

Petiscos Geométricos:

uma investigação com licenciandos em Matemática

Geometric Acepipes:

an investigation with mathematics undergraduates

José Carlos Pinto **Leivas**

Universidade Franciscana (UFN)

Mauricio Ramos **Lutz**

Instituto Federal Farroupilha (IFFar)

RESUMO

Nesta pesquisa, exploramos atividades denominadas petiscos geométricos, desenvolvidas com sete estudantes de uma licenciatura em Matemática, cujo objetivo foi desenvolver a imaginação, a criatividade e as habilidades visuais. Utilizamos a metodologia qualitativa com o GeoGebra Tarefas, buscando estimular a imaginação e a criatividade na resolução de problemas geométricos. Os resultados mostraram soluções diversas, enfatizando a importância do feedback e do uso criativo da tecnologia no ensino de Matemática/Geometria. Observamos que os participantes se valeram da imaginação e da criatividade para desenvolver soluções diversificadas, destacando a importância da visualização geométrica. Identificamos dificuldades na visualização de objetos geométricos complexos, sugerindo a incorporação de transformações geométricas em atividades futuras. Os resultados indicam uma evolução nas habilidades visuais dos participantes e ressaltam a relevância do uso de tecnologias digitais no ensino de Geometria. Concluímos que as atividades foram produtivas e destacamos a importância de abordagens inovadoras no ensino de Matemática/Geometria, enfatizando o papel do GeoGebra como ferramenta para uma aprendizagem desafiadora e envolvente.

Palavras-chave: Ensino de Geometria. Formação de professores. Tecnologias digitais. GeoGebra.

ABSTRACT

In this research, we explored activities called geometric acepipes developed with seven undergraduate math students, whose aim was to develop imagination, creativity and visual skills. We used an qualitative methodology with GeoGebra Tasks, seeking to stimulate imagination and creativity in solving geometric problems. The results showed diverse solutions, emphasizing the importance of feedback and the creative use of technology in teaching mathematics/geometry. We observed that the participants used their imagination and creativity to develop diverse solutions, highlighting the importance of geometric visualization. We identified difficulties in visualizing complex geometric objects, suggesting the incorporation of geometric transformations in future activities. The results indicate an evolution in the participants' visual abilities and highlight the relevance of using digital technologies in the teaching of geometry. We conclude that the activities were productive and highlight the importance of innovative approaches in the teaching of Mathematics/Geometry, emphasizing the role of GeoGebra as a tool for challenging and engaging learning.

Keywords: Geometry teaching. Teacher training. Digital technologies. GeoGebra.

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática/Geometria, em geral, ao longo do tempo não motiva os estudantes para o estudo, principalmente pelo fato de ser centrado em definições, regras impostas, aplicação de fórmulas etc. (OCHI et al., 2006). Isso significa que não desperta a curiosidade e, conseqüentemente, a motivação para a aprendizagem dos estudantes, até mesmo para alguns que decidem cursar uma licenciatura em Matemática. Uma das conseqüências disso, talvez, seja o que tem conduzido à evasão desses cursos ou, até mesmo, ao desinteresse por eles, levando-os, em muitos casos, a fecharem suas portas. De acordo com Sampaio e Oliveira (2020), no ensino de Geometria, pesquisadores apontam que a visualização é uma das principais dificuldades de aprendizagem.

Entendemos que buscar novas metodologias e técnicas que despertem o interesse e a curiosidade dos indivíduos possa ser elemento inovador e norteador para novas incursões na área. A esse respeito, curiosidades geométricas ou, na linguagem de Portugal, petiscos geométricos, têm sido objeto de estudo do Grupo de Estudos e Pesquisas em Geometria (GEPGEO) o qual, no ano de 2023, dedicou-se a investigar como essa ideia pode interferir no ensino e na aprendizagem de Geometria nos diversos níveis de escolaridade. Para tanto, foram realizadas incursões em petiscos voltados a temáticas específicas: primeiros segmentos dos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF); anos finais do EF; Ensino Médio (EM); licenciatura em Matemática; e cursos de formação continuada. No contexto dessas investigações, alguns aspectos que têm chamado a atenção dos investigados são: visualização, criatividade e imaginação, dentre outros, habilidades que serão abordadas nos Fundamentos Teóricos.

Por algum tempo, os estudos se dirigiram aos Laboratórios de Ensino de Matemática (LEM) e aos recursos manipuláveis, como apontam autores como Lorenzato (2006), Kaleff (2006), dentre outros. No entanto, atualmente, novas perspectivas se apresentam, como o uso do *software* GeoGebra, dentre outras tecnologias. Essas ferramentas parecem despertar maior interesse dos indivíduos desde os primeiros anos escolares, como as sugeridas por Mathias, Silva e Leivas (2019). Com isso, explorar a intuição dos estudantes de modo que os conduza a imaginar, criar e representar é algo que pode motivar futuros professores ou mesmo aqueles que já estão em exercício no magistério nos níveis já indicados.

A respeito do uso das tecnologias digitais, muitas são as alternativas atuais para o ensino de Matemática/Geometria, em especial com o uso do GeoGebra. Segundo Mathias, Silva e Leivas (2019), o *software* apresenta uma característica única ao permitir que o usuário manipule e anime as construções feitas, garantindo que elas não percam suas propriedades intrínsecas. Para esta pesquisa, utilizamos o recurso GeoGebra Tarefas, explorando atividades previamente elaboradas pelos autores, no Livro GeoGebra, para a coleta dos dados. Esse *software*, aliado às alternativas aqui expostas, dentre muitas outras existentes, contribui de forma essencial para a formação geométrica.

