

## O DESENVOLVIMENTO DOS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA NO ESTUDO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O GEOGEBRA

Lucas de Brito Costa<sup>1</sup>, William Vieira<sup>2</sup>, Roberto Seidi Imafuku<sup>3</sup> e Emanuel Fabiano Menezes Pereira<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Licenciando em Matemática, bolsista do PIBIFSP e membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores - GEPEMFOP  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP  
Guarulhos, SP, Brasil

<sup>2</sup>Docente do curso de Licenciatura em Matemática e membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores - GEPEMFOP  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP  
Guarulhos, SP, Brasil

<sup>3</sup> Docente do curso de Licenciatura em Matemática e membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores - GEPEMFOP  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP  
Guarulhos, SP, Brasil

<sup>4</sup>Docente do curso de Licenciatura em Matemática e membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores - GEPEMFOP  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP  
Guarulhos, SP, Brasil

*lucas.brito@aluno.ifsp.edu.br, wvieira@ifsp.edu.br, roberto.imafuku@ifsp.edu.br,  
emanoel.pereira@ifsp.edu.br*

### Resumo

As tecnologias digitais e suas múltiplas funcionalidades têm tomado um papel importante no dia a dia da sociedade moderna, no entanto, seu uso no ambiente escolar, assim como seu papel na formação de professores, ainda é limitado. Pensando em colaborar com uma mudança neste quadro, neste trabalho avaliamos as potencialidades e limitações do uso do GeoGebra nos processos de ensino e de aprendizagem de funções trigonométricas. Para atingir esse objetivo, foram elaboradas atividades que buscam avaliar o papel dos parâmetros no gráfico da função cosseno com uso do aplicativo Geogebra *Classroom*. As atividades foram aplicadas para onze estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino por meio de uma oficina remota. Após a realização das atividades, foram enviados aos

licenciandos um questionário avaliativo da oficina e das atividades propostas. O referencial teórico utilizado nas análises dos protocolos é os Três Mundos da Matemática. As análises indicam interações favoráveis entre os participantes e as tecnologias utilizadas, e que estes tiveram êxito em responder as questões propostas. Além disso, no questionário avaliativo, os participantes apontaram interesse em utilizarem-se das estratégias apresentadas na escola básica.

**Palavras-chave:** Três Mundos da Matemática; GeoGebra; TDIC; Trigonometria; Educação Matemática.

## THE DEVELOPMENT OF THE THREE WORLDS OF MATHEMATICS IN THE STUDY OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS WITH GEOGEBRA

### Abstract

Digital technologies and their multiple functionalities have taken an important role in the routine of modern society, however, their use within school environments, alongside their role in teacher training, is still limited. Thinking of collaborating to a change in this scenario, in this work we evaluated the potentialities and limitations in the use of GeoGebra in the teaching and learning processes of trigonometrical functions. To reach this objective, activities that seek to assess the role of the parameters in the cosine function graph with the usage of the GeoGebra Classroom app were developed. The activities were applied to eleven students of a Licentiate Degree in Mathematics of a public educational institution through a remote workshop. After carrying out the activities, an evaluation questionnaire of the workshop and the activities was sent to the undergraduate students. The theoretical framework used in the analysis of the protocols was the Three Worlds of Mathematics. The analysis indicates favorable interactions between the participants and the technology used, and that said participants were successful in answering the proposed questions. Furthermore, in the evaluation questionnaire, the participants showed interest in using the presented strategies in basic school.

**Keywords:** Three Worlds of Mathematics, GeoGebra, DICT, Trigonometry, Mathematical Education.

### 1. INTRODUÇÃO

Com o constante avanço das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC), especificamente em suas viabilidades e utilidades, estas têm se encontrado cada vez mais

presentes no cotidiano da sociedade contemporânea. Seu potencial uso didático no ambiente escolar tem sido um tópico discutido em pesquisas referentes à Educação Matemática (MARTINS; MOREIRA, 2012). Apesar da importância dessa discussão no campo didático, assim como as diversas pesquisas feitas com aparatos tecnológicos (SOUZA; CABRAL, 2021), a aplicação desses materiais no ambiente escolar, assim como na formação de futuros professores, ainda é escassa (JAVARONI; ZAMPIERI; OLIVEIRA, 2014).

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), uma das habilidades a ser desenvolvida pelos estudantes do Ensino Básico diz respeito à identificação de características e propriedades das funções seno e cosseno por meio da comparação de suas representações em planos cartesianos, sendo recomendável o uso das tecnologias digitais para o desenvolvimento dessa habilidade.

