

A MATEMÁTICA DE DA VINCI: APLICAÇÃO DA RAZÃO ÁUREA E DA GEOMETRIA NAS OBRAS DE ARTE DO RENASCIMENTO E DO BARROCO

Juliano Aparecido Vérri

Instituto Federal do Paraná - IFPR - Jacarezinho, PR, Brasil

juliano.verri@ifpr.edu.br

Maria Clara Lemes da Silva

Instituto Federal do Paraná - IFPR - Jacarezinho, PR, Brasil

mariaclaralemes7@gmail.com

Resumo

A arte foi um elemento fundamental para a civilização ocidental desde suas raízes há mais de dois milênios, gerando beleza e registrando sua história, criando-se assim um legado de valor inestimável. A visão platônica das formas eternas influenciou diretamente na busca do ideal de beleza, tanto no campo da arte quanto no da arquitetura, fazendo com que a matemática se fizesse presente em várias obras por meio de proporções, padrões, formas e simetrias. A razão áurea, que permeia o universo em vários aspectos da natureza, teve sua aplicação recorrente nas obras de arte para obtenção de harmonia e da correlação correta entre cada parte e o todo. Neste trabalho é apresentada uma análise de como elementos da matemática e da geometria estão presentes nas obras de arte consideradas representantes máximos do período do renascimento e do barroco. De modo particular, foi analisada a presença da razão áurea e de retas de perspectiva nas obras de Leonardo da Vinci, Rafael, Caravaggio, Velázquez, Vermeer e Claude Lorrain. Todas as imagens foram obtidas através das plataformas *online* Google Arts & Culture e WikiArt. A partir do estudo realizado pôde-se verificar a interação entre a matemática e a arte, e a contribuição essencial que a matemática proporciona ao artista que busca obter o equilíbrio e harmonia na composição de sua obra de arte.

Palavras-chave: Matemática; Arte; Razão áurea; Renascimento; Barroco.

DA VINCI'S MATH: APPLICATION OF THE GOLDEN RATIO AND GEOMETRY IN RENAISSANCE AND BAROQUE ARTWORKS

Abstract

Art has been a fundamental element for Western civilization since its roots more than two millennia ago, generating beauty and recording its history, thus creating an invaluable legacy. The platonic view of eternal forms directly influenced the pursuit of the ideal of beauty both

in the field of art and architecture, making mathematics present in several works through proportions, patterns, shapes and symmetries. The golden ratio, which permeates the universe in various aspects of nature, had its recurrent application in works of art to obtain harmony and the correct correlation between each part and the whole. In this work, an analysis is presented of how elements of mathematics and geometry are present in works of art considered to be the best representatives of the Renaissance and Baroque periods. In particular, the presence of the golden ratio and perspective lines in works by Leonardo da Vinci, Raphael, Caravaggio, Velazquez, Vermeer and Claude Lorrain was analyzed. All images were obtained through the online platforms Google Arts & Culture and Wikiart. From the study carried out, it was possible to verify the interaction between mathematics and art, and the essential contribution that math provides to the artist who seeks to obtain balance and harmony in the composition of his work of art.

Keywords: Math; Art; Golden ratio; Renaissance; Baroque.

1. INTRODUÇÃO

A arte e a beleza foram elementos fundamentais da civilização ocidental ao longo de mais de dois milênios. Desde a Grécia antiga os filósofos refletiram sobre a beleza e a consideraram, juntamente com a verdade e a bondade, um valor a ser preservado e cultivado. Conforme afirmou o filósofo contemporâneo Roger Scruton (2013), por muito tempo a arte teve por principal objetivo a beleza: era o remédio que os artistas do passado tinham para remir o caos e o sofrimento que permeiam a vida humana, e o meio de moldar nosso mundo derredor como um lar.

Na busca do ideal de beleza, tanto no campo da arte quanto no da arquitetura, em várias obras pode-se notar a presença de elementos como proporção, padrões, formas e simetrias que remetem à matemática. Segundo Matila Ghyka (1977, p. 9), isso se deve à influência preponderante que visão platônica exerceu sobre tais áreas ao longo da história: “todas as coisas receberam suas formas do Ordenador, através da ação das ideias e números”, afirmou Platão, no diálogo Timeu.

Essa visão foi fundamental para que elementos da matemática e da geometria permeassem o mundo da arte, da arquitetura e da música. Imbuído da ótica platônica, o artista, o músico, o arquiteto, ou qualquer um que empreendesse seu gênio num processo criativo, buscava aplicar em seu trabalho uma harmonia e proporção que traduzisse para o mundo físico presente as formas eternas. É nessa transição eterno-temporal que a matemática sempre se apresentou como ferramenta indispensável, dado que é a ciência que trata das formas,

padrões e quantidades independentes do tempo – o que, de fato, faz parte de sua essência abstrata.

Conforme demonstrou Ghyka (1977), no mundo greco-romano, tanto para os arquitetos quanto para os mestres de obras góticas, o conceito de simetria era adotado de uma forma muito mais dinâmica. Analogicamente, considerava-se que o ritmo está no tempo, assim como a simetria está no espaço. Desta forma, a simetria consistia na correlação por medição entre os vários elementos que compõem uma obra e entre cada elemento e o todo.