Thom e McGarveyz (2015), ao abordarem o papel do desenho na contribuição para o desenvolvimento infantil, além das habilidades motoras finas e da criatividade, dentre outras, indicam a importância dos desenhos das crianças no que tange à construção do significado, à criação, à resolução de problemas etc. Explicam os autores: “O valor do desenho para compreensão matemática é mais proeminente dentro do domínio do pensamento geométrico” (p.17, tradução nossa). Conseqüentemente, no desenrolar do ensino e da aprendizagem, a passagem para os desenhos na tela do computador propicia um dinamismo bem maior, pois não é necessário o uso da borracha ou amassar a folha em que a representação não esteja convincente para, então, explorar as ferramentas dinâmicas do *software*.

A respeito de intuição, podemos sugerir Fischbein (1987, p. 19) ao afirmar que “o papel essencial da intuição é conferir às componentes conceituais de um esforço intelectual as mesmas

propriedades as quais garantem a produtividade e a eficiência adaptativa de um comportamento prático.” Isso nos leva a considerar que a Geometria se presta a explorar componentes intuitivos, uma vez que “utilizar elementos experimentais para o ensino permite a transposição de um nível pré-categorial para o mundo das ideias abstratas” (PAIS, 1996, p. 66). Para o autor, não é suficiente o uso exclusivo de recursos didáticos para que ocorra a aprendizagem de Geometria em níveis abstratos, pois isso limitaria o ensino da disciplina e negaria a essência dos aspectos intuitivo, experimental e teórico do conhecimento geométrico.

Com base no exposto, desenvolvemos atividades pedagógicas denominadas petiscos geométricos utilizando o *software* GeoGebra. Nosso objetivo foi desenvolver a imaginação, a criatividade e as habilidades visuais dos estudantes de uma licenciatura em Matemática na resolução de problemas geométricos. Empregamos uma metodologia qualitativa para investigar o impacto dessas atividades nos participantes. No que segue, apresentamos algumas fundamentações.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste item, trazemos alguns fundamentos teóricos que ancoram nossa pesquisa, incluindo um referencial sobre criatividade e visualização (LEIVAS, 2009), com ênfase em investigações relacionadas à formação de professores, uma vez que o estudo foi realizado em um curso de licenciatura em Matemática, o qual se preocupa com a formação global dos indivíduos, pois os futuros professores ainda não sabem em que nível (Fundamental ou Médio) irão atuar. Com respeito à Geometria, Lorezanto (2006) faz o seguinte questionamento: “E nas crianças, em que ordem evoluem as noções espaciais?” (p. 41).

Na busca por resposta, o autor cita Piaget, que indica ser a partir da percepção dos objetos, por meio de imagens visuais. Quanto às habilidades de percepção espacial, Del Grande (1994) enfatiza a importância da percepção espacial no desenvolvimento das habilidades das crianças nos anos iniciais, sugerindo que atividades geométricas específicas podem desempenhar um papel crucial nesse processo. Ele define percepção espacial como “a habilidade de reconhecer e discriminar estímulos no e do espaço e para interpretar esses estímulos associando-os a experiências anteriores” (p.126).

Essa habilidade envolve uma série de componentes, incluindo a coordenação visual-motora, que é a habilidade de coordenar a visão com os movimentos do corpo; percepção de figuras em campo, que envolve identificar uma figura específica dentro de um quadro maior; constância de percepção, que permite reconhecer que um objeto mantém suas propriedades invariáveis, como tamanho e forma, independentemente da perspectiva; percepção de posição no espaço, que ajuda a determinar a relação de um objeto com outros e com o observador; percepção de relações espaciais, que é a capacidade de entender a interação entre dois ou mais objetos; discriminação visual, que permite distinguir semelhanças e diferenças entre objetos independentemente de sua posição; e memória visual, que se refere à capacidade de lembrar características de objetos após estes não estarem mais visíveis (DEL GRANDE, 1994).

Salientamos a importância de o professor aplicar atividades em aulas de Geometria, buscando explorar essas habilidades isoladamente ou concomitantemente, justamente o que entendemos ser possível para, pelo menos, algumas delas, com as atividades constantes da pesquisa ora realizada, cujos resultados apresentamos neste artigo.

Fundamentalmente, essas habilidades conduzem à visualização, a qual é definida por Leivas (2009, p.111) como “[...] um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de

problemas analíticos ou geométricos”. A pesquisa do autor levantou que, em cursos de licenciatura em Matemática em instituições do sul do Brasil, a Geometria não é distribuída nos currículos de forma similar como ocorre com a área de Cálculo que, geralmente, avança desde os primeiros semestres do curso até o final, inclusive com a Análise, Equações Diferenciais etc.

A respeito de imaginação em Geometria, para Skemp (1993), o fato de a geometria Euclidiana se ocupar com figuras geométricas e com o desenvolvimento sistemático das mesmas, ou seja, partindo e apoiando-se em axiomas, fez com que a ênfase maior, por muitos séculos, fosse dada à sistematização de propriedades, em detrimento dos aspectos geométricos em si. Além disso, destaca o autor,

Atualmente, é interessante observar que esta atitude tem se invertido entre os matemáticos e, enquanto que as figuras geométricas são utilizadas como ajuda para a imaginação, a decisão final nas questões de dedução lógica e inclusive em termos geométricos tem sido a álgebra. (SKEMP, 1993, p. 285).

Mesmo tendo sido feita há aproximadamente 30 anos, essa afirmação ainda perdura nos tempos atuais, mostrando a dificuldade de mudanças substanciais no ensino. O autor sugere que situações-problema envolvendo formas geométricas, podem ser desencadeadores para o emprego da Resolução de Problemas (RP) estabelecendo conexões interdisciplinares que colocam o estudante frente às situações concretas que estimulam seu interesse na busca de soluções como indicam Onuchic et al. (2014).

Por outro lado, de nada adianta explorar a intuição dos indivíduos em Geometria, bem como a imaginação, se não houver o emprego da criatividade na resolução dos problemas geométricos. Nesse sentido, vemos como propositivas práticas como deixar que os estudantes resolvam atividades propostas pelo professor e, posteriormente, apresentem as soluções ao grande grupo, discutindo-as com os pares, de modo a identificar acertos e erros que possam ter sido cometidos.