Seguindo as propostas colocadas pela BNCC, pesquisadores em Educação Matemática tem se debruçado sobre como inserir as tecnologias digitais nas aulas de Matemática da Educação Básica. Nesse sentido, Souza e Cabral (2021) constataram em sua pesquisa que o ensino dos conteúdos referentes a reta e circunferência para licenciados em Matemática por meio do GeoGebra forneceu uma melhor compreensão tanto para a equação das curvas quanto para suas representações gráficas.

Filho, Timóteo, Costa e Reis (2019), em sua pesquisa referente ao uso do GeoGebra no processo de ensino e de aprendizagem de Geometria Analítica no 3.º Médio, denotam que 96% dos estudantes consultados em sua pesquisa acharam o uso do GeoGebra fácil, com os outros 4% apresentando somente média dificuldade. Os participantes também descreveram que a visualização em tempo real das modificações feitas nos dados ajudou com que o conteúdo fosse entendido com maior facilidade.

Corroborando com essa perspectiva, Feitosa, Aquino Sousa e Lavor (2020), que investigaram sobre o uso do GeoGebra como ferramenta auxiliar para o ensino de funções inversas e logarítmicas, comentam sobre uma diferença de desempenho entre aqueles que responderam sua pesquisa com o auxílio do Geogebra e aqueles que não, apontando que poucos do grupo de alunos que tiveram aula tradicional conseguiram resolver o teste.

Essas pesquisas reiteram a importância da discussão do uso de tecnologias digitais em sala de aula e, pensando em colaborar com essa discussão, elaboramos atividades de ensino sobre o gráfico da função cosseno na plataforma virtual Geogebra *Classroom*, que foram aplicadas para onze licenciandos em Matemática e que têm por objetivo de avaliar as potencialidades e limitações desse recurso na aprendizagem deste tema. Os Três Mundos da

Matemática (TALL, 2013), que propõe uma jornada pelos mundos Corporificado, Simbólico e Formal na aprendizagem matemática é o referencial teórico adotado na investigação.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

Para atingir nossos objetivos, elaboramos uma atividade que envolve a exploração do papel do parâmetro  $a$  no gráfico da função  $g(x) = \cos(ax)$  no GeoGebra *Classroom*. Antes, porém, elaboramos *applets* que foram apresentados e discutidos com os participantes. Esses materiais foram utilizados como apoio para explicações e revisão de conceitos que seriam necessários para a realização da atividade proposta, como a medida radiano; as propriedades das funções trigonométricas (o Domínio, a Imagem, o Período e a Amplitude); e as ferramentas disponibilizadas na calculadora gráfica GeoGebra, com ênfase no “Campo de Entrada” e no “Controle deslizante”, de modo com que os voluntariados tivessem conhecimento suficiente para a realização das atividades.

As atividades propostas para a investigação da influência dos parâmetros também foram elaboradas na plataforma GeoGebra *Classroom*, escolhida devido ao seu recurso de visualização em tempo real do progresso dos estudantes e pela função de seus *applets*, que possibilitam que o participante visualize a alteração feita na representação gráfica das funções estudadas.

Para a análise dos dados, utilizamos o referencial teórico dos Três Mundos da Matemática, de David Tall (2013). Nessa teoria, o autor defende que o conhecimento matemático se manifesta por meio de “três mundos”, o Conceitual Corporificado, o Operacional Simbólico e o Formal Axiomático, e que ao transitar por esses mundos um sujeito pode construir e/ou ressignificar os conceitos e ideias matemáticos. O Mundo Conceitual Corporificado, que se manifesta nas percepções e ações sobre objetos físicos e mentais, diz respeito principalmente aos gráficos, figuras e objetos matemáticos; o Operacional Simbólico, surgido da necessidade de efetuar ações sobre objetos matemáticos, é constituído dos símbolos matemáticos, usados para representar essas ações e realizar cálculos; e o Formal Axiomático, que é composto pelo conhecimento matemático formal, diz respeito aos axiomas, teoremas, leis e definições, que constituem o núcleo da ciência matemática.

A oficina foi realizada em dois encontros, nos dias 01 e 02 de julho, com duração de 2 horas e meia para cada encontro. Foi realizada de forma remota, por meio da plataforma *Google Meet*, para onze estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino do estado de São Paulo, voluntários que se inscreveram para tal oficina. As atividades abordam como objeto de estudo a influência dos parâmetros “ $a$ ”, “ $b$ ”, “ $c$ ” e “ $d$ ” da

função  $g(x) = b \cos(ax + d) + c$  na representação gráfica, no domínio, na imagem e no período destas funções, com cada atividade abordando um parâmetro diferente. Neste artigo, concentramos nossas análises nas atividades com a função  $g(x) = \cos(ax)$ . Todos os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, elaborado e enviado na plataforma *Google* Formulários, e são todos tratados por pseudônimos nas análises.

