

Um Estado da Arte da Pesquisa sobre Ensino de Análise Real no Brasil

A State of Art of the Research on the Teaching of Real Analysis in Brazil

Cecilia Ferreira Borges de **Alcântara**

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Márcia Maria Fusaro **Pinto**

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

RESUMO

Este artigo traz um estado da arte da pesquisa sobre o ensino de Análise Real a partir da produção de pesquisas brasileiras no período de 2011 a 2020. Os procedimentos metodológicos adotados têm como referência a Revisão Sistemática de Literatura (Wohlin et al., 2012) e a Análise Temática (Braun; Clarke, 2006), evidenciando as ações didáticas em sala de aula de Análise Real bem como os temas emergentes das pesquisas com esse foco. As fontes consultadas foram o Google Acadêmico, as listas de referências dos trabalhos selecionados e o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Dentre os sessenta e três trabalhos que atenderam aos critérios de seleção, foram incluídos vinte e quatro em um estado da arte, como resultado da Análise Temática do *corpus* da pesquisa. Quatro grandes temas de pesquisa foram identificados: (1) Metodologias alternativas, (2) Análise na formação de professores, (3) O “fazer Matemática” em análise e (4) Filosofia e história da matemática. Destaca-se o primeiro como evidência do interesse crescente, no ensino e na pesquisa em educação matemática, na sala de aula de Análise Real tendo como fator primordial a adoção de metodologias alternativas à tradicional.

Palavras-chave: Educação Matemática. Análise Real. Análise Matemática. Ensino de Análise. Estado da Arte.

ABSTRACT

This article provides a state of the art of the Brazilian research in mathematics education on the teaching of Real Analysis, for the period from 2011 to 2020. The methodological procedures adopted are the Systematic Review of Literature (Wohlin et al., 2012) and the Thematic Analysis (Braun; Clarke, 2006), highlighting the didactic actions in the Real Analysis classroom and the themes emerging from these researches. The data basis consulted were the Google Scholar, the list of references of the selected works and the Catalog of Theses and Dissertations from the Coordination of Improvement of Higher Education Personnel (CAPES). Amongst the sixty-three works that fulfilled the selection criteria, twenty-four were included as a result of the Thematic Analysis of the research corpus. Four major themes were identified: (1) Alternative methodologies, (2) Analysis in teacher training, (3) The “doing Mathematics” in Analysis and (4) Philosophy and history of mathematics. In this research, the first theme stands out as evidence for the growing interest of mathematics education research in the Real Analysis classroom focusing upon the adoption of alternative methodologies due to the traditional one.

Keywords: Mathematics Education. Real Analysis. Mathematical Analysis. Teaching Analysis. State of the Art.

1 INTRODUÇÃO

Um estado da arte de um campo de pesquisa, também chamado de estado do conhecimento do campo, é entendido como uma modalidade de pesquisa (Melo, 2006) que descreve os “aspectos ou tendências gerais da pesquisa em um determinado campo de conhecimento, destacando seus principais resultados e conclusões e fazendo um balanço-síntese do conhecimento produzido no campo” (Fiorentini; Passos; Lima, 2016, p. 19).

Aproxima-se de uma revisão de literatura em relação aos objetivos de unir e de descrever aspectos atuais de determinada área de conhecimento, embora a revisão se afaste do real sentido de um estado da arte quando se prende a descrever o presente/passado, ao invés de apresentar uma visão do futuro da área. Essa ressalva é bem destacada:

Como o conhecimento é um estado em efervescência, em crescimento, com transformações e mudanças, o estado da arte consiste em olhar para o futuro a partir de traços e antecedentes imediatos do cenário atual da pesquisa (Ernest, 1991, p. 1) Portanto, esse tipo de pesquisa não é apenas uma revisão de estudos anteriores, mas busca, sobretudo, identificar as convergências e divergências, as relações e arbitrariedades, as aproximações e contrariedades existentes nas pesquisas e apresentam indícios e compreensões do conhecimento a partir de estudos acadêmicos, como teses e dissertações (MELO, 2006, p. 62).

Dito isso, este artigo traz um estado da arte sobre o ensino de Análise Real, a partir da produção de pesquisas brasileiras no período de 2011 a 2020, para evidenciar as metodologias empregadas em ações didáticas nas salas de aula dessa disciplina e quais temáticas emergem dessas investigações. As questões orientadoras poderiam ser outras, resultando em uma diversidade de modos potenciais a serem produzidos sobre esse mesmo tema, daí o entendimento de ser *um* estado da arte e não *o* estado da arte.

Esta pesquisa dá continuidade em seu recorte temporal e, por isso, dialoga com o mapeamento da produção brasileira em ensino de Análise entre 1987 e 2010 em Otero-Garcia (2011), que teve como fonte de dados as dissertações e as teses do banco da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), além de 8 periódicos brasileiros e anais de 4 edições do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). O planejamento atual amplia a fonte de dados, alterando o recorte temporal e os critérios de seleção para a inclusão no mapeamento planejado; simultaneamente, contempla as palavras-chave de Otero-Garcia (2011) e as questões críticas de Otero-Garcia e Baroni (2015).

Aqui, tal estado da arte foi elaborado a partir de procedimentos metodológicos da Revisão Sistemática de Literatura (Wohlin *et al.*, 2012) e da Análise Temática (Braun; Clarke, 2006) para a analisar o *corpus* da pesquisa. A intenção é organizar o resultado do estudo em um Mapa da Literatura (Creswell, 2010) para comunicá-lo.

A seção a seguir inicia a discussão sobre os procedimentos metodológicos na busca e na seleção de trabalhos para compor a pesquisa, bem como os métodos adotados para a análise dos temas. Em seguida, apresentamos o mapa da literatura e a distribuição das pesquisas em cada temática. Nas considerações finais, expomos um resumo do que foi discutido e destacamos os principais resultados encontrados.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A Revisão Sistemática de Literatura (Wohlin *et al.*, 2012) estabelece um método sistemático e reprodutível de revisão. Seu objetivo é identificar, selecionar e analisar todos os estudos produzidos a partir de critérios bem definidos, sendo orientada por questões de interesse.

É uma metodologia já familiar a outras áreas do conhecimento e, recentemente, ganhou espaço no cenário educacional através de Silva (2020), Patrocínio, Silveira e Calejon (2016), Barcelos *et al.* (2015) e Macêdo, Monteiro e Carvalho (2020). Entre os autores citados, muitos apresentam uma organização em etapas necessária à realização sistemática. Embora na forma demonstrem variações, as ideias culminam em um mesmo conteúdo; optamos, deste modo, pelos estágios explicitados por Wohlin *et al.* (2012), que sintetizam o método em três etapas descritas a seguir.

A primeira etapa, o planejamento da revisão, prevê a identificação da necessidade da pesquisa, a definição de suas questões orientadoras e o desenvolvimento de um protocolo de revisão. No caso desta investigação, observamos que o primeiro e o último mapeamento sobre a produção da pesquisa no país em ensino de Análise, Otero-Garcia (2011), foi realizado há mais de uma década.

As questões colocadas por Otero-Garcia (2011), em suas considerações finais, previam um movimento contínuo e crescente da área, bem como identificavam as lacunas a serem preenchidas em decorrência de sua importância para o processo de ensino e de aprendizagem da Análise Real, o que justifica dar prosseguimento à revisão iniciada nesta pesquisa.

Tais conjecturas em Otero-Garcia (2011), além da experiência da primeira autora deste artigo com metodologias alternativas na universidade, levaram-nos às seguintes questões orientadoras: (Q1) Quais metodologias vêm sendo empregadas nas ações didáticas em sala de aula no ensino de Análise Real? e (Q2) Quais temáticas sobre o ensino de Análise Real estão presentes nas pesquisas?

Por fim, um protocolo de revisão estabeleceu os critérios de inclusão e de exclusão das pesquisas, especificados a seguir, para compor o *corpus* analisado. Vale observar que os parâmetros de exclusão não se reduzem à negação dos fatores de inclusão, mas apresentam informações relevantes e auxiliam na seleção dos estudos.

Os critérios de inclusão estão descritos na quadro 1 :

Quadro 1: Critérios de inclusão

Tempo de busca	10 anos (2011 a 2020)
Idioma	Português
População-alvo	Ensino superior, licenciandos ou bacharelados em matemática
Tipos de texto	Artigos de periódicos, anais de congressos, dissertações e teses
Disponibilidade	Textos completos disponíveis em meio eletrônico, com acesso gratuito
Conteúdo matemático	Conteúdos lecionados em Análise Real, como sequências, limites, derivadas, integrais e séries (além de outros que podem surgir com a busca)
Foco	Pesquisas cujo foco seja o ensino de Análise Real

Fonte: Elaboração das autoras (2021)

E os critérios de exclusão foram os textos:

- a) duplicados (o mesmo trabalho apresentado em formas diferentes e em distintas fontes, foi incluído);

- b) cujo o foco eram estabelecer relações entre Análise Real e outros níveis de ensino (quando o ponto era o ensino nesses outros níveis);
- c) abordando o tema história da matemática sem estabelecer conexões explícitas com o ensino;
- d) apresentados em congressos na modalidade pôster;
- e) referentes a resenhas de outros trabalhos (já incluídos ou não);
- f) mapeando pesquisas ou outros estados da arte.

A etapa seguinte, a condução da revisão, prevê a identificação da pesquisa, seleção de estudos primários, avaliação da qualidade do estudo, extração, monitoramento e síntese dos dados. Ao identificar as pesquisas, retomamos Otero-Garcia (2011) que observa não haver uma convergência ou uma caracterização homogênea de palavras-chave nas pesquisas sobre ensino e aprendizagem de Análise.