A respeito de criatividade, chamamos Tall (1991) ao abordar o processo de desenvolvimento de pensamento geométrico. Conforme o autor, para que a aprendizagem ocorra, deve-se levar em consideração o estabelecimento de relações entre abstração e representação no ensino. Ele afirma que elas ocorrem seguindo os estágios: “usando uma única representação; usando mais que uma representação em paralelo; utilizando links entre representações paralelas e integrando representações e flexibilizando conexões entre elas.” (DREYFUS, 1991, p. 39). O autor aponta a criatividade no desempenho da formação geométrica de forma mais ampla do que a usual. Um exemplo de problema citado em Onuchic et al. (2014) é: “Um quadrado de perímetro 20 é inscrito em um quadrado de perímetro 28. Qual é a maior distância entre o vértice do quadrado e um vértice do quadrado externo?” (p. 111).

Ao interpretar o problema, como consta da RP como primeira etapa, é necessário compreender o problema com dados fornecidos e o que necessita ser encontrado o que pode não oferecer maior dificuldade. No entanto, ao definir o plano de execução do mesmo faz-se necessário o indivíduo imaginar uma situação visual, seja ela mental ou por meio de uma figura, o que é arrojado uma vez que é necessário utilizar a intuição para entender onde devem ser postos os vértices do triângulo inscrito. Para facilitar essa etapa, é útil recorrer a ferramentas geométricas, como software especializado, para visualizar a situação de forma concreta. Nesse sentido, a criatividade do sujeito deve levá-lo a algebrizar a situação o que o conduz a desenvolver pensamento geométrico para alguém de oitavo ou nono ano do Ensino Fundamental. Será necessário utilizar o teorema de Pitágoras para obter, primeiramente, o ponto onde deve ser posicionado o vértice do quadrado inscrito e, posteriormente, calcular a distância euclidiana deste vértice, colocado em um ponto de um dos lados do quadrado maior até os dois vértices do lado oposto a ele.

3 FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa é considerada como qualitativa, de acordo com o afirmado por Severino (2016, p. 131), pois ela “[...] toma o próprio objeto em sua concretude como fonte e o coloca em condições técnicas de observação e manipulação experimental nas bancadas e pranchetas de um laboratório, onde são criadas condições adequadas para seu tratamento”. Ao realizarem as atividades no laboratório de informática da Instituição de Ensino Superior, disponibilizou-se um computador para cada acadêmico para que pudessem acessar o GeoGebra online.

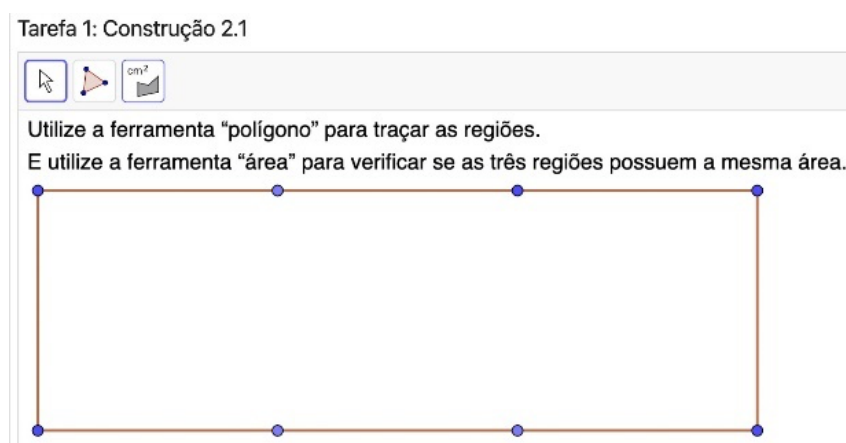
Ao apresentar três petiscos ao grupo, sendo permitido aos estudantes que desenvolvessem/aplicassem/mobilizassem as habilidades anteriormente citadas no artigo, como criatividade, imaginação e visualização, para resolvê-los. As atividades propostas tiveram por objetivo: analisar de que forma estudantes de uma licenciatura em Matemática resolvem um problema geométrico apresentado visualmente envolvendo criatividade, imaginação e visualização com auxílio do *software* GeoGebra.

Para tanto, foi criado um recurso no *software*, denominado GeoGebra Tarefas, constante do Livro GeoGebra que fora produzido previamente pelos pesquisadores. Com isso, os procedimentos de coleta de dados já foram criados, uma vez que os registros das resoluções poderiam ser visualizados e analisados para a produção de dados.

Cada participante, individualmente, acessava o endereço eletrônico (*link*) fornecido, abria a tarefa ali indicada (no Livro Geogebra) e buscava a solução indicada neste recurso. Ancora-se, aqui, o indicado por Severino (2016, p. 63) de que “A primeira etapa de interpretação consiste em situar o pensamento desenvolvido na unidade na esfera mais ampla do pensamento geral do autor, e verificar como as ideias expostas na unidade se relacionam [...]”, sendo este o primeiro elemento a ser levado em consideração nos aspectos metodológicos da presente pesquisa que, posteriormente será analisada no artigo.

A pesquisa foi realizada no segundo semestre letivo de 2023 e contou com sete acadêmicos de um curso de licenciatura em Matemática, no Sul do Brasil, os quais serão designados pelas letras A, B, C, D, E, F e G para garantir seu anonimato. A pesquisa ocorreu ao longo de quatro períodos durante o turno da noite, no contexto da disciplina de Geometria Plana. Cada período foi dedicado a uma atividade específica (petisco), seguido de um período adicional destinado à discussão das soluções apresentadas pelos estudantes.