Ao final da oficina, os participantes responderam a um questionário elaborado no *Google* Formulários, referente às potencialidades das atividades desenvolvidas no ambiente escolar, consistindo em perguntas referentes as vantagens e desvantagens desses recursos, e se os licenciandos considerariam seu uso em suas futuras práticas pedagógicas. Neste artigo, também discutimos algumas das respostas apresentadas pelos participantes para essas perguntas.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesse item, discutimos as respostas dos participantes para a questão 1, e uma análise de comentários submetidos no questionário enviado no final da oficina. Foram restringidos a discussão para essa questão devido ao fato de que esta apresenta a interação inicial dos participantes com a calculadora gráfica.

No que segue, apresentamos a análise didática da questão 1 proposta aos participantes, que está destacada na Figura 1, junto com a calculadora gráfica disponibilizada na página da atividade.

Figura 1: Enunciado da questão 1 e o *applet* de calculadora gráfica disponibilizado.

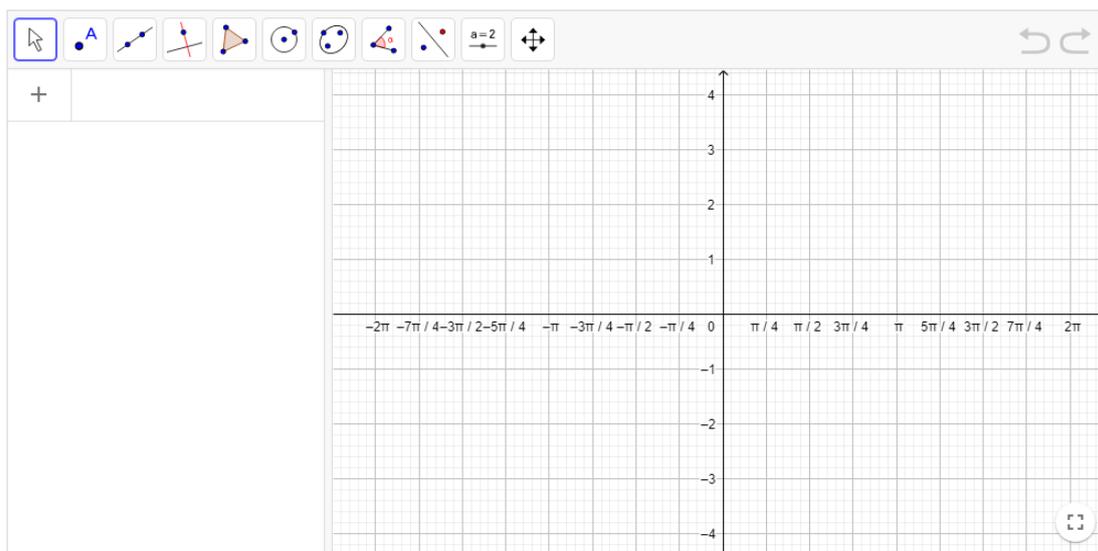
Na janela do Geogebra abaixo construa o gráfico da função  $f(x) = \cos x$ .

Em seguida, com a ferramenta "controle deslizante", crie um controle  $a$  com valores de mínimo  $-5$  e máximo  $5$ , e com incremento  $0,5$ .

1.

Agora, construa o gráfico da função  $g(x) = \cos(ax)$  e movimente livremente o seletor  $a$ . Qual a influência do parâmetro  $a$  para o gráfico da função? Fale sobre a imagem e o período dessa função.

Digite sua resposta aqui...



Com a questão apresentada, pretendemos que a partir da manipulação do controle deslizante e da observação da representação gráfica das funções na janela gráfica (Mundo Corporificado) e das leis algébricas que aparecem na janela de álgebra (Mundo Simbólico), os participantes sejam capazes de elaborar conjecturas a respeito do papel do parâmetro  $a$  no gráfico da função cosseno, e que identifiquem o período e a imagem da função construída, desenvolvendo assim características do Mundo Formal.

Em um contexto geral, a maioria dos participantes não apresentaram dificuldades para elaborar respostas que satisfaziam os requisitos solicitados. Apenas quatro estudantes não comentaram sobre o comportamento da imagem, possivelmente devido ao fato de que ela não se altera neste caso. Além disso, dois não usaram a palavra período nas explicações, e um erroneamente atribuiu alguma alteração na amplitude da função estudada.

A resposta de Larissa, apresentada na Figura 2, indica que a estudante entendeu a relação entre o parâmetro estudado nessa primeira atividade e a influência deste no gráfico da função.