Na matemática, tal correlação conduz, de uma forma natural, à obtenção da razão áurea, a qual permitiu que a matemática deixasse uma marca indelével nas principais obras arquitetônicas e artísticas do ocidente através de sua aplicação, na busca de se reproduzir o ideal de harmonia, estabilidade e beleza dentro de um todo simétrico.

Ainda segundo Ghyka (1977), do ponto de vista matemático, a razão é uma operação de comparação quantitativa realizada entre duas grandezas de mesma natureza ou espécie. Geralmente, dadas as grandezas a e b , a razão entre elas, nessa ordem, é dada por pelo quociente a/b . Já a noção de proporção segue-se imediatamente à de razão, uma vez que é a igualdade entre duas razões. Desta forma, uma proporção definida entre as grandezas a , b , c e d é representada pela expressão:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (1)$$

que é uma proporção geométrica descontínua, por ter todos os seus elementos distintos. Uma proporção contínua ocorre quando ao menos dois de seus elementos são repetidos. O típico modelo é:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \quad (2)$$

A equação de proporção contínua com vários elementos representa-se da seguinte forma:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e} = \dots = \quad (3)$$

Como pode-se observar na equação (3), a proporção traz uma qualidade permanente que é passada de uma razão à outra: é a chamada analogia invariante. Tal analogia fornecia a base para o padrão de comunicação que os artistas e arquitetos da antiguidade buscavam obter entre os elementos e medidas em suas obras. Em outras palavras, esta era a base para a simetria.

Considerando $c = a + b$ na equação (2), o modelo de simetria pode ser simplificado e reduzido aos dois elementos a e b :

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b} \quad (4)$$

O qual pode ser manipulado para obter a equação quadrática:

$$x^2 - x - 1 = 0 \quad (5)$$

onde $x = a/b$. A raiz positiva dessa equação é o número irracional:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1,618 \quad (6)$$

que é o chamado número de ouro, isto é, o valor da razão áurea.

Os trabalhos de Huntley (1970) e Belini (2015) expõem vários exemplos nos quais pode-se observar a presença da razão áurea na natureza; desde o padrão de uma galáxia ou de um furacão visualizado por imagens de satélite, ao padrão de crescimento comum em vários elementos da área da botânica e das proporções presentes nas partes do corpo humano. Devido a esta sua presença natural no universo – ou no cosmos, para utilizar um termo bastante usado pelos antigos – através da observação atenta e da captação do sentido de harmonia que tal razão proporciona que os grandes trabalhos do engenho humano começaram a ser moldados conforme a mensagem trazida pela própria natureza. Desta forma, a razão áurea passou a ser o principal parâmetro de harmonia e beleza a ser seguido nas áreas da arquitetura, da arte e da música.

2. A RAZÃO ÁUREA NA ARTE

Nesta seção são apresentados os resultados das análises das obras de arte do Renascimento e do Barroco que foram realizadas do ponto de vista matemático-geométrico. Todas as imagens foram obtidas nas plataformas digitais da Google Arts & Culture e Wikiart. As medidas e respectivas marcações realizadas pelos autores sobre as imagens foram feitas com auxílio do software gráfico Microsoft PowerPoint®. Os principais critérios adotados para a escolha de tais obras foram a sua relevância histórico-cultural e a presença mais evidente dos elementos geométricos na sua composição. Vale ressaltar que tais imagens foram

selecionadas dentre várias outras coletadas na etapa de formação do repositório de imagens para pesquisa.