A partir dos termos elencados pelo autor, e de uma busca teste no Google Acadêmico, escolhemos utilizar as seguintes palavras-chave: (1) “Análise Real’ E ensino”, (2) “Análise Matemática’ E ensino”, (3) “Análise na Reta’ E ensino”, (4) “Disciplina de Análise’ E ensino” e (5) “Fundamentos de Análise’ E ensino”. Três fontes de busca foram utilizadas na seleção inicial com recorte temporal de 2011 a 2020, dando continuidade ao mapeamento em Otero-Garcia (2011): o Google Acadêmico, as listas de referências dos trabalhos selecionados e o Catálogo de Teses e Dissertações da Capes.

A extração e o monitoramento de dados para a seleção dos trabalhos foi baseada em quatro estágios de leitura: (1) título dos trabalhos, (2) resumo e palavras-chave, (3) introdução, metodologia e conclusão/considerações e (4) leitura integral do texto. A leitura de partes específicas dos textos possibilitou a verificação das pesquisas, ou seja, se atendiam aos critérios de seleção mencionados no Quadro 1, podendo ser incluídas em qualquer um desses estágios, bem como excluídas, caso não se relacionassem com o escopo do trabalho.

Após a aplicação desses critérios foram adicionados ao *corpus* de pesquisa sessenta e três trabalhos. Dentre eles, cinquenta e três foram obtidos pelo Google Acadêmico, 8 pelas referências daqueles primeiros selecionados e 2 pelo banco de dados da CAPES. Este artigo traz a síntese da revisão de vinte e quatro trabalhos selecionados, correspondente à terceira etapa da metodologia descrita em Wohlin *et al.* (2012).

2.1 A análise do *corpus* de pesquisa

Em um primeiro momento, o descritivo, destacamos as seguintes informações: ano de publicação/defesa, origem (artigo, anais, dissertações ou teses), titulação do autor principal (no caso de artigos e anais) e palavras-chave. Essa análise possibilitou a identificação de grupos de pesquisa, proporcionando também reflexões sobre as palavras-chave utilizadas com maior frequência na área, em diálogo com Otero-Garcia (2011).

Uma segunda vertente de análise do *corpus* de pesquisa adota procedimentos da Análise Temática para responder às questões orientadoras e para construir um mapa de literatura (Creswell, 2010) sobre um estado da arte proposto. Para isso, o recorte desse *corpus* foi motivado pela necessidade de aprofundar a verificação dos textos selecionados. Realizamos, então, a investigação com vinte e quatro artigos; contudo, gostaríamos de fazer algumas considerações antes de apresentar os resultados.

Em relação às dezoito dissertações e teses encontradas, apenas 7 estão contempladas nesta revisão porque as demais foram publicadas em artigos incluídos nesta pesquisa. Os trabalhos

restantes, mesmo que não estejam diretamente incluídos após a Análise Temática, não modificam essencialmente os temas gerados a partir das questões orientadoras da investigação. Em relação aos anais de eventos, acreditamos que uma apuração sobre esse formato de trabalho seria, por si só, interessante, pois tais trabalhos sinalizam de maneira ágil os avanços da área. Entretanto, optamos por estudos avaliados por pareceristas para resguardar a característica de rigor do campo.

Esse artigo traz os resultados da Análise Temática, na segunda vertente que configura o estado da arte da pesquisa em ensino de Análise em nossa investigação. Voltamos então nosso olhar para as temáticas sobre o ensino de Análise Real presentes nas pesquisas, respondendo, concomitantemente, a primeira questão enunciada ao identificar os temas emergentes. Com esse fim, retomamos os resumos elaborados previamente e, a partir deles, atribuímos rótulos ou categorizações iniciais. Seguimos os procedimentos metodológicos da Análise Temática (Braun; Clarke, 2006) para, posteriormente, enunciar as categorias temáticas desta investigação.

A Análise Temática é um método de análise de conteúdo empírico ou documental, utilizado em pesquisas qualitativas, com o objetivo de identificar temas ou padrões em um conjunto de dados (Braun; Clarke, 2006). Neste estudo, tal conjunto é constituído pelos vinte e quatro artigos selecionados, em que os dados correspondem a cada um dos textos. Essencialmente, os temas devem capturar informações relevantes nesse conjunto, visando responder às questões propostas.

Tal análise teve início através de observações e da busca por padrões no conjunto de dados, atribuindo rótulos que pudessem ser pensados como categorias iniciais e terminando com o relato sobre o conteúdo e o significado de tais padrões (temas). O método é flexível e recursivo, não existem regras para realizá-lo. Optamos pela proposta em Braun e Clarke (2006) por causa dos procedimentos explícitos pelos autores, que auxiliam o pesquisador, de fato, na realização da Análise Temática.

O primeiro passo foi a familiarização com o conjunto de dados, a partir de leitura repetida e ativa dos textos, anotando as ideias interessantes, ou que pareciam ser. No momento seguinte, geramos os códigos iniciais e identificamos as características nos textos relacionadas às questões de pesquisa; os temas potenciais podiam ser gerados classificando e agrupando esses códigos.

Alguns códigos podem ser transformados em temas, enquanto outros em subtemas ou até mesmo descartados. Por exemplo, nesta pesquisa, a exploração da figura 1 revela dezoito códigos iniciais. Observem os primeiros 5, na parte superior esquerda da figura: foram reagrupados em três subtemas, que definem um único tema, ao final do processo de exploração.

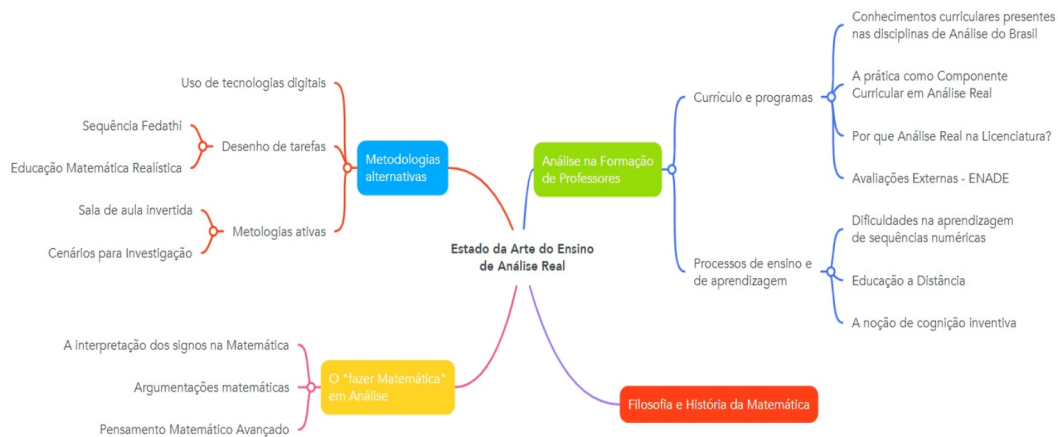
Um movimento constante de análise revisita e refina os temas elencados no momento anterior. Ao final dessa fase, o pesquisador tem um mapa temático satisfatório, ideias consistentes sobre seus temas, como eles se relacionam e a história que contam a respeito do conjunto de dados analisados.

O esboço desse mapa temático é uma oportunidade para definir e para apurar os temas, analisando o conjunto de dados a partir deles como em um processo de modelagem. Braun e Clarke (2006) destacam, nessa fase, a importância da identificação da história contada por cada assunto e como ela se encaixa nessa grande narrativa construída, levando em conta as questões da pesquisa. Esse é, também, o momento de reflexão sobre as denominações dadas aos temas na análise final, porque os termos utilizados precisam “ser concisos, incisivos e dar imediatamente ao leitor uma noção do que é o tema” (Braun; Clarke, 2006, p. 23, tradução nossa).

O último passo é a produção do relato de análise, em que a narrativa precisa ser consistente, coerente, lógica e bem contada sobre a história dos dados, evidenciando as informações que exemplificam os temas e convencendo o leitor da validade da Análise Temática realizada (Braun; Clarke, 2006).

Norteadas pelas questões formuladas e pelos procedimentos já descritos, identificamos quatro grandes temas na literatura analisada: (1) Metodologias alternativas, (2) Análise na formação de professores, (3) O “fazer Matemática” em Análise e (4) Filosofia e história da matemática. Apresentamos essa distribuição na figura 1:

Figura 1: temas organizadores da literatura analisada



Fonte: Elaboração da primeira autora (2022)

Na figura 1 exibimos um mapa da literatura (Creswell, 2010) e organizamos os resultados da análise em categorias temáticas, em que todos os artigos selecionados estão representados em pelo menos um dos temas no mapa. Os aspectos centrais das pesquisas analisadas foram incluídas em um número mínimo de temas. Dessa forma, vinte e dois artigos estão inseridos em apenas uma temática dentro do mapa, como em uma categorização clássica. Duas pesquisas foram incorporadas em mais de 2 temas: Gomes, Otero-Garcia, Silva e Baroni (2015) e Alves, Fontenele e Lucas (2016).

3 UM ESTADO DA ARTE EM ENSINO DE ANÁLISE – TEMÁTICAS PRESENTES NAS PESQUISAS

A primeira questão de pesquisa, “Que metodologias vêm sendo empregadas nas ações didáticas em sala de aula no ensino de Análise Real?”, é respondida ao configurar o tema (1) Metodologias alternativas. Incluídos nesse tema, 9 artigos, dentre os vinte e quatro analisados, discutem o uso de metodologias alternativas à tradicional no ensino de Análise Real. Essas pesquisas, todas de cunho qualitativo, são intervenções em sala de aula ou propostas de exploração didática.