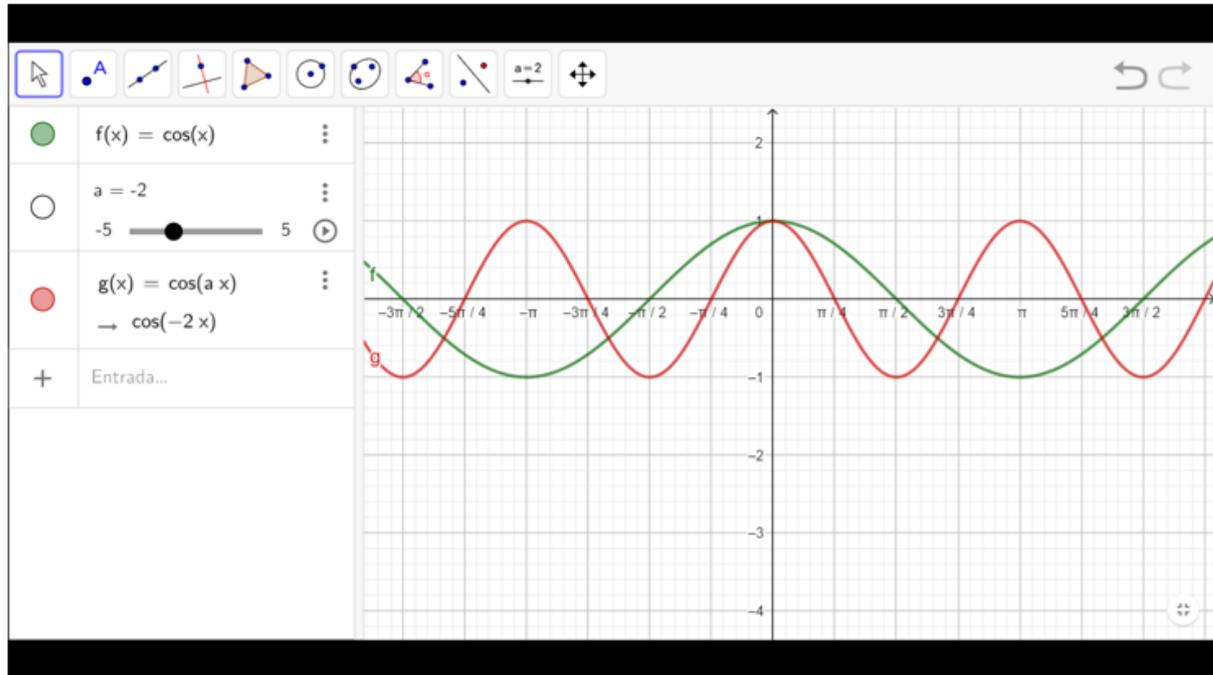
▪Figura 2: Resposta de Larissa e seu uso da calculadora gráfica.

Questão 1

Answer

O parâmetro  $a$  influencia o período da cossenoide. Analisando: quando o parametro  $a=2$ , o período da função  $g(x)=\cos(ax)$  é metade do período da função  $f(x)=\cos(x)$ . E, independente dele, a função continua tendo sua imagem dentro do intervalo  $[-1;1]$

Calculadora de Larissa



De fato, ao explorar o recurso de controle deslizante, Larissa observa as alterações feitas na representação gráfica da função, explorando características do Mundo Corporificado, e denota que o valor atribuído em  $a$  determina o valor do período que a função  $g(x) = \cos(ax)$  possui, sem alterar o conjunto imagem da função. Nesse sentido, ela indica uma transição compatível das percepções realizadas no Mundo Corporificado para a elaboração de uma conjectura, usando características do Mundo Simbólico-Formal. Apesar de não denotar especificamente como o valor do período funciona em relação ao parâmetro  $a$ , ela aponta o valor específico do período para um dos valores que este pode assumir.

Em sua resposta (Figura 3), Fábio indica conjecturas apropriadas, mas não muito detalhadas, em relação às alterações feitas pela variação de valores do parâmetro  $a$ , porém também indica uma dificuldade deste participante em relação a compreensão do comportamento da amplitude da função em relação à imagem.

