou até anormais, de acordo com Csíkszentmihályi (1996). Sob esse prisma, a criatividade passa a ser definida a partir dos efeitos e resultados, baseados nos produtos externos e observáveis, na medida em que o produto chega a ser ou nos traços de caráter do sujeito criativo. Cada um desses usos são etapas de um processo que Liljedahl e Allan (2014) denominam de produto, processo, pessoa – que vem a ser a raiz daqueles discursos.

Ao mesmo tempo, Dewey coloca que o processo de investigação pressupõe a lógica e não pode ser causa e efeito de si mesma, nem a medida das formas lógicas. Tais formas são construídas durante o processo de investigação, de pesquisa e/ou resolução de problemas [para Dewey, esses processos são sinônimos, o que corrobora a produção do conhecimento como uma ação reflexiva e autoanalítica, ao que o filósofo chamará de autocorreção. Para ele, a ciência e seus avanços são resultantes dos processos de autocorreção através de investigações que se dão mediante as experimentações (DEWEY, 1991, 1991a, 1959; DIAS, 2015), ou seja, a ciência é resultado de constante aperfeiçoamento sobre determinados campos de estudos construídos através de Resolução de Problemas.

Corroborando essa ideia, sob um prisma hegeliano, percebemos que a fundamentação e colocação de Stanic e Kilpatrick (1989), de que a Resolução de Problemas é uma arte, estão

bastante relacionadas a fazer algo criativo, ao lançar-se sobre o desconhecido em busca de resposta, encontrando artifícios ou meios de expressar-se criativa e livremente. Nesta esteira, por arte entende-se “ocupar-se do verdadeiro como objeto absoluto da consciência, pertence à esfera absoluta do espírito e graças a seu conteúdo situa-se no mesmo plano da religião e da filosofia”. Entretanto, “como posição e resolução de problemas [...], a arte não reproduz nada de existente, mas produz sempre algo de novo, forma uma nova situação espiritual e, portanto, não é imitação, mas criação”. Por sua vez, nesse cenário, “criação é pensamento que também consiste em posição e resolução de problemas [...], e nunca em reprodução de objetos ou de ideias” (GROCI, 1920 apud ABBAGNANO, 2007, p. 369). Assim, direcionando essas concepções para os resolvedores de problemas, tal cenário visa a sua constituição como artistas.

Com efeito, Gentile, na obra de Abbagnano (2007), relata que o artista é um espírito criador livre, onde o “pensamento comum encontra dificuldade em aperceber-se claramente dessa criatividade do homem, mas, embora obscura, essa ideia do artista que cria um mundo seu está profundamente arraigada em todo homem que se aproxima da obra de arte”. E, continua a afirmação alegando que, “no âmbito da concepção romântica de arte, o princípio de arte como criação aparece como verdade evidente” (p. 369).

Essa colocação é cara em nossa prática, pois antes de procurarmos ver a Resolução de Problemas como um campo mais abrangente, ela se nos mostrou enquanto uma arte, a arte de resolver problemas.

3.1 Resolução de Problemas: pensamentos e acontecimentos

Considerando a proposta de Dewey, procuramos refletir sobre seu potencial no escopo dessa tessitura, a qual nos fornece subsídios para adentrar pelo que o filósofo vem a chamar de pensamento reflexivo. “A resolução de problemas exercita o pensamento reflexivo, a iniciativa e a capacidade do aluno para organizar e executar por si o trabalho” (AGUAYO, 1970, p. 157). Para Dewey, esse pensamento é cifrado de uma “espécie de pensamento que consiste em examinar mentalmente o assunto e dar-lhe consideração séria e consecutiva” (DEWEY, 1959, p. 13). Trata-se do ato de pensar de uma forma mais consciente e efetiva, onde as coisas passam a ter um sentido ou um sentido outro, e a função do pensamento reflexivo consiste em transformar uma situação na qual se tenham experiências caracterizadas pela obscuridade, pela dúvida, pelo conflito, isto é, de qualquer modo perturbadas, em uma situação que seja clara, coerente, ordenada, familiar e/ou harmoniosa (LALANDA; ABRANTES, 1996, p. 44).