3.1 Metodologias alternativas

A discussão sobre Metodologias alternativas se organiza em torno de três subtemas primários: (1) Uso de tecnologias digitais, (2) Desenho de tarefas (composto pelas temáticas secundários: a sequência Fedathi e a educação matemática realística) e (3) Metodologias ativas (contemplando a sala de aula invertida e os cenários para investigação).

No subtema primário (1), Uso de tecnologias digitais, as seis pesquisas incluídas têm como cerne as potencialidades e as limitações da tecnologia digital para o ensino de um conteúdo matemático formal. Dois *softwares* foram utilizados nas abordagens: o Geogebra e o CAS Maple. O primeiro foi utilizado em todas as seis pesquisas incluídas nessa categoria; suas funcionalidades foram exploradas, em especial, a visualização dos conceitos e a dinamicidade das representações, permitindo explorações e testes de conjecturas.

A respeito das observações relacionadas à aprendizagem, destacam-se como pontos positivos nas experiências realizadas as discussões e as interações promovidas entre os participantes enquanto usavam o *software*. Por outro lado os pesquisadores destacam a finitude das representações digitais como uma limitação, podendo resultar em intuições errôneas relacionadas aos conceitos trabalhados e também obstruir a necessidade de elaborar a prova formal, que por vezes não é percebida pelos estudantes durante as atividades (Lacerda *et al.*, 2020). Deste modo, o conflito entre o rigor e a intuição fica latente e não se evidencia.

Em contraste, há a possibilidade, não destacada nas pesquisas no período considerado, de usar as limitações do instrumento – o *software* ou as representações digitais, como objeto de estudo em si mesmo em uma perspectiva da matemática, contrapondo-as com instrumentos teóricos e fazendo emergir conflitos teórico-computacionais (Giraldo, 2004).

No que tange ao ensino e ao papel do professor, os pesquisadores argumentam que tais atividades em um ambiente de ensino da matemática formal demandam um bom planejamento, seja no uso da geometria dinâmica ou no conhecimento das potencialidades a serem exploradas. A utilização do CAS Maple foi entendida como complementar ao do Geogebra, possibilitando, por exemplo, a exploração do comportamento numérico-qualitativo das séries para fundamentar aspectos intuitivos de conceitos formalizados no ensino da Análise (Alves, 2014).

Os dois outros subtemas primários contemplados no tema (1) Metodologias alternativas são caracterizados a partir de uma distinção sutil nos respectivos referenciais teóricos.

Em Desenho de Tarefas, os trabalhos incluídos (Alves; Fontenele; Lucas, 2016; Mendes; Oliveira; Buriasco, 2017) referenciam-se em autores que reconhecem certa centralidade no professor e na importância da elaboração e da condução de tarefas em sala de aula. O centro dos processos de ensino e de aprendizagem é, portanto, o professor e o ensino.

Já as pesquisas incluídas no subtema Metodologias Ativas (Mazzi; Moura, 2020; Nachtigall *et al.*, 2020), têm como foco os processos de ensino e de aprendizagem. Logo, o aluno tem papel central e ativo, bem como a aprendizagem.

Retornando ao subtema Desenho de Tarefas para discuti-lo, incluímos aí subtemas secundários como a Sequência Fedathi e a Educação Matemática Realística, com a representação de um artigo em cada um deles. Embora, ambas as pesquisas promovam a participação ativa dos alunos, aqui o foco é na mediação docente: a participação ativa dos alunos deve ser planejada intencionalmente no desenho do material e no seu uso durante as intervenções em sala de aula. Por exemplo, Alves, Fontenele e Lucas (2016), incluído em Sequência Fedathi, argumenta que cabe ao professor elaborar bons problemas e situações desafiadoras para os alunos, para constituir um ambiente educativo que atribua a cada um deles um papel de pesquisador na investigação e na solução de problemas. Em suas pesquisas, exploram a sequência Fedathi e o uso do Geogebra no ensino de convergência de funções.

Por sua vez, os pesquisadores em Mendes, Oliveira e Buriasco (2017), em Educação Matemática Realística, têm a reinvenção guiada como intenção. Os estudantes da pesquisa experimentam ativamente um processo de aprendizagem similar ao ocorrido no desenvolvimento da matemática, enquanto são conduzidos por aulas preparadas por um professor, a partir de simulações. Na pesquisa analisada, os autores realizam uma releitura do capítulo *Ad infinitum* do livro *Perspectivas da Matemática*, de Freudenthal (1975), com o objetivo de discutir tarefas para o ensino do conteúdo matemático em diálogo com a educação matemática realística.

Os dois trabalhos elencados no subtema Metodologias Ativas apresentam a sala de aula invertida e os cenários para investigação, e assim como em Desenho de Tarefas, o enfoque é o ensino e a aprendizagem compartilhados com a intenção de participação ativa dos alunos. No

entanto, as metodologias ativas não se guiam de modo intencional com material produzido previamente a ser utilizado, destacando então a centralidade do papel do professor (naquele), pois o ambiente educativo será constituído de fato em sala de aula.

A pesquisa em Sala de Aula Invertida traz resultados de análise e de comparação entre a implementação da metodologia em uma sala de aula de Cálculo e em uma outra de Análise Real (Nachtigall *et al.*, 2020). Avaliando os resultados como positivos, os pesquisadores destacam o desenvolvimento da autonomia discente e a otimização de tempo em encontros presenciais. Por outro lado, reconhecem que a dificuldade no gerenciamento de tempo para os estudos prévios pode gerar um impacto negativo no rendimento dos estudantes. Não há a confirmação da conjectura de que os alunos de Cálculo teriam dificuldades nos estudos individuais sem o auxílio prévio do docente. No caso dos estudantes de Análise, também houve resultado contrário à hipótese de que os discentes manifestam dificuldades no estudo prévio das definições e das demonstrações.

Em Cenários para investigação, por ser uma metodologia para abordagem da matemática em sala de aula que se apoia no diálogo e na investigação, a intenção é, principalmente, transformar a cultura do silêncio existente no ensino de Matemática. Aliada a isso, a investigação de Mazzi e Moura (2020) também utilizou o Geogebra. Os resultados de tal uso propiciaram a elaboração e o teste de conjecturas; o *software* foi importante na manutenção do diálogo entre os participantes e o pesquisador, como intencionado na escolha da metodologia empregada.

Respondemos, portanto, à primeira questão colocada, destacando os experimentos realizados e investigados no espaço de sala de aula de Análise Real. O contexto das pesquisas incluídas neste tema encontra-se, em sua maioria, relacionado à licenciatura em matemática. Dentre as 6 pesquisas que propuseram intervenções, 4 têm licenciandos como participantes e 2, professores recém-licenciados. Um dos artigos relata uma pesquisa com professores universitários do departamento de Matemática das respectivas universidades dos pesquisadores. Tal cenário parece-nos sugerir uma ausência de experiências com metodologias alternativas às tradicionais em disciplinas em que os alunos regulares são bacharelados em Matemática.

Os conteúdos matemáticos abordados nas intervenções foram diversificados e contemplados em uma parte substancial do conteúdo proposto em Lima (1976). São eles: convergência pontual e uniforme de funções (Alves, 2013; Alves, Fontenele e Lucas, 2016), séries infinitas e critérios de convergência (Alves, 2014), convergência de sequências (Mazzi, 2015), convergência de sequências e o teorema do valor intermediário (Mazzi; Moura, 2020), integral de Riemann (Oliveira; Reis, 2017), integral de Riemann e teorema fundamental do cálculo (Lacerda *et al.*, 2020) e conjuntos finitos e infinitos (Mendes; Oliveira; Burasco, 2017). Além desses, há outros conteúdos explicitados, tais como números reais, topologia da reta, continuidade de funções e derivadas.

Em resposta à segunda questão “Que temáticas sobre o ensino de análise real estão presentes nas pesquisas?”, e complementando o tema (1) já apresentado, os assuntos (2) Análise na formação de professores, (3) O “fazer Matemática” em Análise e (4) Filosofia e história da matemática configuram as temáticas de interesse a serem descritas a seguir.

3.2 Análise na formação de professores

O segundo tema, Análise na formação de professores, foi explorado a partir de 2 eixos principais, constituindo os subtemas (1) Currículos e programas e em (2) Processos de ensino e de aprendizagem.

O primeiro subtema inclui quinze pesquisas, dentre as vinte e quatro listadas. Foi organizado em 4 subtemas secundários: (1) Conhecimentos curriculares presentes nas disciplinas de Análise do Brasil, (2) A prática como componente curricular em Análise Real, (3) Por que Análise Real na Licenciatura? e (4) Avaliações externas – Enade.

Já no subtema (2) Processos de ensino e de aprendizagem, registramos 4 pesquisas em 3 subtemas secundários distintos: (1) Dificuldades na aprendizagem de sequências numéricas, (2) Educação a distância e (3) A noção de cognição inventiva.

Como observado na discussão sobre o primeiro tema, todas as pesquisas neste segundo tema relacionam-se de algum modo com investigações sobre a formação de professores, tendo como participantes licenciandos em matemática, professores de matemática da educação básica e professores universitários do departamento de matemática de suas respectivas instituições.

Em particular, em relação ao subtema secundário Conhecimentos curriculares presentes nas disciplinas de Análise do Brasil, dentro de Currículos e programas, Gomes, Otero-Garcia, Silva e Baroni (2015) investigam, adotando uma abordagem qualitativa, o Projeto Pedagógico de Curso (PPC) e o plano de ensino de 136 cursos de licenciatura em Matemática no Brasil. Os autores apontaram 4 resultados parciais, interessantes, que passamos a discutir.