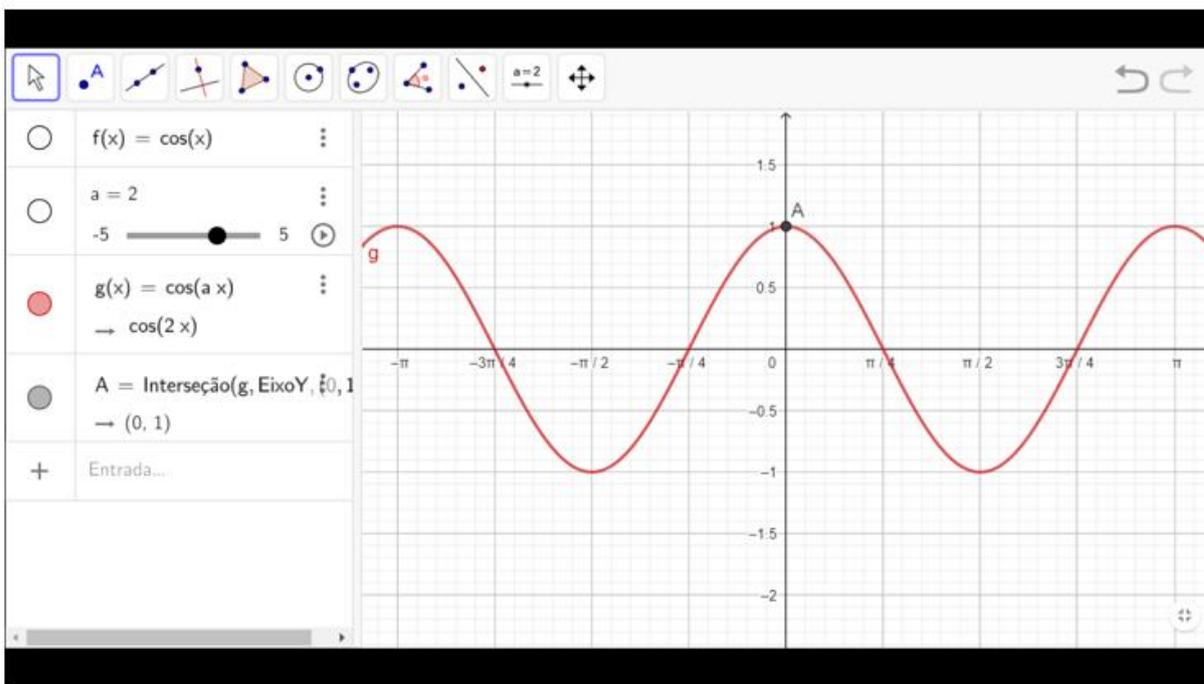
Figura 3: Resposta de Fábio e seu uso da calculadora gráfica.

Questão 1

Answer

O seletor  $a$  influencia na amplitude das ondas formadas pelo gráfico. Imagem está contida no intervalo  $(-1, 1)$  e o período varia de acordo com o seletor  $a$ .

Calculadora de Fábio



Fábio, ao manipular a representação gráfica das funções, seja pelo controle deslizante ou ocultando a função  $f(x) = \cos(x)$ , conseguiu perceber a influência exercida pelo valor de  $a$  ao período e a imagem, indicando que a variação do período ocorre de acordo com o  $a$ , indicando um uso e observação adequados do participante de características do Mundo Corporificado. No entanto, é possível perceber uma certa defasagem em relação a transição desses conceitos para o mundo formal, visto que ele indica que o “seletor  $a$ ” é responsável pela alteração do período, indicando maior prioridade para a ferramenta do controle deslizante em detrimento à representação simbólica do parâmetro. Nesse caso, também é perceptível uma certa dissonância entre as definições relacionadas a amplitude e ao conjunto imagem, visto que, apesar de determinar que a imagem é constituída de valores encontrados no intervalo aberto de  $-1$  a  $1$  (o intervalo, na realidade, é fechado) sem mudança, por algum motivo o participante infere a existência de alteração em amplitude, propriedade que está diretamente relacionada com o conjunto imagem, mostrando uma indevida transição de conclusões encontradas nos mundos Corporificado e Simbólico para o Mundo Formal.

Mayara, cuja solução é apresentada na Figura 4, consegue perceber algumas propriedades em relação aos efeitos da mudança do valor do parâmetro estudado no gráfico da

função, porém não menciona o período, nem consegue elaborar uma explicação que envolva características do Mundo Formal sobre o que observou em sua manipulação.