Figura 1: Retângulo em malha quadriculada 2x4



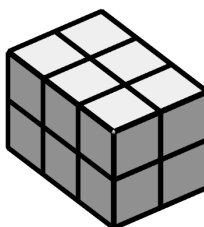
Fonte: adaptado de Millington (2008)

Aqui, reportamo-nos ao indicado na BNCC quanto ao esperado da Matemática e, em particular da Geometria, isto é, “[...] garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações a uma atividade matemática [...] e associem essas representações a

uma atividade matemática (conceitos e propriedades) fazendo induções e conjecturas.” (Brasil, 2018, p. 265). Ao analisar uma representação visual no computador, o estudante necessita identificá-la a um conceito geométrico, o que corresponde a associar a visualização como percebida e a visualização de algo mentalizado previamente.

Na Figura 2, segundo petisco, é apresentado um cuboide e questionado sobre o conhecimento dessa figura/nomenclatura para, em seguida, propor outros questionamentos.

Figura 2: Cuboide



Fonte: adaptado de Millington (2008)

Os acadêmicos foram solicitados a responderem os seguintes questionamentos: Essa figura ilustra um cuboide composto por pequenos cubos. Quantos você percebe existirem? Quantos desses pequenos cubos você visualiza parcialmente? Quantos deles não são visualizados na figura representada? E em sua mente? Se todos os pequenos cubos forem dispostos em uma única coluna sobre uma mesa, qual é o maior número de faces de cubos que você poderia ver em determinada posição?

Observamos que a própria BNNC destinada ao Ensino Médio indica, dentre as habilidades necessárias para os estudantes deste nível de escolaridade

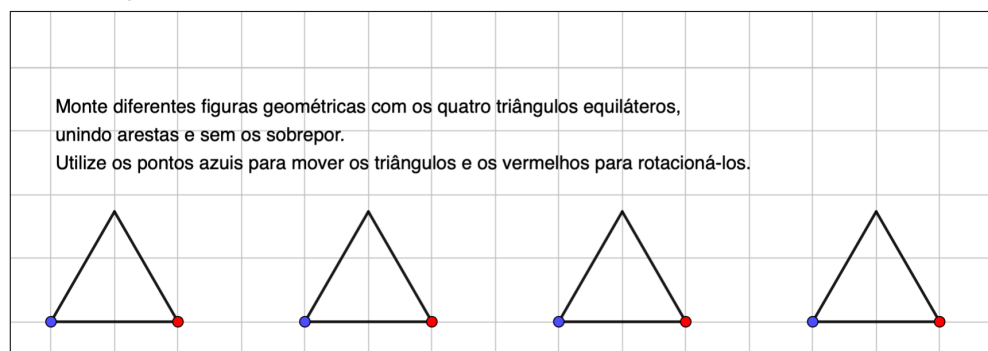
Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística – para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2018, p. 531).

Ao que tudo indica, essa atividade parece atender ao preconizado na citação, o que destaca a importância de os estudantes desenvolverem habilidades matemáticas em diversos campos. A atividade em questão, buscou incentivar a análise crítica da plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, contribuindo para a construção de argumentação.

No terceiro, e último petisco, os acadêmicos foram desafiados a montar diferentes configurações geométricas, tendo à sua disposição quatro triângulos equiláteros congruentes, unindo suas arestas e sem os sobrepor, conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3: Movimentando triângulos equiláteros

Representação 1



Fonte: adaptado de Millington (2008)

Destacamos um trecho retirado da BNCC, a qual indica, dentre várias competências gerais da Educação Básica:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BRASIL, 2018, p. 9).

O trecho destacado da BNCC ressalta a importância de exercitar a curiosidade intelectual dos estudantes na Educação Básica. No caso da presente pesquisa, trabalhamos tais conteúdos com licenciandos em Matemática, tendo em vista que muitos deles poderão desenvolver tais habilidades em sua prática profissional no Ensino Fundamental e no Médio. A orientação fornecida pelo documento destaca a necessidade de utilizar abordagens próprias das ciências, como investigação, reflexão, análise crítica, imaginação e criatividade, o que foi pretendido com a investigação realizada.

Realizada cada uma das três atividades (petiscos), o professor reuniu a turma para uma análise das soluções obtidas por cada um e oportunizou o debate e um *feedback*. Para Severino (2016, p. 60), “A análise temática procura ouvir o autor, aprender, sem intervir nele, o conteúdo de sua mensagem. Praticamente, trata-se de fazer ao texto uma série de perguntas cujas respostas fornecem o conteúdo das mensagens”. Assim, ao escutar o acadêmico explicar sua abordagem de solução, torna-se possível averiguar acertos, erros e conteúdos programáticos relacionados com a temática, permitindo uma discussão mais ampla e uma sintetização de pensamentos imaginativos, criativos e, acima de tudo, as habilidades visuais desenvolvidas pelos participantes que, ao final, geram um desenvolvimento de pensamento geométrico.

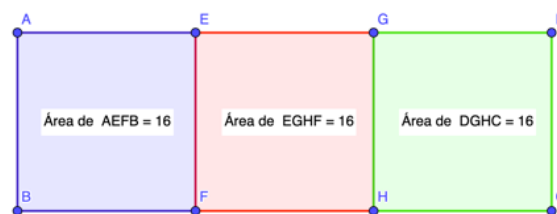
Julgamos importante o uso do *feedback*, uma vez que ele proporciona a retomada conceitual do tema, reafirmando-o para os que chegaram à solução ou, para os que não alcançaram o desejado, indicando a necessidade de refazer a tarefa. Paiva (2006, p. 221) entende que “*feedback* tem sido tradicionalmente identificado como resposta do professor (tutor, computador) a um aprendiz motivada por alguma ação relacionada à aprendizagem desse aprendiz”.