O primeiro resultado parcial evidencia as diversas nomenclaturas (25) para se referir à disciplina de Análise, em que as mais utilizadas foram: “análise real”, “análise matemática”, “introdução à análise real” e “análise matemática I e II”. Esse resultado reafirmou, portanto, a ausência de uniformização na nomenclatura da disciplina, como já mencionado, o que nos parece também indicar não haver um entendimento comum sobre a mesma.

O segundo sinaliza a existência de mais de uma disciplina de Análise em vários programas analisados.

O terceiro resultado identifica a bibliografia predominantemente adotada nas disciplinas: Ávila (2011, 2013), Lima (1997 *apud* Gomes *et al.*, 2015, 2010) e Figueiredo (1996), destacando o baixo número de referências específicas para as licenciaturas.

E um último resultado destaca que a disciplina sempre foi oferecida nos últimos períodos, de acordo com a matriz curricular desses cursos, sendo que em alguns deles não é indicada uma disciplina específica de Análise. Tal escolha contrapõe-se ao parecer CNE/CES 1302/2001 do Ministério da Educação (Brasil, 2001) e levanta questões sobre como esses cursos interpretam tal documento.

O subtema (2), a Prática como componente curricular, inclui o estudo de Cerri e Dias (2016) que é também incluído no subtema Currículo e programas. O artigo discute uma proposta em uma disciplina de Análise elaborada a partir de experiências dos autores como coordenadores de curso e como professores da disciplina. Os resultados positivos dessa experiência foram as discussões entre os estudantes sobre os conteúdos matemáticos que compõem o Currículo da Educação Básica. Na avaliação dos autores, essa proposta possibilita maior compreensão dos conceitos desenvolvidos na disciplina de Análise, dando-lhes significado e contribuindo para a formação de professores críticos e autônomos.

Por fim, o subtema Por que análise real na licenciatura? contempla a questão presente em trabalhos analisados por Otero-Garcia (2011) e que continua mobilizando o campo da pesquisa. Moreira, Cury e Vianna (2005), um artigo com esse mesmo nome, referencia a pesquisa de Moreira e Vianna em 2016; estando essa última dentre as 3 compartilhadas nos artigos alocados nesse subtema. Os autores discutem a existência e o papel da disciplina de Análise em cursos de licenciatura em matemática, a partir de diferentes pontos de vista. Moreira e Vianna (2016)

comparam a visão de matemáticos (Moreira; Cury; Vianna, 2005) e educadores matemáticos. Apesar de algumas diferenças entre as perspectivas dos sujeitos nos dois grupos, todos concordam com a obrigatoriedade da disciplina no currículo de licenciatura e as divergências dizem respeito a abordagens metodológicas de alguns tópicos. De acordo com Moreira e Vianna (2016), alguns fatores elencados pelos educadores matemáticos para a obrigatoriedade da disciplina de Análise no currículo das licenciaturas são: (1) propiciar uma cultura matemática, (2) conhecer a natureza do pensamento matemático e entender a organização da Matemática como um conhecimento científico e (3) aprofundar os saberes matemáticos (esse último, na visão dos educadores, permite maior conhecimento dos futuros conteúdos a serem lecionados).

A obrigatoriedade da disciplina de Análise no programa também tem o apoio de professores e de coordenadores no curso de licenciatura na investigação de Otero-Garcia, Baroni e Martines (2013). As justificativas se assemelham às do artigo anterior, com o acréscimo de uma ainda mais específica: a Análise deve fundamentar os conhecimentos dos licenciandos sobre os números reais. Entretanto, os participantes da pesquisa não reconhecem na disciplina as aplicações diretas à futura prática docente dos alunos. Ou seja, não parece ser clara a intenção dos formadores em integrar tal disciplina na formação do profissional em educação matemática da escola fundamental.

Já em Gomes, Otero-Garcia, Silva e Baroni (2015), os depoimentos dos licenciandos e dos professores de matemática da Educação Básica revelam dois eixos de discussão. No primeiro, a disciplina de Análise não é vista como significativa para o professor de matemática, contradizendo a visão de professores e de coordenadores em Otero-Garcia, Baroni e Martines (2013). Os participantes consideram a reprodução e a memorização como ações essenciais para um bom rendimento na disciplina. Por sua vez, ela se constitui como uma matéria teórica, pesada e formal; e os teoremas e as demonstrações tornam sua estruturação complexa, difícil e abstrata. Outras exigências citadas reafirmam as dificuldades dos estudantes na compreensão da disciplina e contribuem para manter a crença na Análise enquanto uma “disciplina formal” e, portanto, difícil (Gomes *et al.*, 2015). Os integrantes da pesquisa destacam ser necessário o estudo para além do mobilizado em sala, a retomada de conteúdos de outras disciplinas e o uso da intuição nos processos de demonstração.

O segundo eixo elenca também aspectos positivos, apontados pelos sujeitos da investigação, ressaltando que tal disciplina aprofunda a visão dos conteúdos trabalhados pelo futuro professor na Educação Básica. Entretanto, tais relações permanecem veladas ou não se desenvolvem de modo institucional, segundo esses sujeitos.

Nesse contexto, a questão “Por que Análise na Licenciatura?” ainda permanece em aberto e pode gerar pesquisas vindouras. Seria mesmo a disciplina importante na formação do professor? Reafirmamos, aqui, a provocação em Gomes, Otero-Garcia, Silva e Baroni (2015): seria o discurso de obrigatoriedade e de importância da disciplina de Análise apenas uma crença cristalizada e internalizada à licenciatura?

Em avaliações externas – Enade, o último subtema de Currículos e programas, identificamos na pesquisa de Paródia, Pereira e Otero-Garcia (2020), a única com abordagem exclusivamente quantitativa, uma redução no número de questões de Análise, bem como em sua abrangência, nas duas últimas edições do Enade. As questões do Enade contemplaram principalmente as sequências e séries numéricas, além de evidenciar uma característica da análise: a de aprofundar o rigor dos resultados do cálculo. Os pesquisadores avaliam como baixo o nível de exigência nos conteúdos dessa disciplina no Enade e destacam o foco em procedimentos ou no uso de ferramentas matemáticas em detrimento do entendimento conceitual.

O segundo subtema do tema (2), Processos de ensino e de aprendizagem, é constituído por 4 pesquisas, em três subtemas secundários distintos: (1) Dificuldades na aprendizagem de sequências numéricas, (2) Educação a distância e (3) A noção de cognição inventiva.

Em Bisognin, Bisognin e Leivas (2016) e Rizzon *et al.* (2017), incluídos no subtema secundário (1), os autores investigam as dificuldades na aprendizagem de sequências numéricas e têm em comum o foco nas dificuldades encontradas pelos participantes na mobilização e no uso a linguagem matemática. Elas reafirmam o caráter profissionalizante da licenciatura, argumentando a favor da articulação dos conteúdos com a futura prática docente dos alunos.

O primeiro artigo (Bisognin; Bisognin; Leivas, 2016) referencia-se nos Três Mundos da Matemática, quadro teórico elaborado pelo pesquisador inglês David Tall. Os autores concluem que os participantes permanecem em estágio descrito como o da matemática prática, sustentando as justificativas das respostas às questões propostas em aspectos corporificados relacionados aos conceitos formais. Os pesquisadores são unânimes em sua proposta: os professores devem promover uma “jornada” pelos Três Mundos da Matemática, transitando por atividades da matemática prática até o estágio formal, familiarizando-se com a especificidade de cada mundo. Vale destacar que uma análise da linguagem matemática evidencia as dificuldades com o sinal de igualdade e o símbolo de limite.

Rizzon *et al.* (2017) qualifica os erros dos estudantes em suas respostas a duas questões sobre sequências, categorizando-os em 4 tipos: (1) o mau emprego da linguagem matemática, como a falta de parênteses na indicação do conjunto de termos das sequências, (2) confusão na indicação dos termos das sequências, ao escrever apenas os coeficientes numéricos, (3) interpretação errônea do enunciado, em que alguma informação é ignorada e (4) dificuldades relacionadas ao desconhecimento da lei da soma dos termos de uma progressão geométrica limitada. Os dois grupos de participantes (Rizzon *et al.*, 2017), licenciandos e mestrandos do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemáticas, não demonstraram diferenças significativas entre os tipos de erros cometidos.

O subtema secundário Educação a distância é recente na literatura sobre ensino de Análise. Melo (2019) investiga os desafios enfrentados por essa disciplina em um curso de licenciatura em matemática *on-line*, destacando a importância do tripé “fórum – portfólio – aula presencial” como estratégia de ensino e de aprendizagem e como método de avaliação.

Por fim, a Noção de cognição inventiva, o último subtema secundário em Processos de ensino e de aprendizagem, é retomada em Otero-Garcia e Cammarota (2013) e diz respeito a aprendizagem de conceitos como processo de invenção. Os autores fazem uma releitura de trabalhos analisados em Otero-Garcia (2011) a partir da noção de cognição inventiva no ensino de Análise, e compreendem a aprendizagem como uma criação ou enunciação de problemas, em contraposição a um entendimento da cognição como o resultado de um processo de representação de dados e de solução de problemas. Ressaltam, igualmente, a importância de não elevar o formalismo do conhecimento matemático a um status superior ao de outras formas daquele conhecimento durante o processo de ensino e aprendizagem.