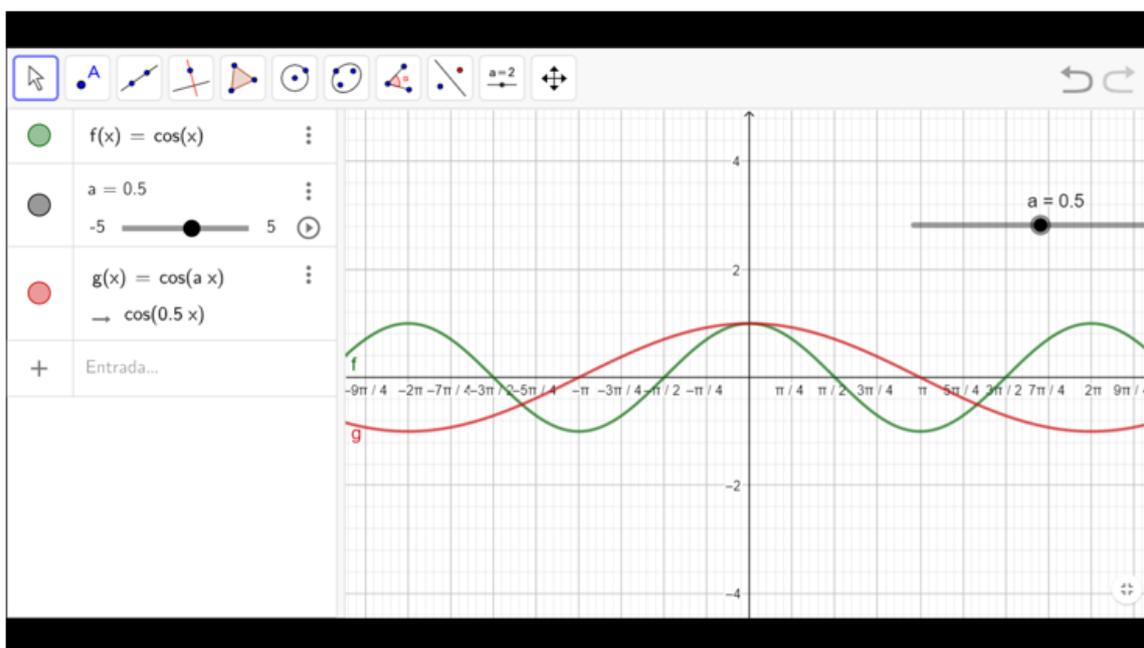
Figura 4: Resposta de Mayara e seu uso da calculadora gráfica.

Questão 1

**Answer**

Muda a função mas a imagem continua a mesma.

Calculadora de Mayara



Ao utilizar-se dos recursos gráficos disponibilizados, Mayara consegue perceber que existe uma alteração na representação gráfica da função de acordo com a variação do valor do parâmetro, executando ações e percepções referentes ao Mundo Corporificado, porém, não consegue elaborar uma análise mais determinada sobre as alterações que ocorrem nas propriedades referentes a esta função, sem destacar com clareza os impactos no período da nova função. No entanto, consegue perceber que o conjunto imagem não é alterado pela variação do parâmetro  $a$ , indicando características do Mundo Formal.

Em sua resposta, Gustavo (Figura 5) descreve observações muito dependentes do Mundo Corporificado, visto que não relaciona as alterações observadas ao período e à imagem da função, apenas descreve os impactos no gráfico. Também apresenta dificuldades relacionadas ao uso da calculadora gráfica disponibilizada, visto que, apesar de conseguir construir o gráfico de  $f(x) = \cos(x)$ , acidentalmente cria uma função  $b(x, y) = \cos(ax)$ ,

função que, por depender de duas variáveis, possui representação gráfica em  $\mathbb{R}^3$  e, logo, não apresenta representação no plano cartesiano.

Figura 5: Resposta de Gustavo e seu uso da calculadora gráfica.