Portanto, ao solicitar que os indivíduos participantes da pesquisa apresentem ao grupo as soluções encaminhadas ao professor, é possível proporcionar o debate sobre cada uma das soluções apresentadas e que todos cheguem ao consenso sobre tal solução.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

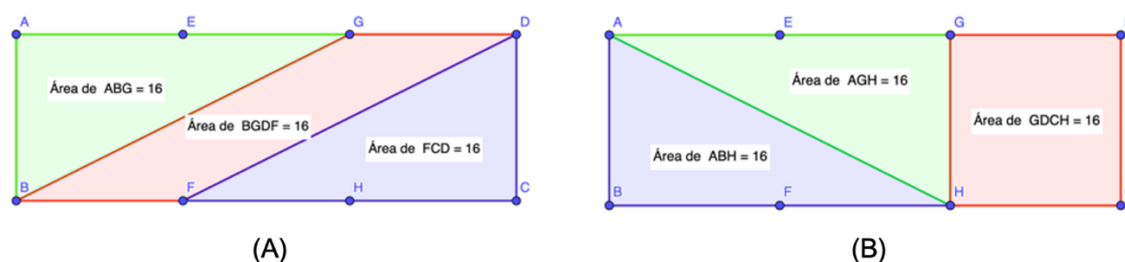
O primeiro petisco envolvia a divisão de uma região poligonal em áreas iguais, sendo dada uma malha quadriculada com duas linhas e quatro colunas (2x4). Para tanto, essa atividade foi dividida em duas partes: na primeira, os estudantes tinham de dividir essa região poligonal em três de iguais áreas; na segunda, deveriam dividir essa região poligonal em seis partes também de iguais áreas.

Em relação à primeira parte, cada participante concluiu a atividade proposta ao apresentar três soluções diferentes, sem recorrer a transformações geométricas como rotação, reflexão ou translação. Caso fosse utilizada uma dessas transformações, resultaria na consideração de uma única representação, indicando uma abordagem sem imaginação e criatividade. A Figura 4 exemplifica uma representação adotada por todos os participantes, alinhada às diretrizes estabelecidas.

Figura 4: Solução apresentada pelos sete estudantes

Fonte: dados da pesquisa

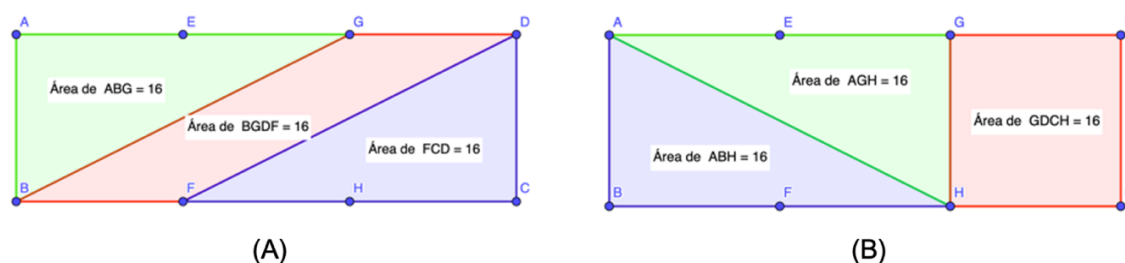
O processo de visualização se revela como um construto mental em sua expressão mais representativa, conforme delineado por Mathias, Silva e Leivas (2019), evidenciando um propósito. Isso se traduz no emprego do desenho como uma ferramenta para a reflexão sobre uma ideia, mesmo que seja de natureza simples. A Figura 5 (A) e (B) apresenta outras representações que reforçam esse entendimento.

Figura 5: Soluções distintas da constante na primeira

Fonte: dados da pesquisa

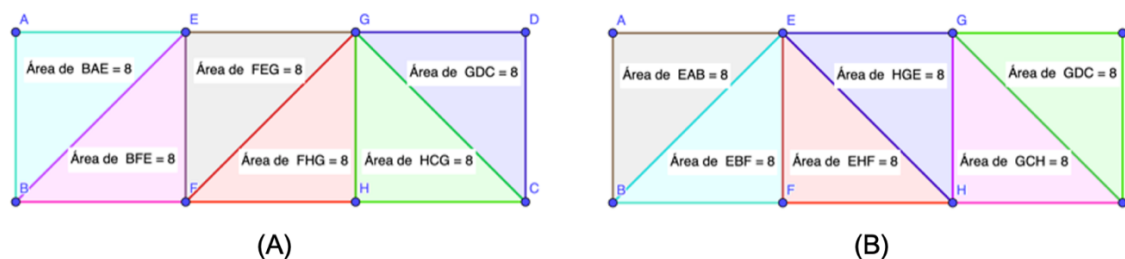
No petisco em questão, quatro participantes (acadêmicos A, B, D e G) utilizaram a forma de representação expressa na Figura 5 (A), enquanto, na Figura 5 (B), esse número aumentou para cinco (acadêmicos A, C, E, F e G). Evidencia-se um progresso notável tanto em termos de criatividade quanto de imaginação, indicando um desenvolvimento da capacidade de visualização, conforme enfatizado por Del Grande (1994) ao considerar a visualização como um construto mental.

Não verificamos um aumento na criatividade dos estudantes que elaboraram e apresentaram as construções na Figura 6 usando o GeoGebra. No que diz respeito à representação em 6 (A), apenas um estudante optou por essa abordagem (acadêmico B), enquanto em 6 (B) foram quatro (acadêmicos C, E, F e G). Destacamos que a imaginação, identificada como uma habilidade mental superior, juntamente com a criatividade, conforme mencionado por Mathias, Silva e Leivas (2019), desempenha um papel crucial no suporte ao desenvolvimento do pensamento geométrico.