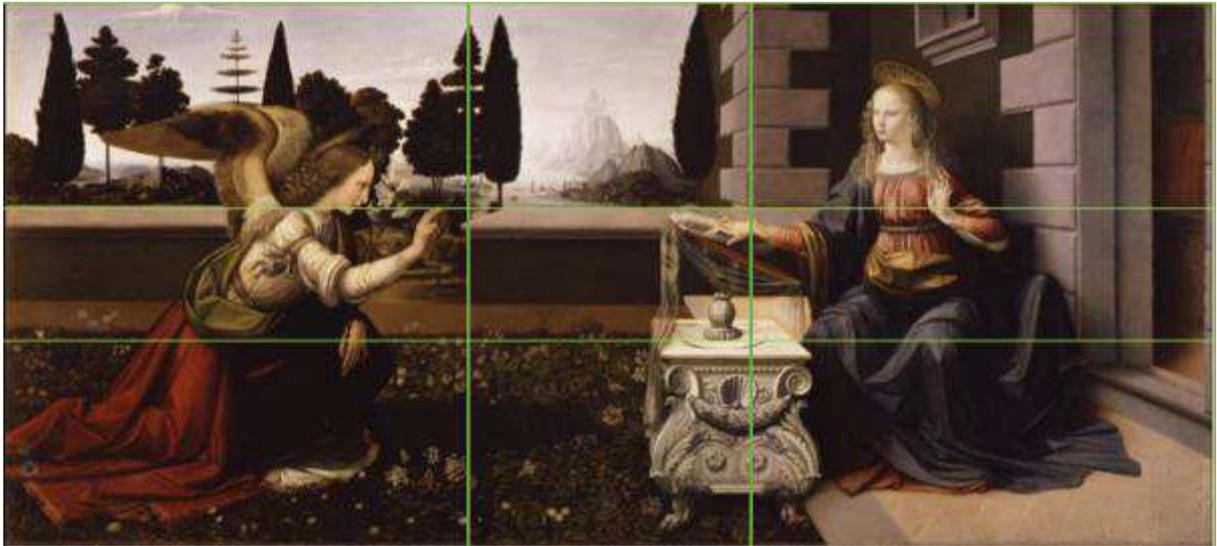
2.1 Obras do Renascimento

No alvorecer da Renascença, no século XV, a importância do número de ouro foi posta ainda mais em relevo. No seu livro *Math and the Mona Lisa* (2006), Bülent Atalay aborda a relação entre a matemática e a arte, especialmente no período do Renascimento, e apresenta dois fatos fundamentais. O primeiro deles é que, no ano de 1498, o frade franciscano e matemático Luca Pacioli (1447 – 1517) escreveu o livro *De Divina Proportione*, o primeiro trabalho de cunho sistemático que abordou a razão áurea; nele reconhecia-se a razão áurea como a divina proporção (BERTATO, 2008). E o segundo é a razão áurea na obra de Leonardo da Vinci (1452 – 1519), que atuou praticamente em todas as áreas do conhecimento.

Da Vinci reconciliou em si a arte e a ciência, fazendo transparecer a unidade transcendental entre elas. No que diz respeito à razão áurea, em muitas situações, não se sabe ao certo se sua aplicação se deu de forma consciente, a partir de um conhecimento científico prévio, ou inconsciente, seguindo de forma intuitiva o sentimento de harmonia e que tal proporção transmitia. Entretanto, no caso de Leonardo da Vinci é diferente; dado a sua amizade com Luca Pacioli e seus profundos conhecimentos de matemática e engenharia, exclui-se a possibilidade de que ele não a tivesse empregado de modo consciente.

Na obra “A anunciação” (*L'annunciazione*), ilustrada na Figura 1, as linhas verticais e horizontais demarcam as divisões da obra segundo a razão áurea aplicada a partir de cada borda da tela. Pode-se observar como a composição dessa obra foi pensada segundo tal proporção, dado que as linhas demarcam elementos chave da obra: os limites do jardim, a parede ao fundo, os lábios do anjo e as mãos da virgem Maria.

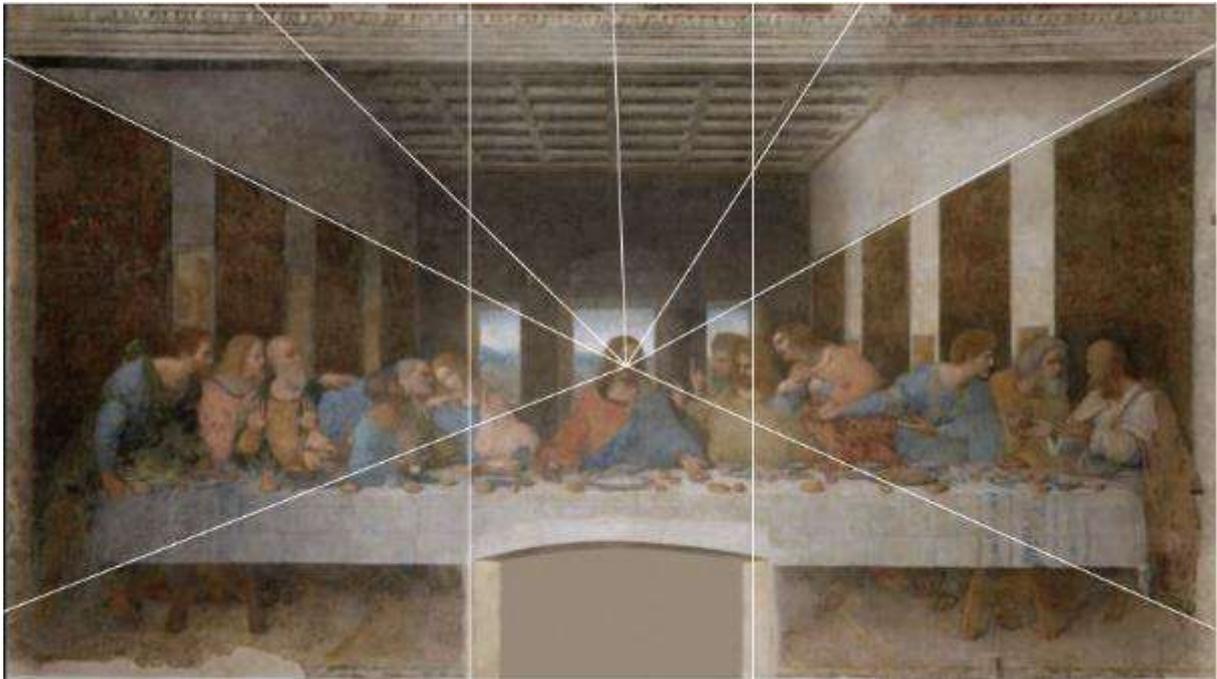
Figura 1. Razão Áurea na obra *A anunciação* de Leonardo da Vinci.