3.3 O “fazer Matemática” em Análise

O tema O “fazer Matemática” em Análise inclui 4 pesquisas com objetivo de discutir os aspectos relacionados às habilidades matemáticas requeridas em Análise que são categorizadas em 3 subtemas primários: (1) Pensamento matemático avançado (aspectos cognitivos da aprendizagem), (2) Argumentação em matemática (questões dos aspectos formais daquele conhecimento) e (3) Interpretação de signos na matemática (questões epistemológicas).

No primeiro subtema, a pesquisa em Flôres, Fonseca e Bisognin (2020) fundamenta-se em teorias sobre Pensamento matemático avançado (PMA) e investiga processos cognitivos mobilizados por licenciandas em Matemática durante a realização de tarefas sobre a representação decimal finita de números racionais. Múltiplos aspectos do processo de representação dos conceitos foram identificados como complexificando a identificação de padrões (etapa importante da generalização) e limitando os processos subsequentes de síntese e de abstração. As pesquisadoras defendem a realização de atividades para mobilizar processos cognitivos do PMA ao longo dos anos escolares, da educação básica ao ensino superior, em diferentes graus de complexidade, priorizando o processo envolvido no PMA considerado mais importante: a abstração.

O subtema (2), Argumentações matemáticas, inclui dois artigos em que o conteúdo de sequências numéricas é discutido (Pinto; Scheiner (2015), Vieira; Souza; Imafuku (2020)).

Pinto e Scheiner (2015) compartilha uma pesquisa teórica sobre o uso de representações visuais em argumentações matemáticas, apresentando a noção de abstração estrutural. O conteúdo matemático em foco é o conceito formal de limite das sequências de números reais. O artigo retoma a pesquisa de Pinto (1998), cujos participantes são exclusivamente alunos de bacharelado em matemática, em um estudo de caso que analisa o uso de representações visuais por um dos participantes, o estudante de matemática Chris. Os pesquisadores destacam que o aluno usa as representações visuais como instrumento para a produção de argumentos formais e para a resolução de problemas, contrastando esse uso com o da visualização como meramente ilustrativa dos conceitos mobilizados. Defendem o potencial das representações visuais como recurso para o estudo de sequências e destacam a necessidade da utilização de exemplos adequados pelo professor para evitar a restrição da imagem conceitual dos alunos a casos particulares específicos (Pinto; Scheiner, 2015).

Já Vieira, Souza e Imafuku (2020) analisa as percepções de licenciandos em matemática sobre prova, referenciando-se em estudos sobre os processos do PMA. O foco é a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais em Matemática e de intuitivo-numéricos e lógico-formais. Como instrumento metodológico, os pesquisadores elaboram duas questões sobre sequências numéricas para serem respondidas pelos estudantes em dois momentos distintos do curso: o primeiro, ao final da disciplina de Sequências e Séries e o segundo, na disciplina de Introdução à Análise Real. Alguns discentes foram selecionados para a realização de entrevistas com intuito de discutir as soluções a partir da exploração de suas respostas. Os erros foram categorizados em quatro grupos: (A1) usar um exemplo para justificar uma afirmação verdadeira, (B1) confundir o conceito de “limitada” com o de “ter limite”, (C1) enquadrar limites infinitos (divergência) na expressão “ter limite” e (D1) apresentar argumentos sem sentido. Curiosamente, as mesmas categorias de erros se manifestaram nas respostas nos dois momentos de aplicação.

Vieira, Souza e Imafuku (2020) defendem o trabalho com demonstrações e com aspectos lógicos relacionados durante todo o período do curso de licenciatura, em todas as disciplinas matemáticas; dando ênfase aos processos de generalização, síntese e abstração elencados nos quadros teóricos do PMA. Para os autores, as disciplinas finais devem apenas consolidar o uso desses processos no entendimento da estrutura lógica presente na matemática.

A respeito do conteúdo de sequências, afirmam a necessidade da realização de questões exploratória dos aspectos formais dos conceitos e visam um entendimento amplo pelos estudantes, não reduzida ao uso de técnicas, algoritmos e ideias vagas, pois, essas pouco contribuem para a formação dos licenciandos (Vieira; Souza; Imafuku, 2020).

Por fim, no último subtema A interpretação dos signos na matemática, Leal Junior e Andrade (2016) tem por foco a aprendizagem investigando a relação entre os indivíduos e os signos do

conhecimento aprendido. Sugere uma mudança em abordagens cristalizadas no ensino de Análise constituindo ambientes, em sala de aula, que favoreçam a decifração desses signos e das individualidades dos estudantes.

3.4 Filosofia e história da matemática

O tema Filosofia e história da matemática é constituído por dois artigos, ambos teóricos. O primeiro deles, Gomes (2019), tem Michel Foucault como referência e apresenta as reflexões históricas sobre as relações discursivas relacionadas ao enunciado “Análise”, identificando 6 séries discursivas. Tais relações sinalizam mudanças na perspectiva desse enunciado ao longo do tempo: desde os processos analíticos e sintéticos mobilizados pelos gregos até a formalização do rigor com Weierstrass, Dedekind e Peano, ao final do século XIX.

Já a pesquisa em Thomé, Duro e Andrade (2020), a segunda incluída no tema, busca relacionar historicamente aspectos da construção da Análise aos processos de formação do conhecimento pelos indivíduos, tomando como base a Epistemologia Genética do psicólogo Jean Piaget. Os pesquisadores argumentam sobre o processo de formalização dessa disciplina, ocorrida em quatro etapas, identificando em cada uma delas semelhanças conceituais com os estádios¹ (sic) de desenvolvimento cognitivo de Piaget.

A aprendizagem de Análise acontece por meio de tomadas de consciência sucessivas, culminando em conceituações, entendem os autores. Nesse contexto, destacam que, com exceção de alunos já em estádios (sic) superiores aos dos outros estudantes e então maduros cognitivamente para assimilar um conhecimento organizado como um sistema axiomático, o modelo de ensino baseado em axiomas não é uma atividade de ensino adequada.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta deste estudo é realizar um estado da arte da pesquisa em ensino de Análise Real, sem desconsiderar seu caráter subjetivo (Melo, 2006). Entendemos que uma análise realizada por outros pesquisadores retomando os mesmos artigos do conjunto de dados desta pesquisa poderia resultar em categorizações diferentes - o que deixamos aqui como sugestão.

Os critérios de seleção elencados foram atendidos por inúmeras pesquisas (sessenta e três trabalhos), confirmando a hipótese de Otero-Garcia (2011) sobre o rápido avanço da área. Após o recorte no conjunto total de pesquisas, um estado da arte foi constituído a partir de um conjunto de 24 artigos. Da análise de conteúdo do corpus de pesquisa respondendo as questões enunciadas identificamos 4 grandes temas: (1) Metodologias alternativas, (2) Análise na formação de professores, (3) O “fazer Matemática” em Análise e (4) Filosofia e história da matemática.

Nove pesquisas, dentro do recorte analisado, compõem o tema Metodologias alternativas, organizado em três subtemas primários: (1) Uso de tecnologias digitais, (2) Desenho de tarefas (com os subtemas secundários: sequência Fedathi e educação matemática realística) e (3) Metodologias Ativas (composta por: sala de aula invertida e cenários para investigação). Tal diversidade é surpreendente, uma vez que em Otero-Garcia (2011) não foram identificadas

¹ “É importante não atribuir o significado de período cronológico ao termo estágio (atribuindo-lhe o significado e estágio ou substituindo por essa palavra), pois a ideia do termo é enfatizar a noção de construção em etapas sucessivas e dependentes entre si” (Thomé; Duro; Andrade, 2020, p. 409). Para evitar a confusão, existem quatro critérios que delimitam os estádios: (1) ordem de sucessão constante com cronologia variável, (2) caráter integrativo: as estruturas construídas em um estágio são integradas às estruturas do nível seguinte, (3) totalidade inerente à organização das estruturas: a construção do conhecimento não consiste num somatório de conhecimentos, mas em uma complexificação de estruturas e (4) noção de processo: cada estágio inclui um nível de preparação para o estágio seguinte e de finalização por si mesmo (Dolle, 1987 *apud* Thomé; Duro; Andrade, 2020).

pesquisas sobre metodologias alternativas à tradicional. Concluímos ser esse um foco recente na literatura de pesquisa em educação matemática, sinalizando sua relevância crescente na área.

Assim, as metodologias ativas de ensino se configuram como tendência na pesquisa em ações didáticas em sala de aula de Análise Real, particularmente, a sala de aula invertida e as abordagens de ensino usando a tecnologia, além de estudos prévios às aulas, visando otimizar o tempo nos encontros presenciais e potencializar o processo de ensino e de aprendizagem. Tais iniciativas, e investigações relacionadas, podem estar associadas às abordagens de ensino impulsionadas pelo ensino remoto, ocasionado pela pandemia.

Indicamos ainda como uma direção, ou uma tendência no campo de pesquisa, as investigações sobre o uso de tecnologias digitais nas aulas de Análise, com destaque para o *software* Geogebra como uma ferramenta de grande potencial para o ensino e a pesquisa.

Outras temáticas recentes na literatura são analisadas: (1) A interpretação dos signos na matemática, (2) Argumentações matemáticas, (3) Os processos do pensamento matemático avançado, (4) A prática como componente curricular em Análise Real, (5) Avaliações externas – Enade, (6) Dificuldades na aprendizagem de sequências numéricas, (7) Educação a distância e (8) A noção de cognição inventiva.