Figura 6: Soluções apresentadas envolvendo transformações geométricas

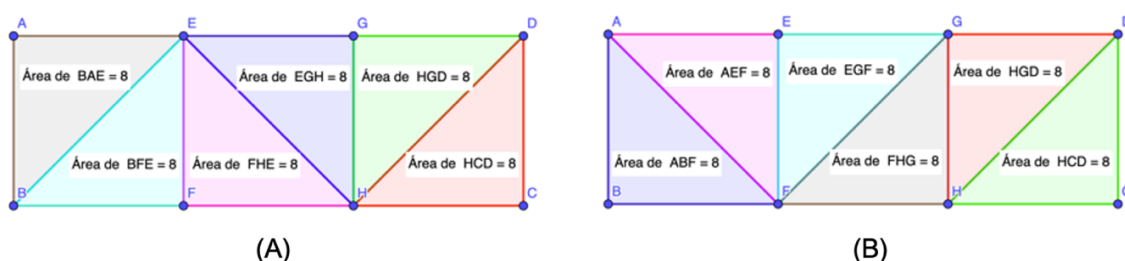
Fonte: dados da pesquisa

Continuando a investigação, uma segunda etapa foi utilizar o mesmo procedimento já realizado, agora na construção de polígonos, recorrendo ao mesmo tipo de malha (2x4), porém, dividindo a figura em seis regiões poligonais de mesmas áreas. Isso pode conduzir a um crescimento considerável na imaginação, na criatividade em termos visuais e, conseqüentemente, em representações figurais.

Figura 7: Soluções que mais apareceram

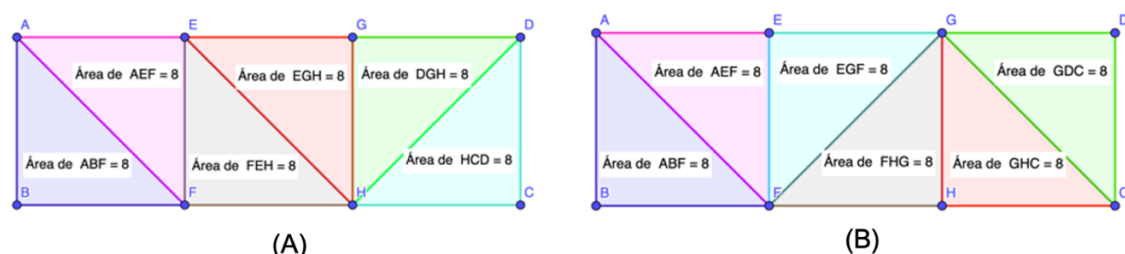
Fonte: dados da pesquisa

Na Figura 7 (A), seis participantes (acadêmicos A, C, D, E, F e G) optaram por essa forma de representação, enquanto, na Figura 7 (B), tivemos três representações (acadêmicos B, C, e F). Observamos que os acadêmicos C e F apresentaram a mesma solução, pois eles realizaram uma simetria axial (reflexão) em torno do segmento CD. É interessante notar que, apesar da instrução clara de buscar soluções distintas sem recorrer a transformações geométricas, alguns participantes ainda optaram por estratégias semelhantes. Isso destaca a diversidade de abordagens e interpretações dos acadêmicos diante do desafio proposto. Tal variação evidencia a complexidade e subjetividade inerentes à resolução de problemas, ressaltando a importância de estimular a criatividade e a originalidade na abordagem de questões matemáticas.

Figura 8: Terceira e quarta soluções apresentadas pelos acadêmicos

Fonte: dados da pesquisa

Na análise da terceira e quarta soluções apresentadas pelos acadêmicos C, D, E, F e G, é evidente que estas se destacam pela sua distinção em relação às da Figura 7, uma vez que não são derivadas de transformações geométricas diretas. Essa observação ressalta a habilidade dos acadêmicos em explorar a criatividade na resolução do problema proposto, demonstrando compreensão, capacidade e criatividade de pensar de forma original e inovadora. Para Leivas (2009), a imaginação e a criatividade devem ser exploradas na resolução de uma situação proposta. Isso ressalta a necessidade de estimular um ambiente que encoraje a expressão livre de ideias e a busca por soluções originais.

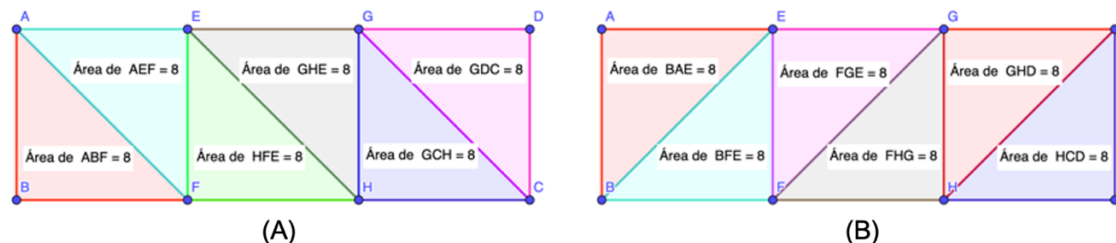
Figura 9: Outras duas soluções apresentadas

Fonte: dados da pesquisa

Por sua vez, os estudantes A e B realizaram as construções apresentadas na Figura 9 (A) e (B), destacando que estas representações foram obtidas utilizando-se de transformações

geométricas. A Figura 9 (A) pode ser obtida pela reflexão da Figura 7 (A) pelo segmento AD, ou pela reflexão da Figura 8 (B) pelo segmento CD. Já a Figura 9 (B) ocorreu pela reflexão da Figura 8 (A) pelo segmento CD. Nesse contexto, é importante ressaltar a ausência de percepção visual e inovação nessas soluções, realçando a importância de estimular a criatividade para além das transformações geométricas tradicionais na resolução de desafios matemáticos.

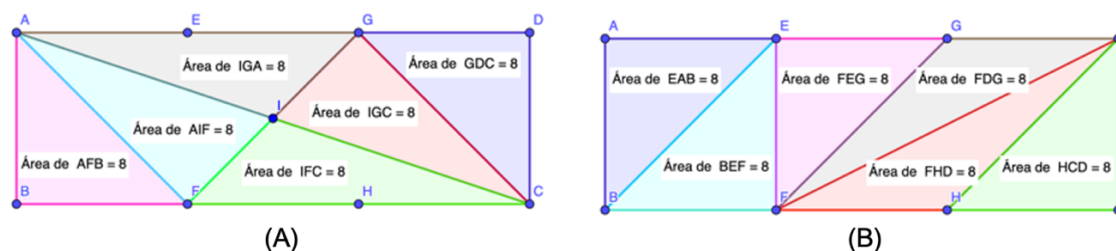
Figura 10: Quinta solução apresentada



Fonte: dados da pesquisa

Os estudantes C, E, F e G realizaram as construções apresentadas na Figura 10 (A). Entretanto, a Figura 10 (B), realizada pelos acadêmicos A, B e E, é obtida utilizando a rotação de 180° pelo ponto C, por exemplo.