Fonte: The Golden Number (2022).

Outra obra de Leonardo Da Vinci, a Santa Ceia (Figura 2), possui dois aspectos geométricos importantes associados à Jesus Cristo. O primeiro é o seu enquadramento, no centro da composição entre as duas retas traçadas segundo a proporção áurea aplicada a partir de cada lateral da obra, as quais delimitam as janelas que formam o plano de fundo que dá o contraste contribuindo para o relevo da sua figura. O segundo aspecto geométrico são as retas de perspectiva que convergem todas para a sua face, enfatizando-o como centro ordenador de todo o entorno e proporcionando o efeito de tridimensionalidade desta cena. Esses dois fatos básicos mostram como a geometria foi utilizada previamente como alicerce para a composição dessa obra.

Figura 2. Análise geométrica da obra *A Santa Ceia* de Leonardo Da Vinci.

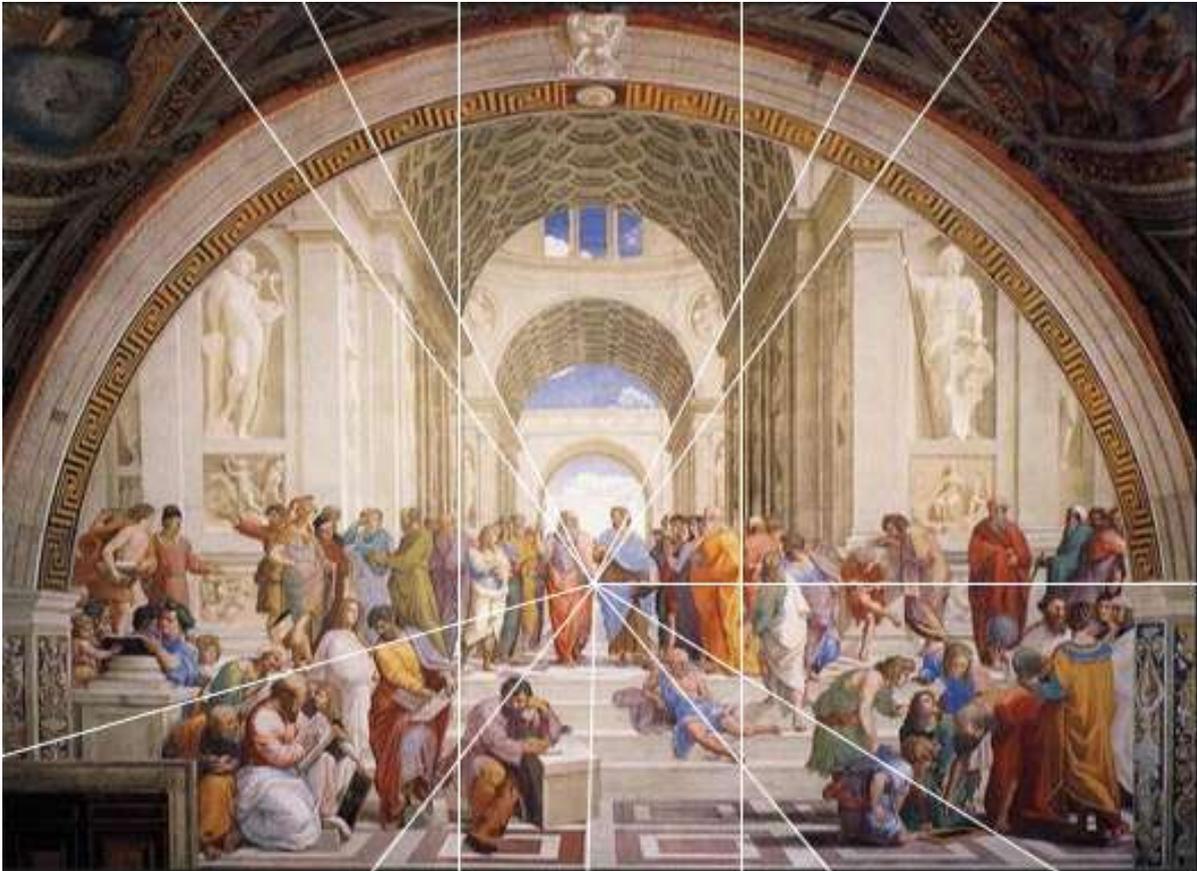


Fonte: WikiArt.

Outra obra de arte da maior relevância dentro do movimento do renascimento é a Escola de Atenas do artista Rafael Sanzio (1483 - 1520). Trata-se de um grande afresco de medidas 5m x 7m, encomendado pelo Vaticano e que foi feito entre os anos de 1509 e 1510. É uma obra que representa bem o espírito renascentista na medida em que ressalta as principais figuras da filosofia clássica e da vida intelectual da Grécia Antiga (CUMMING, 1996).