Dentre os temas citados, acreditamos que os processos de ensino e de aprendizagem na/da disciplina de Análise são uma tendência de pesquisa na área, com o objetivo de investigar as dificuldades e os erros dos estudantes. Nesses estudos, a atenção aos processos estudados pelo grupo de pesquisa que se designou Pensamento Matemático Avançado parece ser uma tendência no campo, sendo referência teórica em três artigos: Oliveira e Reis (2017), Flôres, Fonseca e Bisognin (2020) e Vieira, Souza e Imafuku (2020).

Por fim, a Análise na formação de professores merece um destaque. Essa temática incluiu o maior número de pesquisas, contabilizando quinze em relação ao total analisado nesta investigação. Emerge como um campo para pesquisa com grande potencial, gerando múltiplas temáticas e expondo a complexidade de aspectos envolvidos na discussão sobre a disciplina em cursos de licenciatura. É entendido dessa forma desde Otero-Garcia (2011).

Ainda nesse tema, outros interesses recentes foram destacados: (1) O papel da Análise na licenciatura, (2) Questões relacionadas ao currículo da Análise Real e sua presença na licenciatura e (3) A formação do professor de Análise.

Vale mencionar que, dentre os vinte e quatro artigos analisados, quatorze trazem resultados da análise de intervenções cujos participantes são professores ou futuros professores: 10 artigos envolveram licenciandos em Matemática e 4 têm professores universitários como participantes da pesquisa relatada. Quanto aos demais artigos neste tema, 3 relatam investigações que têm professores de Matemática da Educação Básica como participantes e 2 são pesquisas sobre a própria prática de coordenadores de curso de licenciatura em Matemática, 1 de educadores matemáticos e 1 de mestrands de um curso de ensino de Ciências e Matemáticas. Em síntese, os participantes das pesquisas sobre ensino de Análise que foram selecionadas estão relacionados, de algum modo, com a docência e a formação de professores.

A partir dos resultados encontrados nesta investigação, buscamos respostas para as questões críticas levantadas em Otero-Garcia (2011) e Otero-Garcia e Baroni (2015), em relação à pesquisa sobre as ações em salas de aula de Análise. Percebemos a ausência de estudos acerca de (1) cálculo infinitesimal e de análise não-standard, (2) o ensino de Análise e a influência estrangeira, (3) Análise e interpretação, (4) livros didáticos de Análise e dificuldades com o cálculo e (5) a Análise e o ensino anterior.

Além destas, há outras questões que permanecem em aberto. Otero-Garcia (2011) trata o conhecimento sobre números reais com atenção e revela uma oscilação em defesa de duas abordagens de ensino: a que constrói esses números a partir dos números naturais e a que admite o conjunto desses números como um corpo ordenado completo. Embora os processos históricos de rigorização dos números reais sejam discutidos em Gomes (2019), ao tratar de sua construção a partir dos números naturais, não encontramos, em nossa pesquisa, investigações com o foco na construção dos reais.

Na temática As relações entre o Cálculo e a Análise, Otero-Garcia (2011) discute os diálogos possíveis entre as duas disciplinas, contemplando, dentre outros, os aspectos intuitivos e os formais de suas abordagens. Analisando-as como elementos do currículo da licenciatura a partir dos programas da Universidade de São Paulo (USP) e da Universidade Estadual Paulista (Unesp), problematiza o ensino das duas disciplinas como um todo.

Em nosso estudo, não encontramos respostas para as indagações colocadas. Entretanto, um aspecto que aproxima as pesquisas das anteriores desenvolvidas sobre as relações entre Cálculo e Análise é a discussão histórica dos processos de rigorização do Cálculo, culminando na Análise. Como em Pasquini (2007), a investigação analisada em Otero-Garcia (2011) foi o foco de Gomes (2019) e de Thomé, Duro e Andrade (2020). A transição entre o Cálculo e a Análise também merece atenção, mesmo não sendo o centro das investigações analisadas. Tal passagem é apontada por Pinto (2001) como uma transição e caracterizada em Reis (2001) por uma tensão entre o rigor e a intuição.

A formação do professor de Análise também é um tema importante para investigação, visto que esse formador será o responsável pela formação dos licenciandos. Atualmente a pesquisa em ensino de Análise é majoritariamente realizada por mestres em educação matemática, seguidos por doutores em educação e por doutores em matemática. Seria esse interesse uma reverberação das características da formação dos professores que atuam nas salas de aula de Análise?

No estado da arte produzido nessa pesquisa, investigações com esse foco não foram identificadas, mas questionamos: Qual a formação ideal do professor formador? Qual e como é a formação atual dos professores que ensinam Análise nas instituições brasileiras? Seria desejável, ou necessário que o professor de Análise também curse licenciatura? Essas e outras questões estão em aberto.

A Avaliação em Análise também não foi um tema presente. Contudo, as avaliações externas, em particular o Enade, configuraram-se como nova vertente de pesquisa sobre avaliação, como em Paródia, Pereira e Otero-Garcia (2020).

As investigações analisadas em nossa pesquisa, no entanto, deram continuidade a algumas temáticas. Essas dizem respeito a relações entre bacharelado e licenciatura, aos conteúdos de Análise, sua sequência e sua abordagem, ao ensino de Análise nas licenciaturas, ao formalismo e ao conteúdo da Análise e a relação entre a disciplina de Análise e as pedagógicas. Apresentamos a seguir as reflexões de Otero-Garcia (2011) a respeito de tais tópicos e indicamos como essa pesquisa contribuiu para seu desenvolvimento.

Na temática relações entre Bacharelado e licenciatura, Otero-Garcia (2011) discute a separação da disciplina de Análise em cada uma das modalidades do curso de Matemática, refletindo as especificidades com que devem ser pensada. Mesmo a atuação profissional do licenciado sendo distinta do bacharel, o autor problematiza essa relação e defende a necessidade de avaliar as prioridades do curso, colocando essa demanda também para as outras disciplinas.

Em Otero-Garcia (2011, p. 127), encontramos “as tentativas de separação da disciplina de análise visam muito mais ‘facilitá-la matematicamente’ para a licenciatura que, de fato, tratá-la com

a especificidade de cada modalidade a fim de que o curso seja melhor para ambas”. Tal crença na redução do conteúdo e do rigor na Análise, de modo específico para a licenciatura, é citada em entrevista analisada em Gomes, Otero-Garcia, Silva e Baroni (2015). Os participantes da entrevista externam dois pensamentos em relação a essa distinção entre uma disciplina de Análise para a Licenciatura e uma para o Bacharelado: a disciplina para os licenciandos seria inferior à trabalhada com os bacharelandos, indo ao encontro ao que já foi mencionado em outras pesquisas, ou uma disciplina específica para os licenciandos permitiria que aplicações da Análise na educação básica fossem estudadas e o mesmo não aconteceria caso a disciplina fosse compartilhada com os bacharelandos.

Gomes, Otero-Garcia, Silva e Baroni (2015) destacam uma dicotomia entre a Análise oferecida separadamente para a licenciatura e para o bacharelado, operando em uma lógica binária. Essa dualidade desconsidera a multiplicidade que constitui o licenciando e a licenciatura, o bacharelando e o bacharelado e armazena em recipientes próprios tudo o que a uma ou a outra parece se relacionar; não levando em consideração os vários constituintes de um curso superior de matemática, independente da modalidade de ensino (Gomes *et al*, 2015, p. 1252). As questões propostas por Otero-Garcia (2011) são pertinentes a quaisquer organizações de cursos, para os que realizam essa separação e, ainda, para aqueles que têm a intenção. Novas pesquisas são necessárias para elaborar respostas para tais indagações.

O conteúdo de Análise, sua sequência e sua abordagem é discutida em Otero-Garcia (2011) ao questionar alguns aspectos dos conteúdos abordados em uma disciplina de Análise para a licenciatura: questões de aplicação da matemática, rigor e intuição, articulação com conteúdos da educação básica e história da matemática.

Todos esses resultados são contribuições da literatura de pesquisa no que tange as abordagens não tradicionais no ensino de Análise, organizadas em nosso tema Metodologias alternativas. Discutimos ainda o uso de tecnologias digitais, o desenho de tarefas (ligado aos subtemas secundários: sequência Fedathi e educação matemática realística) e as metodologias ativas (através de: sala de aula invertida e cenários para investigação). Cada temática é apresentada em suas especificidades, e os diferentes papéis dos professores e dos estudantes para o desenvolvimento das propostas são discutidas na seção anterior deste artigo.

Por outro lado, pesquisas sobre o uso de aplicações na matemática ou de modelagem no ensino de Análise, citadas em Otero-Garcia (2011) e Otero-Garcia e Baroni (2015), não foram identificadas em nossa investigação. A articulação entre conteúdos de Análise e da educação básica será discutida posteriormente.

Quanto à história da matemática, as pesquisas teóricas em Gomes (2019) e Thomé, Duro e Andrade (2020) têm foco no desenvolvimento da matemática e no surgimento da Análise, mas não articulam os resultados com abordagens de ensino. Deixam em aberto várias questões para investigações futuras: como a história da matemática, enquanto abordagem de ensino, pode estar presente em aulas de Análise? Que reverberações destacar dos processos históricos da matemática para a constituição do currículo e da sequência de conteúdos que, atualmente, estruturam os cursos de matemática? Que experiências reordenam os conteúdos realizados comumente em disciplinas de Análise? Como essa reordenação acontece? Que materiais didáticos são desenvolvidos para auxiliar? Tais perguntas permanecem também em aberto, como caminhos para novas investigações.