Para ele, a Resolução de Problemas no seio da ciência e da tecnologia, onde reside a Matemática, poderia contribuir significativamente com a modernização e com o progresso social, onde o pragmatismo e sua pedagogia seriam motivadores e fomentadores de uma reestruturação da sociedade, transformando-a em uma sociedade científica, aberta e democrática (POPKEWITZ, 1997). E, em essência, tal discurso conflui para aquilo que o GTERP tem trabalhado, ou seja, a partir de trabalhos como Onuchic et al. (2017), Allevalo, Jahn e Onuchic (2017), Hoyles e Lagrange (2010), Abbagnano (2007), Leal Junior e Pinheiro (2016) entre outros, temos vivenciado uma concepção de Resolução de Problemas enquanto tecnologia e uma prática que se vale da tecnologia digital para trabalhar processos de desenvolvimento da aprendizagem pautados pela Teoria Histórico Cultural, visando à autorregulação, metacognição, abstração, visualização e percepção de conceitos matemáticos como pregam Onuchic e Leal Junior (2016).

Para esses pesquisadores supracitados, a tecnologia refere-se a estudos de processos técnicos de determinados ramos científicos relacionados à produção de conhecimento. Trata-se de um conceito que está relacionado ao conhecimento técnico e científico, além de suas aplicações através de desenvolvimentos e transformações com uso de ferramentas, processos e materiais construídos a partir de e com tal conhecimento (ABBAGNANO, 2007). Por isso caracteriza-se a Resolução de Problemas enquanto uma tecnologia, a qual está voltada ao ensino visando à aprendizagem de conceitos matemáticos. Isso, ao passo em que também pode valer-se do uso de recursos e materiais computacionais para possibilitar melhor apreensão de conceitos e potencializar a resolução de problemas. Mas, tal concepção dilui-se nas vertentes de modelação, design e experiências em torno do movimento educacional com o uso de tecnologias, muito embora a própria Resolução de Problemas seja caracterizada como uma tecnologia para Educação Matemática.

Na corrente desse pensamento, ele evoca um conceito de experiência como um momento da natureza que transforma os sujeitos e seu entorno. E com essa visão, concebe a educação como “[...] o processo de reconstrução e reorganização da experiência, pelo qual lhe percebemos mais agudamente o sentido, e com isso nos habilitamos a melhor dirigir o curso de nossas experiências futuras” (DEWEY, 1958, p. 17). Acrescenta, ainda, que a educação não seria um “processo de preparo para a vida, mas uma contínua reconstrução e reorganização da experiência pela qual lhe percebemos mais agudamente o sentido, e com isso nos habilitamos a melhor dirigir o curso de nossas experiências futuras” (p. 17). Em sua obra *Experiência e Educação*, Dewey (1971) nos traz o entendimento de que há uma estreita relação entre experiência e Resolução de Problemas, uma vez que tais problemas devem ser concretos e visarem à transformação e compreensão no contexto social em que os estudantes vivem, uma forma de experimentarem o contexto de onde vem o problema e, em nosso caso, a Matemática.

Tal experiência, sendo ela educativa ou educadora⁹, deveria por meio das problematizações que emergem do mundo real, elevar e potencializar melhores interações sociais, tanto para o presente quanto para o futuro. Em Dewey (1985), “a crença de que toda autêntica educação se efetua mediante a experiência não significa que todas as experiências são verdadeiras ou igualmente educativas. A experiência e a educação não podem ser diretamente equiparadas uma a outra” (p. 22).

Sobre a experiência educativa, Dewey considera que a experiência, para ser educativa, “deve conduzir a um mundo expansivo de matérias de estudo, constituídas por fatos ou informações, e de ideias. Esta condição somente é satisfeita quando o educador considera o ensino e a aprendizagem como um processo contínuo de reconstrução da experiência” (DEWEY, 1958, p. 118).