Para além da beleza e esplendor da arquitetura renascentista retratada nesta obra, com suas esculturas e curvas abobadadas típicas, nos chama a atenção a aplicação rigorosa e assertiva das retas de perspectiva que produzem uma convincente sensação de tridimensionalidade em uma superfície plana, bem como sua harmonização na composição como um todo. Tais linhas são facilmente observadas principalmente a partir dos detalhes superiores das colunas laterais e dos quadriláteros pintados no chão da composição (Figura 3). Todas as retas convergem para um ponto de fuga localizado entre os dois maiores expoentes da filosofia Grega: Platão e Aristóteles, o primeiro apontando para o alto, enfatizando a filosofia abstrata e as formas eternas, o segundo apontando para o chão, chamando a atenção para a filosofia natural e empírica, conforme a interpretação de Cumming (1996). Outro fato geométrico a ressaltar é a divisão da obra realizada a partir das laterais segundo Razão Áurea para delimitar a região dos arcos que se prolongam ao fundo na região central.

Figura 3. Análise geométrica da *Escola de Atenas* de Rafael Sanzio.



Fonte: WikiArt.

2.2 Obras do Barroco

As obras do período Barroco na Europa são detalhistas, rebuscadas e expressam as emoções da vida e do ser humano. Os temas mais representados pelos europeus são a mitologia e as histórias bíblicas, nos quais as cores, efeitos de luz e sombra e contraste são valorizados, fazendo com que as imagens apareçam de modo dinâmico e com faces marcadas pelas emoções. Nesta seção são apresentadas as análises de algumas obras de Caravaggio, Johannes Vermeer, Velázquez e Claude Lorrain.

Michelangelo Merisi (1571 – 1610), mais conhecido como Caravaggio, foi um dos pintores italianos mais notáveis. Conhecido como mestre da luz e da sombra, suas pinturas são marcadas por contrastes fortes e muitos detalhes. Sua obra é vasta e os temas abordados, em sua maioria, são bíblicos. Duas de suas obras apresentam correlação com a razão áurea de modos distintos. A primeira delas intitulada “A Coroação de Espinhos”, retrata a cena em que Cristo recebe a coroa de espinhos dos seus algozes. Conforme pode ser observado na Figura

4, à primeira vista não há qualquer correspondência exata, entretanto, fica evidente que a localização foco de interesse da obra, isto é, a cabeça reclinada de Cristo, está bastante próxima à intersecção das retas que dividem a obra segundo a razão áurea. Provavelmente esta obra foi feita a partir de um desenho livre onde o artista, sem pautar-se em qualquer marcação ou orientação de natureza geométrica, organizou sua composição intuitivamente.

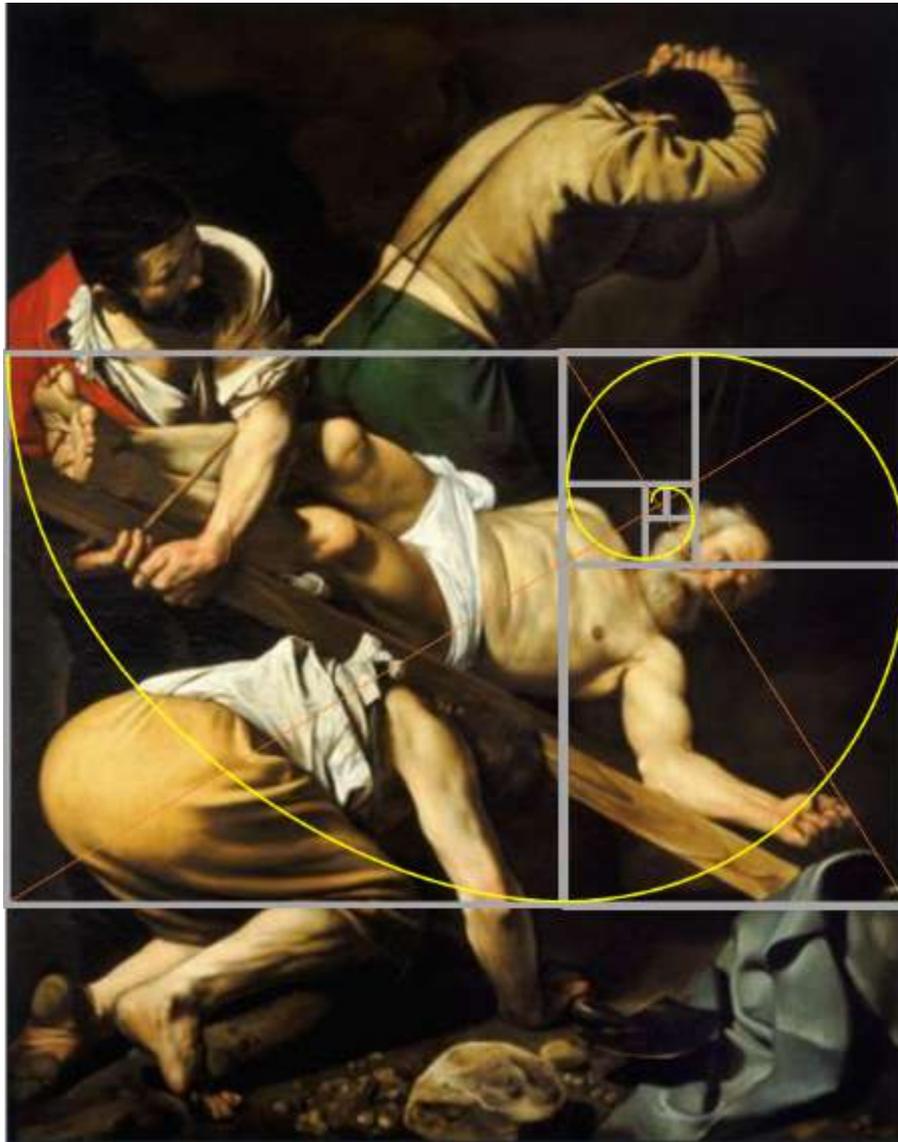
Figura 4. A razão áurea na obra *Coroação de Espinhos* de Caravaggio.