Em A armadilha do ensino de Análise, Otero-Garcia (2011) traz o debate sobre a necessidade da disciplina em cursos de licenciatura, traçando um paralelo entre seu ensino e o ensino de matemática na educação básica. As discussões sobre o papel da Análise na licenciatura

são organizadas em dois eixos, indica o autor: o dos objetivos da disciplina e o da sua especificidade em relação ao bacharelado. A “armadilha”, para Otero-Garcia (2011, p. 135), estaria “no fato de que a análise nos cursos de matemática não promove os objetivos que são mencionados com orgulho pelos matemáticos e não naquilo que ela poderia promover caso fosse trabalhada sob uma perspectiva ideal”.

Nossa pesquisa representa uma contribuição para o debate sobre aspectos referentes ao tema *Por que Análise Real na Licenciatura?*, ao apresentar a visão de diferentes grupos envolvidos no desenho curricular brasileiro (Moreira; Vianna, 2016; Gomes *et al.*, 2015; Otero-Garcia; Baroni; Martines, 2013). A obrigatoriedade da disciplina é uma convergência entre matemáticos, educadores matemáticos, professores de Análise e coordenadores de curso. Os argumentos giram em torno de: propiciar uma cultura matemática, conhecer a natureza do pensamento matemático e aprofundar esses conhecimentos que, futuramente, serão lecionados pelos licenciandos. Entretanto, os coordenadores de curso e os professores universitários reconhecem na disciplina a ausência de aplicações diretamente relacionadas com a prática docente dos alunos, futuros docentes na escola básica (Otero-Garcia; Baroni; Martines, 2013).

Já os licenciandos e os professores de matemática da educação básica apontam dois caminhos: no primeiro, a Análise é entendida como uma disciplina não significativa para o professor de matemática e, no segundo, os participantes a defendem, pois ela possibilita uma visão profunda dos conhecimentos futuramente trabalhados na educação básica (Gomes *et al.*, 2015). Nesse contexto, ainda há muito a se investigar. Reafirmamos a provocação em Gomes, Otero-Garcia, Silva e Baroni (2015): A disciplina de Análise é, de fato, importante para a formação do professor? Tal discurso não consiste apenas em uma crença cristalizada na licenciatura? “Por que Análise na licenciatura?” induz também a reflexão sobre *Por que não Análise na licenciatura?* Ficam essas provocações como sugestões para novas pesquisas.

As relações entre o rigor e a intuição são tratadas na temática formalismo e análise. Otero-Garcia (2011, p. 227) destaca que “a concepção formalista da matemática e o processo de aritmetização da Análise, em certo sentido, confundem-se”, tendo forte influência no ensino da disciplina. Nessa circunstância, sugerimos uma investigação sobre essa concepção formalista do ponto de vista do ensino, questionando: “Por que não admitir uma concepção intuicionista ou logicista? Seriam tais opções plausíveis?” (Otero-Garcia; Baroni, 2015, p. 631).

Concordamos com Otero-Garcia (2011) ao afirmar que o formalismo e o rigor estão intimamente relacionados. No estado da arte realizado em nossa pesquisa, abordagens históricas sobre formalismo, rigor e constituição da Análise foram tratadas teoricamente em Gomes (2019) e Thomé, Duro e Andrade (2020). O rigor e a formalização também foram discutidos em outras investigações.

Quanto ao uso de tecnologias digitais no ensino de Análise, Lacerda *et al.* (2020) utiliza o Geogebra em uma atividade e observa as limitações da ferramenta no desenvolvimento de demonstrações. Questiona sua necessidade para evitar a perda do rigor e da formalização dos conceitos, sugerindo ao docente apresentá-las após as atividades realizadas no Geogebra.

Já referência ao formalismo da Análise por licenciandos e por professores de matemática da educação básica em Gomes, Otero-Garcia, Silva e Baroni (2015) levou à identificação de dois aspectos centrais. Por um lado, enquanto alguns participantes sugeriram que a formalidade da disciplina a torna difícil, associando-a a termos como “sofrimento”, “terrível” e “trauma”, por outro, ressaltaram a importância da apresentação formal do conteúdo, como base consistente para os conhecimentos lecionados em sua futura prática docente. Além disto, dentre as justificativas da obrigatoriedade da disciplina de Análise em cursos de licenciatura, a formalização de conteúdos foi

destacada por matemáticos, educadores matemáticos (Moreira; Vianna, 2016), professores universitários e coordenadores de curso de licenciatura em Matemática (Otero-Garcia; Baroni; Martines, 2013), como já mencionado anteriormente.

Em referência a relação entre a disciplina de Análise e as pedagógicas, Otero-Garcia (2011) defende, bem como a articulação com as disciplinas consideradas pedagógicas, a sua articulação com outras de conteúdo matemático. Já a articulação entre a “disciplina de Análise e as disciplinas pedagógicas” se relaciona com a relação entre a “disciplina de Análise com a educação básica”. Otero-Garcia e Baroni (2015) questiona a possibilidade dessa última: “Como é feita essa articulação em relação a todas as outras disciplinas de matemática da licenciatura? Ela existe? Se existe, como transpô-la para a análise? Se não existe, por que levantar essa bandeira ligada a uma única disciplina em particular?” (Otero-Garcia; Baroni, 2015, p. 632).

Nesse debate incluímos o artigo *A prática como Componente Curricular em uma Disciplina de Análise Real* (Cerri; Dias, 2016) que, através de um relato de experiência, explicita os aspectos positivos da articulação da disciplina de Análise com a educação básica. Os autores discutem essa proposta a partir da experiência como coordenadores do curso e como professores da disciplina, apontando que ela permite maior compreensão dos conceitos trabalhados, dando significado e contribuindo para a formação de professores críticos e autônomos.

Por fim, o uso de computadores no ensino de Análise foi destaque em Otero-Garcia e Baroni (2015) como uma questão crítica, marcada pela ausência de pesquisas que tratem desse tema no ensino dessa disciplina, apesar de numerosas no ensino de Cálculo (Otero-Garcia; Baroni, 2015). Como já mencionado anteriormente, este trabalho identificou investigações sobre o uso de tecnologias digitais, com destaque para o *software* Geogebra.

Em relação a Otero-Garcia (2011) e Otero-Garcia e Baroni (2015), contribuimos com novas temáticas na pesquisa sobre o ensino de Análise Real na última década. Pesquisas sobre as metodologias alternativas de ensino, bem como cada um dos subtemas elencados, constituiram uma temática emergente do campo nos últimos anos. Otero-Garcia (2011) não identificou investigações com esse foco, porém, nesta última década, essas ocuparam grande espaço do cenário nas pesquisas.

Entretanto, a discussão sobre avaliação alternativa é uma lacuna na área, visto que não encontramos investigações com esse enfoque. Os métodos de avaliação tradicionais, tais como as provas escritas, seriam adequados às abordagens de ensino não tradicionais? Por outro lado, além de identificar os métodos usados nos atuais cursos de Análise, como sugerido por Otero-Garcia (2011), também seria interessante investigar metodologias alternativas de avaliação, mesmo em contextos de ensino tradicional.

Chegamos ao fim, buscando “olhar para o futuro a partir de traços e antecedentes imediatos do cenário atual da pesquisa” (Ernest, 1991, p. 1) Esperamos ter contribuído para a pesquisa em ensino de Análise Real e para o uso da Revisão Sistemática de Literatura no campo educacional com este artigo. Desvelamos o panorama da pesquisa na área, trouxemos respostas, mas também levantamos caminhos para novas pesquisas.

REFERÊNCIAS

- ALVES, F. R. V. Reconhecimento de padrões gráficos com o apoio do Software Geogebra: os casos da convergência pontual e uniforme. **#Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia**, Canoas, v. 2, n. 2, p.1-20, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/tear/article/view/1800/1412>. Acesso em: 24 abr. 2021
- ALVES, F. R. V. Exploração didática no ensino de séries: o caso dos softwares Geogebra e o CAS Maple. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista**, [s. l.], v. 4, n. 1, p. 33-49, 2014. Disponível em: <http://srvapp2s.santoangelo.uri.br/seer/index.php/encitec/article/view/999>. Acesso em: 24 abr. 2021
- ALVES, F. R. V.; FONTENELE, F. C. F.; LUCAS, C. M. do N. Descrição gráfico-geométrica de exemplos e teoremas com apoio do Geogebra: convergência de funções. **Essentia: Revista de Cultura, Ciência e Tecnologia**, [s. l.], v. 17, n. 2, p. 112-137, 2016. Disponível em: <https://essentia.uvanet.br/index.php/ESSENTIA/article/view/69>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- ÁVILA, G. **Introdução à Análise Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2011.
- ÁVILA, G. **Análise Matemática para a Licenciatura**. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2013.
- BARCELOS, T. *et al.* Relações entre o Pensamento Computacional e a Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO (CBIE), 4., 2015, [s. l.]. **Anais dos Workshops** [...]. [S. l.]: Sociedade Brasileira de Computação. p.1369-1378. Disponível em: <http://milanesa.ime.usp.br/rbie/index.php/wcbie/article/view/6311>. Acesso: 24 abr. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parecer CNE/CES nº 1302/2001**. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Brasília, DF: CNE: CES, 06 nov. 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- BRAUN, V.; CLARKE, V. Using thematic analysis in psychology. **Qualitative Research in Psychology**, [s. l.], v. 3, n.2, p.1-41, 2006. Disponível em: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1191/1478088706QP063OA?casa_token=R3FWUCm-tAAAAA:GBdbuiTUdBDNIfxJ2WCtMKibOgmPsiVRemualc-F4qOznWlmHz5QyEbqpOleA7cjqnasxkzWG9pNT2zd. Acesso em: 24 abr. 2021.
- BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V.; LEIVAS, J. C. P. Aprendizagem de sequências numéricas: pesquisa sobre dificuldades de licenciandos em Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 24, n. 3, p. 361-377, set./dez. 2016. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648090/15049>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- CERRI, C.; DIAS, D. P. A prática como Componente Curricular em uma Disciplina de Análise Real. **Educação Matemática em Revista**, [s. l.], v. 21, n. 49B, p. 26-34, jul./set. 2016. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/613/pdf>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- FIGUEIREDO, D. G. de. **Análise I**. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 1996. (Livros Técnicos e Científicos).
- FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. de (org.) **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001-2012**. Campinas: FE/UNICAMP, 2016. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pagina_basica/58/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf. Acesso em: 24 abr. 2021.
- FLÔRES, M. V.; FONSECA, J. A. da; BISOGNIN, E. Processos do pensamento matemático avançado revelados nas resoluções de tarefas envolvendo números racionais. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 7, n. 1, p. 217-238, 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/46293/pdf>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- FREUDENTHAL, H. **Perspectivas da matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.
- GIRALDO, V. A. **Descrições e Conflitos Computacionais: o caso da Derivada**.