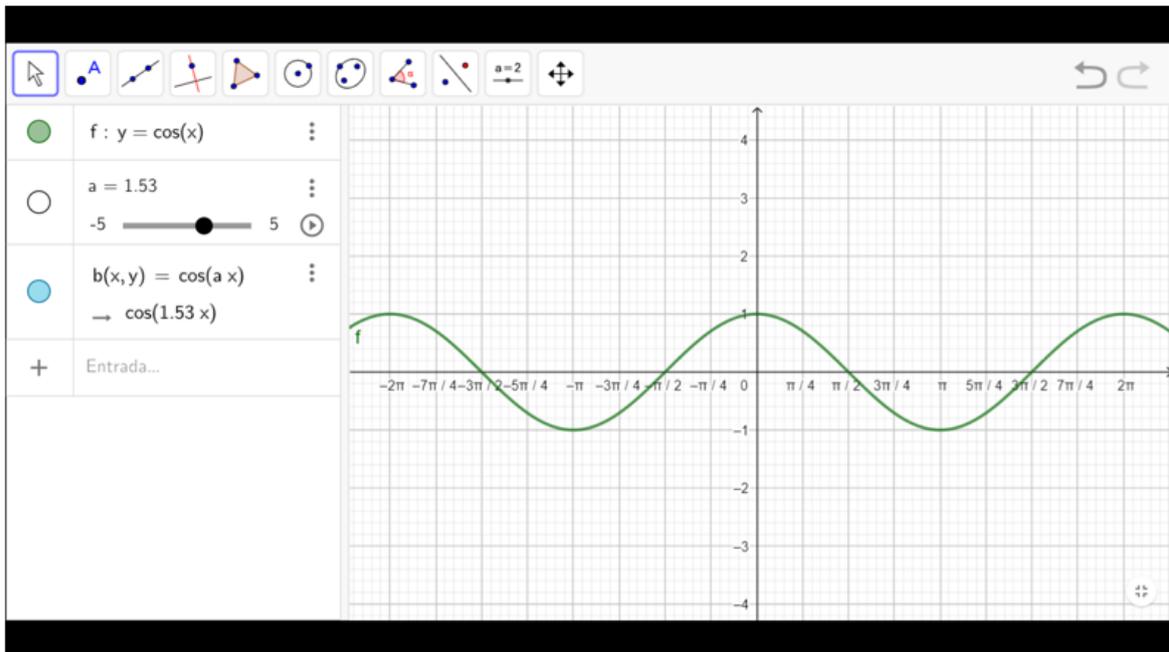
### Questão 1

#### Answer

O parâmetro  $a$  vai alterando o desenho do gráfico.

Quando  $a$  tende para 0, a imagem fica próxima a uma reta/constante. Quando o valor de  $a$  fica mais distante de 0, a imagem fica próxima ao formato de uma mola.

#### Calculadora de Gustavo



Gustavo aponta ainda que, em valores próximos de 0, a função que contém o parâmetro  $a$  começa a assumir valores constantes, no entanto, não aponta que isso ocorre devido ao fato de que a função em si começa a assumir o valor do cosseno de 0, que é igual a um. Também podemos inferir que essa observação dos valores próximos de 0 só foi possível devido ao participante não ter configurado o incremento do controle deslizante para 0,5, como sugerido no enunciado da questão, perspectiva que revela dificuldades com o GeoGebra. Na janela de álgebra (Figura 5) também observamos que Gustavo transformou a função que contém o parâmetro em uma função de duas variáveis, o que reitera dificuldades do participante com o aplicativo.

Além disso, ao indicar que ocorre uma alteração no “desenho” do gráfico, Gustavo não identifica quais propriedades da função são alteradas, continuando a destacar que a imagem do gráfico se assemelha a uma “mola” dependendo da distância do valor do parâmetro  $a$  em relação

à 0. Isso indica que o estudante fez muitas observações no Mundo Corporificado, mas não conseguiu formalizar essas observações com características do Mundo Simbólico-Formal, a ponto de possivelmente confundir o significado da palavra “imagem” no contexto do enunciado, visto que não comenta sobre o conjunto imagem da função estudada, mas usa da palavra imagem para descrever o formato da função. Cumpre observar que, ao final de cada atividade relacionada aos parâmetros estudados, houve discussões coletivas dos pesquisadores com todos os participantes nas plataformas Geogebra *Classroom* e *Google Meet*, de forma que pudemos esclarecer as dúvidas dos participantes e sintetizar as definições e conceitos abordados. Também é importante observar que, devido a periodicidade das discussões, que ocorreram no final de cada atividade, muitos dos licenciandos, nas atividades seguintes, desenvolveram explicações mais avançadas sobre a influência dos outros parâmetros, a ponto de indicar o comportamento e a dependência dos valores das imagens e períodos das funções em relação a estes.

Depois da oficina e das discussões das atividades, foi aplicado um questionário avaliativo sobre a oficina e as atividades. O questionário tinha como objetivo entender as percepções dos participantes, futuros professores de Matemática, em relação ao uso de atividades com o uso de tecnologia nos processos de ensino e de aprendizagem de trigonometria no Ensino Médio. A seguir, discutimos algumas respostas dos participantes para três das questões propostas.

1. Como professor de matemática, você usaria essas atividades no Ensino Médio? Por quê?

Figura 6: Respostas de Mayara, Jorge e Edmundo

Sim, após a explicação teórica verificar no geogebra é outra historia, pois agrega valor.

Com certeza, pois ajuda a dar uma visão diferentes dos conteúdos.

Sim, faz muito mais sentido para o aluno, além de ser muito mais significativo e didático.

2. Quais dificuldades você identifica para a aplicação desse tipo de atividade no Ensino Médio?

Figura 7: Respostas de Fábio e Mayara

Falta de recurso.

E necessário ter conhecimento em trigonometria, para entender o que esta sendo feito.

### 3. Quais vantagens você identifica na aplicação deste tipo de atividade no Ensino Médio?

Figura 8: Respostas de Fábio, Mario e Jorge

Construção de um conhecimento mais sólido.

a exploração, o fato de poder mover, poder ver, ajuda muito a entender o que voce esta fazendo

Os alunos conseguem ter uma experiência e compreensão melhor com o significado dos parâmetros.

As respostas selecionadas, de maneira geral, refletem a posição da maioria dos participantes em relação ao uso de atividades similares à proposta na oficina na Educação Básica. Eles acreditam que o uso desse tipo de dinâmica e tecnologia podem ser usados para melhor complementar as ideias apresentadas em sala de aula, de forma a “dar sentido” e “agregar valor” ao conteúdo abordado, posições que corroboram com as observações de Souza e Cabral (2021).