Fonte: WikiArt.

A segunda obra trata-se da Crucificação de São Pedro. Esse belo trabalho, que impressiona pelo realismo e pela sutileza dos detalhes, apresenta São Pedro e sua cruz delimitados por um retângulo áureo de forma bastante exata. Conforme ilustra a Figura 5, trata-se de um retângulo áureo cujo comprimento é a largura da obra e a sua altura delimita o intervalo no qual está inserida a figura do apóstolo em seu suplício, determinando assim o foco de maior interesse da obra.

Figura 5. O retângulo de ouro na obra *Crucificação de São Pedro* de Caravaggio.



Fonte: WikiArt.

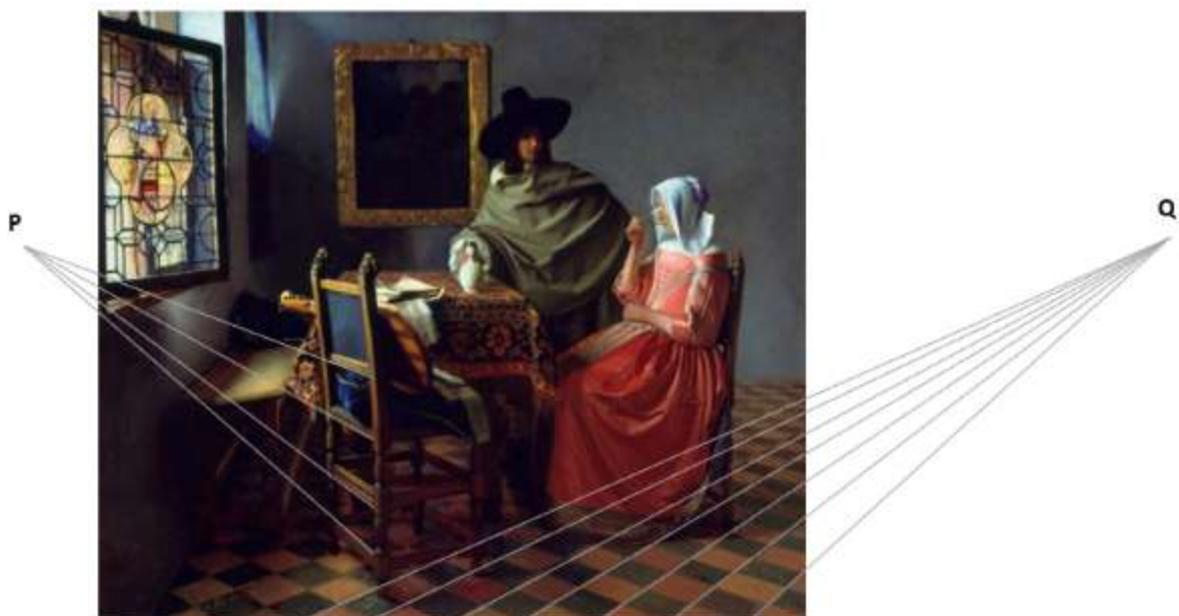
Outro artista do período barroco cuja obra apresenta interessantes aspectos geométricos é Johannes Vermeer (1632 - 1675). São duas as marcas principais de seus trabalhos que salientam a sua genialidade: a primeira, a luz natural, representada com um realismo incrível, e a segunda é a sensação de profundidade alicerçada na aplicação de retas de perspectiva que convergem para um ponto de fuga fora da pintura. As Figuras 6, 7 e 8, apresentam algumas das principais obras de Vermeer, onde pode-se visualizar a aplicação das linhas de perspectiva cuidadosamente localizadas de forma que a sensação de profundidade seja extremamente realista e precisa.

Figura 6. Pontos de fuga em *A arte da pintura*, de Vermeer.



Fonte: Google Arts & Culture.

Figura 7. Pontos de fuga em *A taça de vinho*, de Vermeer.



Fonte: Google Arts & Culture.

Figura 8. Pontos de fuga na obra *O concerto*, de Vermeer.



Fonte: Google Arts & Culture.