Figura 11: Sexta e sétima soluções apresentadas pelo Acadêmico A



Fonte: dados da pesquisa

A solução apresentada envolveu a visualização do estudante em uma construção diferente, uma vez que não imaginou apenas os movimentos rígidos, mas a formação de outros tipos de triângulos além dos triângulos retângulos apresentados nas outras soluções. Ao abordarmos a importância da imaginação, abstração e visualização no processo de aprendizagem matemática, isso vem ao encontro com o relatado por Leivas (2009, p. 136): “A imaginação se encontra muito ligada à abstração, assim como à intuição, e essas podem ser complementadas pela visualização, [...]”. Quando podemos imaginar e conceber mentalmente um conceito, estamos mais aptos a trabalhar com ele de forma abstrata, manipulando-o em nosso pensamento. É como se a imaginação fosse a ponte que nos permite transcender o concreto e adentrar o abstrato, essencial para lidar com a Matemática, em especial atenção com a Geometria, em níveis mais profundos.

O segundo petisco, sobre o cuboide, teve o intuito de verificar a compreensão dessa figura, seguida por uma sequência de perguntas para explorar a imaginação e a visualização. As perguntas tiveram o propósito de fornecer uma base para explorar diferentes conceitos geométricos planos e espaciais. Os acadêmicos deveriam explorar e analisar a figura do cuboide composto por pequenos cubos, além de identificar as diferentes faces. A partir da atividade, os acadêmicos desenvolveram habilidades de visualização espacial ao tentar imaginar mentalmente os cubos que não são visíveis na figura representada e, conseqüentemente, praticar a habilidade de visualizar a configuração dos cubos quando dispostos em uma única coluna sobre uma mesa.

A primeira parte do segundo petisco foi o questionamento do que seria um cuboide. Nesse caso, as sete respostas apresentadas variaram em termos de clareza na identificação, esforço de interpretação e nível de detalhes fornecidos. A análise revela diferentes abordagens e níveis de

compreensão em relação à figura apresentada. Tivemos 3 dos participantes (acadêmicos A, B e F) que responderam que não sabiam o que seria um cuboide. Já os acadêmicos C, D e E expressaram que seria algo no formato cúbico. Apenas o acadêmico G relatou que o cuboide é “um cubo formado por vários cubos”.

Finalizada essa primeira parte, passamos à segunda etapa, explorando o cuboide. Na primeira pergunta, os acadêmicos, a partir da visualização da Figura 12, deveriam imaginar a quantidade de cubos existente na mesma.

Figura 12: Visualização do cuboide

Visualização do Cubóide

Esta figura ilustra um cubóide composto por pequenos cubos.



Fonte: dados da pesquisa

A partir da observação da figura, os participantes deveriam perceber que existem 12 pequenos cubos, sendo que apenas o estudante B relatou a existência de 16 cubos, enquanto os demais responderam corretamente. Há de considerar que o estudante que errou a resposta apresenta dificuldade na interpretação visual da imagem.

Ainda em relação à exploração da Figura 12, tivemos mais dois questionamentos. O primeiro era em relação a quantos destes pequenos cubos é possível visualizar. A resposta correta seria 10 cubos sendo observados na figura (A, C, D, E, F e G). O estudante B respondeu 16, novamente mostrando certa dificuldade na interpretação visual da imagem.

Em seguida, foi proposto o segundo questionamento, que consistiu em verificar quantos dos pequenos cubos não poderiam ser visualizados, ao que obtivemos as seguintes respostas: 6 estudantes (A, C, D, E, F e G) responderam corretamente 2 pequenos cubos; enquanto B respondeu 16, demonstrando que não entendeu o que deveria ser visualizado.

A última exploração e questionamento tinha o intuito de verificar o maior número de faces de cubos que podem ser visualizados a partir da montagem desses pequenos cubos em uma única coluna, como apresentado na Figura 13.

Figura 13: Empilhando cubos



Fonte: dados da pesquisa

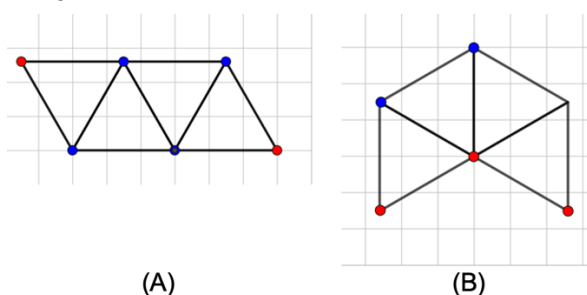
A resposta correta para esse questionamento é 25 faces (12 faces frontais mais 12 faces laterais e uma face superior). Não houve acerto por nenhum dos participantes, sendo que a resposta

mais aproximada da correta foi a do estudante G (24); seguido de E (21). Depois, mais distantes da resposta adequada, ficaram os discentes C (5); F (12); A e D (49); e finalmente B (50).

Acreditamos que a utilização da tecnologia, em especial a do Geogebra, tem o potencial de enriquecer o cenário educacional, promovendo a construção de conhecimento por meio de uma participação ativa, crítica e criativa, tanto por parte dos estudantes quanto dos professores. Para Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 48) "[...] é fundamental explorarmos não somente os recursos inovadores de uma tecnologia educacional, mas a forma de uso de suas potencialidades com base em uma perspectiva educacional". Assim, ao empregar um *software* de Geometria Dinâmica (GD), os elementos matemáticos adquirem movimento e conexão entre as representações, permitindo que o estudante desenvolva uma perspectiva crítica de seu próprio processo de aprendizagem. Nesse sentido, conforme Melo e Silva (2013) observaram, o GeoGebra oferece condições que possibilitam a criação de contextos nos quais os estudantes são capazes de construir conhecimentos, o que reforça a concepção de que essa ferramenta tem o potencial de promover maior autonomia entre os estudantes.