Em relação às dificuldades, destacam-se a “falta de recursos” disponíveis para os estudantes no ambiente escolar, e a necessidade de um pouco de familiaridade com o objeto estudado. Essa última observação corrobora parcialmente com as conclusões feitas por Filho, Timóteo, Costa e Reis (2019), que acreditam no uso de *softwares* de geometria dinâmica como ferramenta complementar no processo de formalização dos conceitos. No caso da falta de recursos, entendemos que uma alternativa bastante interessante e viável seria o uso do aplicativo GeoGebra para celular, pois os celulares estão cada vez mais populares em nossa sociedade, principalmente entre os jovens, e o aplicativo é gratuito.

Em relação as vantagens, é novamente destacado a formação de conhecimentos e noções mais concretas, mas também uma maior ênfase em relação à maleabilidade do *software* para o aluno.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em geral, a oficina e a atividade apresentaram potencial em relação ao ensino de Trigonometria, ao possibilitar o desenvolvimento e comunicação entre os conhecimentos nos mundos corporificado, formal e simbólico. Muitas das dificuldades apresentadas pelos participantes em relação aos conteúdos estudados e ao uso do GeoGebra foram esclarecidas durante as explicações e discussões desenvolvidas após cada atividade, o que evidencia as possibilidades de uso desta na sala de aula.

Os resultados encontrados tanto na resolução das atividades como nos comentários dos participantes no questionário avaliativo corroboram as conclusões encontradas por Souza e Cabral (2021) que destacam que a inserção do ambiente computacional pelo professor na sala de aula da Educação Básica pode acarretar uma melhora no ensino, especialmente caso vinculado a alguma teoria, e também com observações feitas por Feitosa, Aquino, Sousa e Lavor (2020), assim como as feitas por Filho, Timóteo, Costa e Reis (2019), que destacaram o interesse de estudantes nos diferentes níveis de Educação para o uso dessa ferramenta em outros momentos.

Entendemos, ainda, que as questões elaboradas para a atividade possibilitaram uma discussão e exploração dos elementos relacionados a função cosseno, mais especificamente da influência de parâmetros no gráfico dessa função, devido à interação feita entre os mundos corporificado, simbólico e formal, possibilitada pelas questões e os recursos disponibilizados pelo GeoGebra *Classroom*. Cumpre ressaltar que, nas atividades, os Três Mundos da Matemática (TALL, 2013) foram explorados em níveis diferentes, mas de forma com que os participantes pudessem gradualmente progredir em suas concepções e descobertas.

### Agradecimentos

Aos participantes desta pesquisa e ao IFSP Guarulhos pela bolsa de PIBIFSP concedida.

### Referências

- FEITOSA, M. C.; AQUINO, A. A. de; SOUSA, B. F. de; LAVOR, O. P. O uso do GeoGebra como ferramenta auxiliar no ensino de funções inversas e logarítmicas. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 6, n. 2, p. e2003, 2020. DOI: 10.35819/remat2020v6i2id3952. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/3952>. Acesso em: 29 mai. 2021.
- JAVARONI, S. L.; ZAMPIERI, M. T.; OLIVEIRA, F. T. **Tecnologias digitais: É possível integrá-las às aulas de Matemática?** In: Congresso Internacional das Tic Na Educação, III., Anais. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa, p. 970–974, 2014.
- MARTINS, C. B. M. J.; MOREIRA, H. **O campo CALL (Computer Assisted Language Learning): definições, escopo e abrangência.** *Calidoscópico*. v. 10, n. 3, 2012, p. 247-255. Disponível em: <<http://revistas.unisinos.br/index.php/calidoscopio/article/view/3254/1280>>. Acesso em 05 de dezembro de 2020.
- PEREIRA FILHO, A. D.; TIMÓTEO, S. C. de S.; COSTA, D. E.; REIS, T. S. dos. Contribuições do software Geogebra no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica em uma turma da 3ª série do Ensino Médio. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 288-311, 2019. DOI: 10.26571/REAMEC.a2019.v7. n1.p288-311.i7865. Disponível em:

<<https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/7865>>. Acesso em: 29 mai. 2021.

SOUZA, L. B. B.; CABRAL, N. F. O GeoGebra no estudo da reta e circunferência com estudantes de licenciatura em matemática. **REMATEC**, v. 16, n. 37, p. 123-139, 15 jan. 2021.

TALL, D. O. **How Humans Learn to Think Mathematically**: Exploring the Three Worlds of Mathematics. 1ª. ed. New York: Cambridge University Press, 2013