Diego Velazquez (1599 - 1660) foi um importante retratista espanhol do período do barroco e o principal artista da corte do rei Filipe IV. Boa parte de sua obra dedica-se a dois temas principais: a vida da família real e temas bíblicos. Dentro deste último, encaixa-se a obra “A Adoração dos Reis Magos”, de 1619, a qual é um exemplo eloquente de aplicação da razão áurea. Conforme pode ser observado na Figura 9, para posicionar o rosto do menino Jesus – protagonista da cena – nada melhor que localizá-lo onde se interceptam as retas que dividem a obra na proporção áurea. Tal interseção determina uma ótima localização para criar-se um foco de interesse na composição sem perder a harmonia em relação aos demais elementos. Isso deixa evidente a intenção do artista em exaltar a figura do menino Jesus como elemento hierarquicamente superior a todos os demais presentes na cena.

Figura 9. A razão áurea na *A adoração dos reis magos* de Velazquez.



Fonte: WikiArt.

Claude Lorrain (1600–1682) foi um profícuo artista do barroco, destacando-se no gênero da paisagem. Considerado como o primeiro paisagista puro, suas obras têm a característica de envolver quem as observa em uma atmosfera bastante agradável, com uma luz extremamente agradável, própria do amanhecer ou do entardecer. Abrangem todas as características essenciais destacadas por Payne (1957) para a tridimensionalidade de uma paisagem: produção da atmosfera através da graduação dos valores tonais, contraste das cores, massas de luz e sombra e, principalmente, perspectiva linear para obtenção de profundidade. Lorrain também aplica em algumas de suas obras a razão áurea como elemento organizador da composição.

Na Figura 10 está a obra “Embarcação de Ulisses”, na qual podemos observar a aplicação das linhas de perspectiva todas direcionadas para um ponto de fuga no horizonte, as quais, mesmo que implicitamente, conduzem o olhar para o elemento principal da composição que é a embarcação na região central da obra. Toda a composição está em função desse elemento principal, as linhas das edificações do porto à direita, o alinhamento dos botes à frente e as linhas do forte à esquerda, todas conduzem o olhar para o mesmo ponto.

Figura 10. Retas de perspectiva na *Embarcação de Ulisses*, de Claude Lorrain.



Fonte: WikiArt.

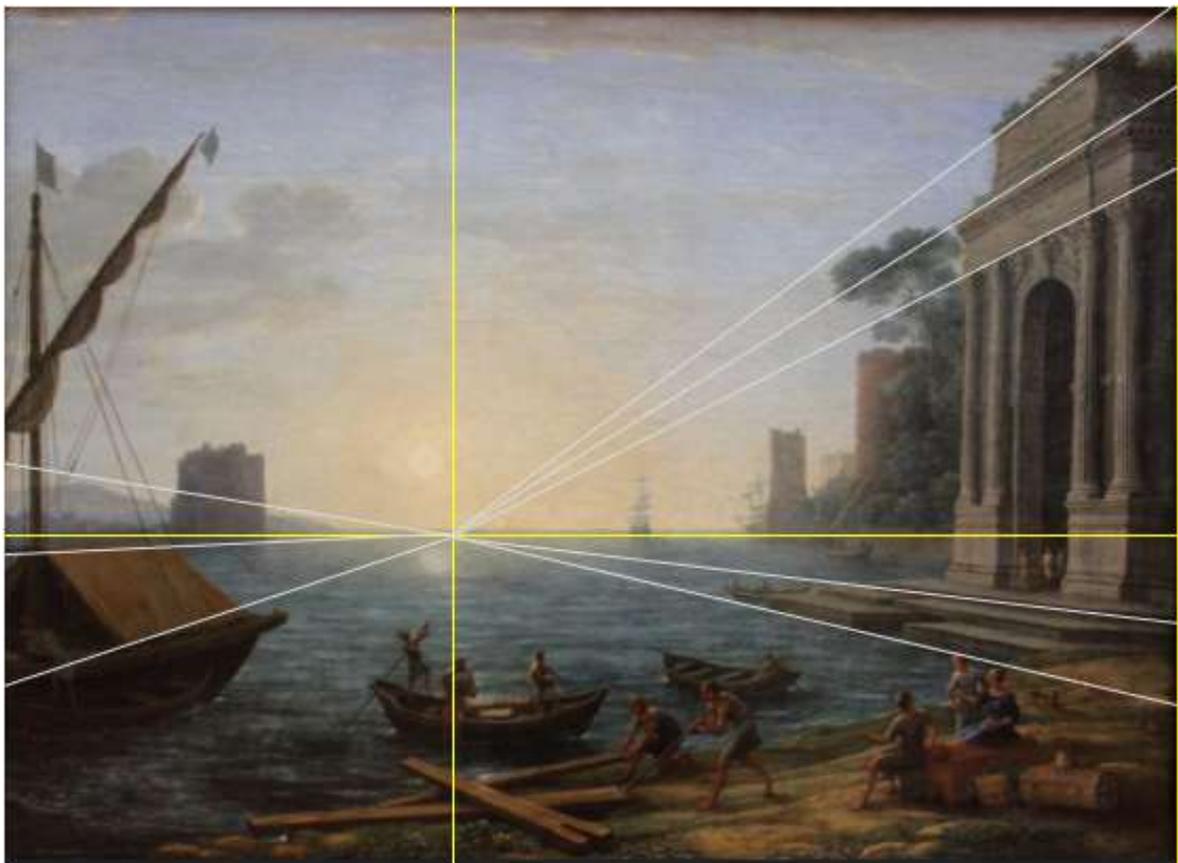
A Figura 11 apresenta a obra intitulada “Amanhecer no Porto”. A razão áurea foi utilizada nesta obra como elemento principal para a organização da composição. As retas amarelas indicam a aplicação dessa proporção nas divisões da largura e do comprimento. Primeiramente, observa-se que a reta horizontal indica a altura escolhida para a linha do horizonte na composição. Sobre esse aspecto percebe-se que o artista utilizou da razão áurea para obter as chamadas massas desiguais: destinando um maior espaço ao céu e um menor ao