Avançando sobre as considerações deweyanas, retomando a questão da criatividade, agora sob a luz do conceito de formas lógicas¹⁰, ela se contrapõe ao raciocínio dedutivo e às tentativas e

⁹ Aqui estamos trazendo estes dois conceitos problematizadores de nossa escrita porque, de fato, embora sejam próximos em sentido, também se distanciam em magnitude. Educativa refere-se àquilo que promove a educação, que possibilita a instrução, o ensino, a aprendizagem e a produção do conhecimento. Por sua vez, educadora diz daquilo que educa, que trabalha efetivamente os conhecimentos, a instrução e o ensino. Essas duas palavras mantêm uma relação de meios e fins.

¹⁰ Segundo Cocchieri e Moraes (2009), “o objetivo do pensamento é eliminar a insegurança do comportamento, no qual as formas lógicas tendem à consolidação e ampliação de uma atividade racional controlada e a justificação de uma hipótese que seja submetida ao teste do experimento, evitando toda e qualquer sorte de surpresa, permitindo o estabelecimento de uma postura comportamental própria referente à expectativa positiva” (COCCHIERI; MORAES, 2009, p. 10).

erros como resolução de problemas, porque seria resumida e superficial, visando apenas a uma incorporação de ideias e de conceitos a priori. Liljedahl et al. (2016) coloca que “ando através do trabalho de autores e pesquisadores-chave cujo trabalho nos oferece insights progressivamente mais criativos de resolução de problemas heurísticos para resolver problemas verdadeiros” (p. 12).

Essencialmente isso não significa que o processo foi perdido, mas que necessita de novos direcionamentos, posto que os esforços “infrutíferos” da fase de iniciação carecem de nova abordagem, de novo tratamento. Esse pesquisador aponta outra forma de conceber a prática de Resolução de Problemas, que é denominada Design. O design é definido como a abordagem algorítmica e dedutiva para resolver um problema, que não lhe exige a parte heurística, como posto por Leal Junior e Miskulin (2017) e no escopo de suas referências. Brodie (2004) trabalha nessa direção quando prega que os designs são movimentos para resolução de problemas em que as técnicas de resolução são seu foco principal. Esta vertente está muito associada ao uso de algoritmos e trabalhos em interfaces da Matemática com a tecnologia.

Essa abordagem é um processo que se inicia com objetivos bem estabelecidos antes de quaisquer atividades relacionadas. Evidentemente, tal processo carrega consigo a extrema dependência da experiência e dos conhecimentos a priori dos sujeitos envolvidos na resolução de problemas e, segundo Poincaré (1952), potencializará pensamentos, resultados, estratégias e opções que levarão até uma [re]solução do problema. Para esse pensador francês, a Matemática é uma ciência ou um produtor científico altamente complexo, que é perpassado por muitos campos, como a psicologia e a filosofia. Para ele, a Matemática é uma invenção da lógica e da intuição em determinados espaço e tempo. Ciência e filosofia não andam separadas, mas em sinergia e, muitas vezes, apresentam-se como um mesmo elemento, dados seus constantes tangenciamentos. A essência dessa relação está bastante pontuada pela análise dessas duas áreas e pelos métodos que emergem, em que a Resolução de Problemas se mostra como um modo de fazer ciência com raízes na Filosofia, na Matemática e na Psicologia, conforme podemos perceber em Poincaré (1995).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Muitos pesquisadores e professores podem tecer outras considerações acerca dos discursos analisados ou pensar que faltam perspectivas a estas expressas aqui. Com efeito há outras perspectivas, e muitas delas estão na análise de Leal Junior (2018). Por hora, expomos um recorte em pesquisas acerca do tema premente da pesquisa. As perspectivas dessa prática fazem-se subjetivamente por aqueles que as praticam, que podem ser postas sob outro prisma, mas essa ideia reforça aquilo que entendemos como uma arqueogenealogia, devido à multiplicidade de significações e de sentidos desta tessitura. Intentamos, com o exposto, orientar o leitor sobre os objetos de nosso estudo, como eles se constituíram para nós e para os sujeitos pesquisadores que foram reificados no corpus de nossa pesquisa.

De fato, há outras perspectivas tão importantes quanto essas presentes em nosso texto, mas por motivos que destacamos anteriormente, não foram incluídas em nossa análise. Todavia, procuramos adentrar na parte que equivale a regularidades discursivas e algumas políticas e vontades de verdades que perpassam a Educação Matemática em termos de práticas de Resolução de Problemas, onde analisamos os pressupostos das mesmas que vêm sendo veiculados nas pesquisas sobre o tema.