2004. Tese (Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004. Disponível em: <https://www.cos.ufrj.br/index.php/pt-BR/publicacoes-pesquisa/details/15/2052>. Acesso em: 24 abr. 2021
- GOMES, D. O. Uma reflexão histórica acerca de rastros discursivos deixados pelo enunciado "Análise". **Com A Palavra, O Professor**, Vitória da Conquista, v. 4, n. 8, p. 377-400, jan./abr. 2019. Disponível em: <http://revista.geem.mat.br/index.php/PPP/article/view/338>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- GOMES, D. O.; OTERO-GARCIA, S.C.; SILVA, L. D.; BARONI, R. L. S. Quatro ou mais pontos de vista sobre o ensino de Análise. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1242-1297, dez. 2015. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/9900/7298>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- LACERDA, L. C. L. *et al.* A compreensão do Teorema Fundamental do Cálculo em uma atividade exploratória com o uso do GeoGebra. **Revista do Instituto Geogebra de São Paulo**, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 35-51, 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/46630/32301>. Acesso: 24 abr. 2021.
- LEAL JUNIOR, L. C.; ANDRADE, A. S. Ensino e aprendizagem de Análise Matemática como encontro com os signos na perspectiva de Gilles Deleuze. **Inter-Ação**, Goiânia, v. 41, n. 3, p. 545-564, set./dez. 2016. Disponível em: <https://revistas.ufg.br/interacao/article/view/41685/22065>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- LIMA, E. L. **Curso de Análise**. 7. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 1976. v. 1.
- LIMA, E. L. **Curso de Análise**. 12. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2010. v. 1.
- MACÊDO, M. C.; MONTEIRO, C. E. F.; CARVALHO, R. N. Qualidades na Educação Matemática em cursos de Pedagogia: uma Revisão Sistemática da Literatura. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n.19, p. 647-664, jul./out. 2020. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6206/4229>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- MAZZI, L. C. Convergência de Sequências: uma abordagem com o software GeoGebra. **Revista do Instituto Geogebra de São Paulo**, [São Paulo], v. 4, n. 1, p. 5-17, 2015. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/23049/17169>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- MAZZI, L. C.; MOURA, A. Q. Cenários para investigação no Ensino Superior: explorando o Teorema do Valor Intermediário. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n. 19, p. 219-236, 2020. Disponível: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6224/4247>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- MELO, M. F. Os desafios da Análise Matemática em um curso de Licenciatura a Distância. **Ead em Foco**, [s. l.], v. 9, n. 1, p. 1-8, 2019. Disponível em: <https://eademfoco.cecierj.edu.br/index.php/Revista/article/view/734/351>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- MELO, M. V. **Três décadas de pesquisa em Educação Matemática na UNICAMP**: um estudo histórico a partir de teses e dissertações. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006. Disponível em: <https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2006.368379>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- MENDES, M. T.; OLIVEIRA, R. C.; BURIASCO, R. L. C. de. O conceito de conjunto finito e infinito por meio de tarefas: uma proposta à luz da educação matemática realística. **Vidya**, Santa Maria, v. 37, n.1, p. 239-252, jan./jun. 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/1962/1908>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- MOREIRA, P. C.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. Por que análise real na Licenciatura? **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 23, p. 11-42, 2005. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646978/13879>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- MOREIRA, P. C.; VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? Um paralelo entre as visões de Educadores Matemáticos e de Matemáticos. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 515-534, ago. 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufop.br/server/api/core/bitstreams/c321f5ac-8fe6-4ded-9410->

- 046d6c2b43aa/content. Acesso em: 24 abr. 2021.
- NACHTIGALL, C. *et al.* Um estudo comparativo acerca da eficácia da sala de aula invertida nas disciplinas de Cálculo e Análise Real. **Revista Prociênci@s**, [s. l.], v. 3, n. 2, p. 1-13, dez. 2020. Disponível em: <https://revistas.ufpel.edu.br/index.php/prociencias/article/view/56/44>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- OLIVEIRA, J. L.; REIS, F. S. Utilizando o Geogebra para a construção do conceito de integral de Riemann no ensino de Análise Real. **Vidya**, v. 37, n. 2, p. 417-434, jul./dez. 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufop.br/server/api/core/bitstreams/a6783ac9-2808-466f-a684-1ae41425d003/content>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- OTERO-GARCIA, S. C. **Uma trajetória da disciplina de Análise e um estado do conhecimento sobre seu ensino**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2011. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91029>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- OTERO-GARCIA, S. C.; BARONI, R. L. S. Questões críticas em ensino de Análise Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 3, p. 617-636, 2015. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/25674/pdf>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- OTERO-GARCIA, S. C.; BARONI, R. L. S.; MARTINES, P. T. Uma trajetória da disciplina de Análise e o seu papel para a formação do professor de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.15, n.3, p. 692-717, 2013. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/16756/pdf>. Acesso: 24 abr. 2021.
- OTERO-GARCIA, S. C.; CAMMAROTA, G. Releituras de um estado do conhecimento do ensino de Análise a partir da noção de Cognição Inventiva. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 6, n.1, p. 235-260, abr. 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37944/28972>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- PARÓDIA, D. P.; PEREIRA, P. de A.; OTERO-GARCIA, S. C. Conhecimentos de Análise Matemática presentes no Exame Nacional de desempenho dos estudantes. **Hipátia**, São Paulo, v. 5, n. 2, p. 325-347, dez. 2020. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/870/1098>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- PATROCÍNIO, G. A. M.; SILVEIRA, I. F.; CALEJON, L. M. C. Uma análise sobre os modelos de Educação a distância (EAD) no cenário brasileiro por meio de uma revisão sistemática da literatura. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 7, n.1, p. 74-85, 2016. Disponível em: <https://portal.amelica.org/ameli/journal/509/5093976005/5093976005.pdf>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- PINTO, M. M. F. **Students' Understanding of Real Analysis**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - University of Warwick, Inglaterra, 1998. Disponível em: <https://www.proquest.com/openview/bf3b8c4f1c69239a4d2a893b0c0c2151/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- PINTO, M. M. F. Discutindo a Transição dos Cálculos para a Análise Real. In: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. (org.). **A Prática Educativa sob o Olhar de Professores de Cálculo** Belo Horizonte: Fumarc, 2001. p. 123-145.
- PINTO, M. M. F.; SCHEINER, T. Visualização e ensino de Análise Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 3, p. 638-654, 2015. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/25675/pdf>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- REIS, F. S. **A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise**: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos. 2001. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2001. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/206743>. Acesso em: 24 abr. 2021.
- RIZZON, B. M. *et al.* Conhecimento do conteúdo de sequências numéricas: uma pesquisa com professores em formação inicial ou continuada. **Revista Ciências & Ideias**, [s. l.], v. 8, n. 2, p.1-15, maio/ago. 2017. Disponível em: <https://revistascientificas.ifrrj.edu.br/index.php/reci/article/view/670/516>. Acesso em: 24 abr. 2021.

SILVA, F. G. S. **Ensino de Estatística na Educação Básica em países da América Latina**: uma revisão sistemática. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.

THOMÉ, V. W.; DURO, M. L.; ANDRADE, C. L. História da Análise Matemática e Desenvolvimento Cognitivo. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 67, p. 399-420, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/fQ6fjH3nBBf89WhWsbMDjgQ/>. Acesso em: 24 abr. 2021.

VIEIRA, W.; SOUZA, V. H. G.; IMAFUKU, R. S. Sobre Justificativas em questões do tipo verdadeiro/falso de estudantes de Licenciatura em Matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, n. 26, p. 1-17, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/yDNyvcnwPqDTPZmMmXjYDqy/>. Acesso em: 24 abr. 2021.

WOHLIN, C. *et al.* Systematic Literature Reviews. In: WOHLIN, C. *et al.* **Experimentation in Software Engineering**. Berlin: Springer, 2012. p. 45-54.

Submetido em setembro de 2024.

Aprovado em julho de 2025.

Cecília Ferreira Borges de Alcantara

Mestrado (Acadêmico) em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Escola Municipal Professor Darcy Ribeiro (EMPDR), Maricá, Rio de Janeiro, Brasil. ID Lattes: 3915467223170318. Orcid ID: 0000-0001-7472-0818.

Contato: ceciliafbalcantara@gmail.com

Márcia Maria Fusaro Pinto

Doutorado em Educação Matemática pela Universidade de Warwick, Inglaterra. Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, RJ, Brasil. ID Lattes: 8971278683060528. Orcid ID: 0000-0001-5308-0487.

Contato: marcia@im.ufrj.br