mar. Do ponto de vista da composição, o meio nunca é um bom lugar para se localizar a linha do horizonte (PAYNE, 1957).

A outra característica, a principal a ser ressaltada, é que o foco de interesse da obra localiza-se exatamente na intersecção das retas amarelas traçadas segundo a razão áurea. É neste ponto para onde convergem todas as retas de perspectiva que podem ser percebidas e emanam do restante da composição: das montanhas ao fundo, do barco em primeiro plano e da edificação à direita. Na vizinhança desse ponto também se encontra o sol, fonte de toda a luz presente na cena, bem como o seu reflexo no mar.

Este é um exemplo de uma obra na qual a proporção áurea esteve presente na mente do artista desde o primeiro esboço e da colocação das primeiras pinceladas.

Figura 11. Análise geométrica na obra *Amanhecer no Porto*, de Claude Lorrain.



Fonte: WikiArt.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A arte é o resultado de uma combinação dos desejos de se expressar e de se apreciar. Conforme afirmou Payne (1957), uma obra de arte, para ser bem construída – especialmente no caso da pintura – precisa de equilíbrio e balanço, de modo que à medida em que os elementos são adicionados ao arranjo eles se integrem para formar uma unidade. E a melhor prova de balanço é quando a pintura finalizada fornece ao espectador uma sensação de repouso e satisfação para o olhar. Nesse sentido, deve-se pôr em relevo a importância da contribuição que a matemática pode dar ao artista por meio da geometria e especialmente da proporção áurea para atingir o equilíbrio e harmonia almejados pelos grandes mestres como Leonardo da Vinci e todos os outros cujas obras foram abordadas. Com efeito, a interação entre a matemática e a arte faz-se presente nas principais obras do período do renascimento e do barroco, conforme foi demonstrado.

Portanto, a partir da análise realizada, pode-se constatar a forte relação interdisciplinar existente entre a matemática e a arte, áreas muitas vezes entendidas como ciências completamente dissociadas, inclusive nos currículos escolares dos nossos dias. Na continuação deste trabalho seguir-se-á analisando os outros períodos e movimentos de grande relevância para a herança cultural e artística que herdamos hoje.

Referências

ATALAY, B. **Math and the Mona Lisa: The Art and Science of Leonardo da Vinci**. 1 Ed. New York: HarperCollins, 2006.

BELINI, M. . **A razão áurea e a sequência de Fibonacci**. Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2015.

BERTATO, F. M. **A “De Divina Proportione” de Luca Pacioli**. 322 f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Universidade de Campinas, Campinas, 2008.

CUMMING, R. **Para entender a arte**. São Paulo: Editora Ática, 1996.

GOOGLE. **Google Arts & Culture**, 2022. Leonardo da Vinci. Disponível em: <https://artsandculture.google.com/entity/leonardo-da-vinci/m04lg6?categoryId=artist> Acesso em: 10 nov. 2022.

GHYKA, M. **The Geometry of Art and Life**. 1ª Ed. New York: Dover Publications, 1977.

HUNTLEY, H. E. **The divine proportion: a study in mathematical beauty**. 1ª Ed. New York: Dover Publications, 1970.

SCRUTON, R. **Beleza**. 1ª Ed. São Paulo: É Realizações, 2013.

PAYNE, E. **Composition of Outdoor Painting**, 7ª Ed. Laguna Beach: Deru's Fine Arts, 1957.

PHI 1.618: **THE GOLDEN NUMBER. The Parthenon and Golden Ratio: Myth or Misinformation?** Disponível em:
<https://www.goldennumber.net/parthenon-golden-ratio-myth-or-misinformation/> Acesso em: 15 out. 2022.

PHI 1.618: **THE GOLDEN NUMBER. Da Vinci and the Divina Proportion in Art Composition**. Disponível em:
<https://www.goldennumber.net/leonardo-da-vinci-golden-ratio-art/> Acesso em: 15 out. 2022.

WHY Beauty Matters by Roger Scruton. Direção: Louise Lockwood. Produção: Andrew Lockyer. Inglaterra: BBC, 2009.

WIKIART. **Wikiart Enciclopédia de Artes Visuais**, 2022. Barroco. Disponível em:
<https://www.wikiart.org/pt/artists-by-art-movement/barroco> Acesso em: 10 nov. 2022.