Seja enquanto design de ensino, matemática criativa, modelagem ou modelação, prática sociointeracionista, pedagogia crítica, filosofia da Matemática, processos lógicos ou autorregulação e metacognição, a Resolução de Problemas ainda é percebida como o mote de um ensino pragmático concernente à matemática. Pode ela ser um elemento abstrato, teórico ou aplicado da Matemática tanto no ensino básico quanto no superior, tanto no Brasil quanto no exterior, mas, essencialmente, isso dependerá dos atores e dos cenários onde essa prática ganhará vida. Isso dependerá das políticas educacionais, das crenças dos docentes e do envolvimento dos alunos com esse componente curricular. Certo é que vários elementos entram nessa trama, o que acentua a diversidade de resultados e olhares sobre o que se tem falado acerca de Resolução de Problemas.

Mas, há possibilidades de algumas respostas à nossa interrogação inicial, que estão idiossincriticamente ligadas a concepções de comunidades que praticam Resolução de Problemas. Desde uma atividade de cunho recognitivo ao zapear¹¹ de possibilidades (método de tentativa e erro) para se resolver problemas, essas práticas estão próximas pelo objetivo e distantes pelo fazer. Esse jogo de fazer Matemática resolvendo problemas envolve fazer e saber, além de estar ligado à criatividade e produção do conhecimento matemático, onde a aprendizagem pode ser subjetivamente efetivada e tem primazia sobre o ensino que é imposto acerca de uma política educacional. Contudo, não estamos falando de uma concorrência entre ensino e aprendizagem, mas uma potencialização recíproca entre eles, porque uma trabalhará em confluência para o outro direcionando, de alguma forma, os acontecimentos. Assim, a Resolução de Problemas mostra-se perspectivamente com implicações diferenciadas a partir de seus motes e cenários e calendários escolares e atores e políticas e períodos de aulas e índices avaliativos e...

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia.**

Dizionario di filosofia. São Paulo: Martins Fontes, 2007. 1026 p.

AGUAYO, A. M. **Didáctica da escola nova.**

São Paulo: Cia. Editora Nacional, 1970.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R.

Ensino-aprendizagem-avaliação: por que através de resolução de problemas? In: ONUCHIC *et al.* (org.). **Resolução de problemas: teoria e prática.** Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

ALLEVATO, N. S. G.; JAHN, A. P.;

ONUCHIC, L. R. O computador no ensino e aprendizagem de matemática: reflexões sob a perspectiva da resolução de problemas. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL

JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (org.).

Perspectivas para resolução de problemas. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

BRUDER, R. Akzentuierte Aufgaben und heuristische Erfahrungen. In: HERGET, W.; FLADE, L. (org.).

Mathematik lehren und lernen nach TIMSS: Anregungen für die Sekundarstufen. Berlin: Volk und Wissen, 2000. p. 69-78.

BRUDER, R. Ein aufgabenbasiertes anwendungsorientiertes Konzept für einen nachhaltigen Mathematikunterricht—am Beispiel des Themas “Mittelwerte”. In: KAISER, G.; HENN, H. W. (org.). **Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und**

11 Refere-se ao ato de ficar tentando canais ou formas diferentes e aleatórias para se chegar a algum lugar ou a alguma resposta.

- Evaluation.** Berlin: Franzbecker, 2005. p. 241-250.
- BRODIE, L. **Thinking forth: a language and philosophy for problem solving.** [New Jersey, USA]: Prentice Hall, 2004. 313 p.
- BRUDER, R.; COLLET, C. **Problemlösen lernen im Mathematikunterricht.** Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 2011.
- CARRILLO YANES, J. Resolución y formulación de problemas. **REnCiMa**, v. 9, n. 1, p. 158-169, 2018.
- COCCHIERI, T.; MORAES, J. A. Uma perspectiva pragmática da lógica da descoberta e da criatividade. **Cognitio-Estudos: Revista Eletrônica de Filosofia**, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 8-14, jul. 2009.
- COLLET, C.; BRUDER, R. Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX. *In: FIGUERAS, O. et al. (org.). THE JOINT MEETING OF PME 32 AND PME-NA XXX, 30., 2008, Morelia, México. Proceedings [...]. [S.n.t.].* v. 2, p. 353-360. Disponível em: <http://www.pmena.org/pmenaproceedings/PMENA%2030%202008%20Proceedings%20Vol%201.pdf>.
- CSÍKSZENTMIHÁLYI, M. **Creativity: flow and the psychology of discovery and invention.** New York: Harper Perennial, 1996.
- D'AMORE, B. **Elementos de didática da Matemática.** São Paulo: Livraria da Física, 2007.
- DEWEY, J. **A filosofia em reconstrução.** São Paulo: Cia. Editora Nacional, 1958.
- DEWEY, J. **Como pensamos: como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo.** 4. ed. São Paulo: Ed. Nacional, 1959.
- DEWEY, J. **Experiência e educação.** São Paulo: Ed. Nacional, 1971.
- DEWEY, J. **A arte como experiência.** 2. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1985. (Os pensadores).
- DEWEY, J. Experience, knowledge, and value: a rejoinder. *In: BOYDSTON, J. A. (org.). John Dewey: the later works, 1939-1941.* Carbondale: SIU Press, 1991. v.14, p. 3-90.
- DEWEY, J. Logic: the theory of inquiry. *In: BOYDSTON, J. A. (org.). John Dewey: the later works, 1925-1953.* Carbondale: SIU Press, 1991a. v.12, p. 1-5.
- DIAS, A. R. **O ensino e a aprendizagem do conceito de função através da resolução de problemas: um estudo para desenvolver noções básicas inerentes ao conceito em classes do ensino fundamental.** 2015. 195 f. (Mestrado) – Departamento de Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.
- FOUCAULT, M. **As palavras e as coisas: uma arqueologia das ciências humanas.** 8. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.
- FOUCAULT, M. **A ordem do discurso.** 24. ed. São Paulo: Loyola, 2014. 78 p.
- FOUCAULT, M. **Arqueologia do saber.** 8. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2015.
- HADAMARD, J. **A psicologia da invenção matemática.** Rio de Janeiro: Contraponto, 2009. 168 p.
- HENNINGSEN, M.; STEIN, M. K. Mathematical tasks and student cognition: classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 28, n. 5, p. 524-549, 1997.

- HESS, K. K. **Exploring cognitive demand in instruction and assessment**. 2006. Disponível em: https://www.nciea.org/publications/DO_K_ApplyingWebb_KH08.pdf.
- HOYLES, C.; LAGRANGE, J. B. **Mathematics education and technology – Rethinking the terrain**. New York: Springer; The 17th ICMI Study, 2010.
- KILPATRICK, J. Reformulando: abordando a resolução de problemas matemáticos como investigação. *In*: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (org.). **Perspectivas para resolução de problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017. Cap. 6, p. 163-188.
- LALANDA, M. C.; ABRANTES, M. M. O conceito de reflexão em J. Dewey. *In*: ALARCÃO, I. (org.). **Formação reflexiva de professores: estratégias de supervisão**. Porto: Porto Editora, 1996.
- LEAL JUNIOR, L. C. **Tessitura sobre discursos acerca de resolução de problemas e seus pressupostos filosóficos em educação matemática: cosi è, se vi pare**. 2018. 352 f. Tese (Doutorado) – UNESP, Rio Claro, 2018.
- LEAL JUNIOR, L. C.; MISKULIN, R. G. S. Perspectivas de resolução de problemas por meio de articulações entre teoria, prática e conceitos sobre comunidade de prática. *In*: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (org.). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017. Cap. 11, p. 305-353.
- LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. R. Ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas como prática sociointeracionista. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 53, p. 955-978, dez. 2015. Disponível em: <http://www.redalyc.org/html/2912/291243162010/>.
- LEAL JUNIOR, L. C.; PINHEIRO, J. M. L. Modos de compreender a Soma de Riemann e suas aplicações ao estar em um ambiente informatizado de aprendizagem. **Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Espanha, v. 47, p. 23-43, set. 2016.
- LESTER, F. K.; GAROFALO, J.; L., K. D. **The role of metacognition in mathematical problem solving: a study of two grade seven classes**: Mathematics Education Development Center School of Education, Indiana University, Bloomington. Final Report. Indiana: Indiana University, 1989.
- LILJEDAHL, P. *et al.* (org.). Problem solving in mathematics education. *In*: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICS EDUCATION: TOPIC SURVEYS, 13., 2016, Hamburg. **Proceedings [...] Hamburg**: Springer Open, 2016. p. 6-19.
- LILJEDAHL, P.; ALLAN, D. Mathematical discovery. *In*: CARAYANNIS, E. (org.). **Encyclopedia of creativity, invention, innovation, and entrepreneurship**. New York: Springer, 2014.
- MACHADO, E. S. **Modelagem matemática e resolução de problemas**. 2006. 140 f. (Mestrado) – Faculdade de Física, PUCRS, Porto Alegre, 2006.
- MASON, J.; BURTON, L.; STACEY, K. **Thinking mathematically**. Harlow: Pearson Prentice Hall, 1982.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas:

- caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**, v. 25, n. 41, p. 26, 2011.
- ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C. A influência da leitura na resolução de problemas: questões de sentidos, significados, interesses e motivações. **REMATEC - Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 11, n. 21, p. 23, set. 2016.
- PALANGANA, I. C. **Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vygotsky: a relevância do social**. São Paulo: Plexus, 1994. 160 p.
- POINCARÉ, H. **Science and method**. New York: Dover Publications, 1952.
- POINCARÉ, H. **O valor da ciência**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995. 180 p.
- POLYA, G. **How to solve it: a new aspect of mathematical method**. Princeton: Princeton University Press, 1945.
- POPKEWITZ, T. S. **Reforma educacional: uma política sociológica: poder e conhecimento em educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- RESNICK, L.; GLASER, R. Problem solving and intelligence. *In*: RESNIK, L. B. (org.). **The nature of intelligence**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1976. p. 230-295.
- SCHOENFELD, A. H. Research methods in (mathematics) education. *In*: ENGLISH, L. D. (org.). **Handbook of international research in mathematics education**. 2. ed. New York: Routledge: Taylor & Francis Group, 2010. cap. 19, p. 467-520.
- SCHOENFELD, A. H. What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? A story of research and practice, productively intertwined. **Educational Researchers**, v. 43, n. 8, p. 404-412, 2014.
- SCHOENFELD, A. H.; (TRU), T. F. R. U. P. **An introduction to the Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework**. Berkley: CA: Graduate School of Education, 2016.
- SCHOENFELD, A. H.; KILPATRICK, J. A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics. **ZDM Mathematics Education**, Springer online, v. 45, n. 6, p. 901-909, 2013.
- SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. Mathematical thinking in mathematical modelling activities. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 19, n. 5, p. 709-724, set./out. 2017.
- SOUZA, M. C. R. F.; FONSECA, M. C. F. R. **Relações de gênero, educação matemática e discurso: enunciados sobre mulheres, homens e matemática: tendências em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. 159 p.
- STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving mathematics curricula. *In*: CHARLES, R.; SILVER, E. A. (org.). **The teaching and assessment of mathematical problem solving**. Reston: Lawrence Erlbaum, 1989.
- STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection. **Mathematics Teaching in the Middle School**, v. 3, p. 268-275, 1998.
- VEIGA-NETO, A. **Foucault & Educação**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 159 p.
- WEBB, N. **Research monograph number 6: criteria for alignment of expectations and assessments on mathematics and**

science education. Washington: CCSSO, 1997.

WEBB, N. **Depth-of-knowledge levels for four content areas**. 2002. Disponível em:
<http://facstaff.wcer.wisc.edu/normw/All%20content%20areas%20%20DOK%20levels%2032802.pdf>.

WIKLER, D. Philosophy as Problem-Solving. **American Behavioral Scientist**, v.

18, n. 2, p. 250-260, nov./dez. 1974. ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC et al. (Org.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. 1. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.