No terceiro e último petisco, os participantes foram solicitados a criar duas configurações geométricas dispondo de quatro triângulos equiláteros congruentes, devendo uni-los por arestas sem sobreposição dos referidos triângulos. Todos realizaram a atividade. Na Figura 14, apresentamos as duas figuras que mais apareceram nas respostas. A Figura 14 (A) foi representada pelos estudantes B, C, D, E e G, enquanto (B) foi elaborada por A, F e G.

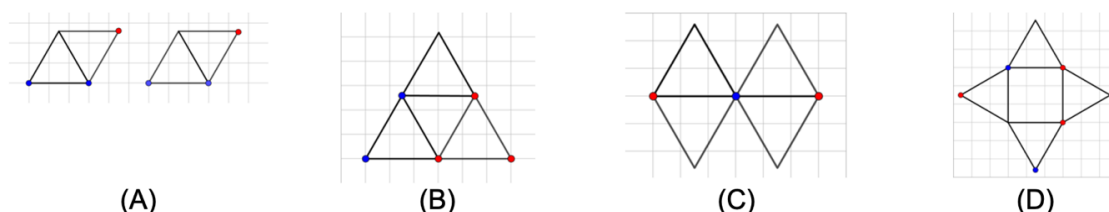
Figura 14: Representações que mais apareceram



Fonte: dados da pesquisa

Além das representações da Figura 14, outras menos recorrentes podem ser visualizadas na Figura 15. A Figura 15 (A) foi apresentada pelos estudantes B e D; 15 (B) por E e F; 15 (C) por A; e 15 (D) por E.

Figura 15: Outras imagens



Fonte: dados da pesquisa

Acreditamos na importância do estabelecimento de relações entre abstração e representação para a aprendizagem geométrica. Além disso, no contexto da Educação Matemática, a criatividade é frequentemente associada à capacidade dos estudantes de pensarem de forma inovadora e de encontrarem soluções para problemas não convencionais (LEIVAS, 2009). A abordagem de Tall (1991) ressalta a necessidade de proporcionar aos discentes um ambiente que estimule a exploração de diferentes representações matemáticas, o que pode contribuir significativamente para o desenvolvimento de sua capacidade de raciocínio e resolução de problemas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, exploramos atividades denominadas petiscos geométricos. O estudo foi desenvolvido com um grupo de sete estudantes de uma licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino da região Sul do país, tendo por objetivo explorar imaginação, visualização e criatividade na resolução de três atividades propostas, para obter representações geométricas das respectivas soluções.

Foi utilizada a metodologia qualitativa, tendo como recurso tecnológico/didático o GeoGebra Tarefas, previamente elaborado pelos autores no Livro GeoGebra, o qual serviu para a coleta dos dados a serem analisados.

A pesquisa foi fundamentada teoricamente por autores a respeito da importância dada para a evolução do pensamento geométrico. Além disso, foram enfatizadas habilidades que conduzem à visualização, sendo, para isso, necessário desenvolver imaginação e criatividade.

Ao examinar os resultados, observamos que os acadêmicos apresentaram soluções diversas, algumas utilizando transformações geométricas e outras explorando abordagens mais criativas. Destacamos a importância do *feedback* para fortalecer a compreensão dos temas. Ressaltamos a relevância do uso criativo da tecnologia, particularmente a do GeoGebra, no processo educacional, proporcionando uma abordagem mais dinâmica e envolvente para o ensino de Matemática/Geometria.

A partir da análise das respostas apresentadas no GeoGebra Tarefas, foi possível observar que os participantes se valeram da imaginação e da criatividade para desenvolverem soluções diversificadas, mostrando que a visualização geométrica foi elemento essencial para suas representações.

Além disso, a análise dos resultados evidencia a importância da criatividade, da imaginação e da visualização no processo de resolução de problemas geométricos. As diferentes abordagens adotadas pelos acadêmicos na solução dos desafios propostos indicam a diversidade de pensamento e a capacidade de pensar de forma original. A criatividade se manifesta não apenas na variedade de soluções apresentadas, mas também na capacidade de explorar transformações geométricas e conceitos espaciais.

Identificamos que alguns participantes se utilizaram da exemplificação inicial dada no enunciado do primeiro petisco para elaborar a primeira solução. Vale recordar que, para esse petisco, foi solicitada a exploração de três situações diferentes de divisões em áreas iguais, sem a utilização de transformações geométricas (reflexão, rotação, translação). Para uma próxima aplicação, sugerimos trabalhar com os estudantes tais transformações.

Sobre o segundo petisco, abordamos o objeto geométrico cuboide. Nessa atividade, observamos a dificuldade na visualização das faces visíveis constituintes do referido objeto. Os acadêmicos utilizaram o GeoGebra para movimentar o controle deslizante e transformar o objeto inicial, dispondo os pequenos cubos em uma única coluna e, assim, responderem quantas faces são visíveis. Mesmo assim, nenhum participante respondeu corretamente, uma vez que não visualizaram as faces expostas da referida imagem.

Em relação ao terceiro petisco, os participantes foram solicitados a partir da movimentação de quatro triângulos equiláteros congruentes para obter uma nova imagem, a qual deveria ser gerada unindo as arestas sem sobreposição dos referidos triângulos. Todos realizaram a atividade sem dificuldades, o que demonstrou uma evolução nas habilidades envolvidas e, assim, um desenvolvimento do pensamento geométrico dos participantes.

No contexto da formação de professores de Matemática, os resultados destacam a relevância de estratégias pedagógicas que integrem o uso de tecnologias digitais, tais como o GeoGebra, para promover uma abordagem mais dinâmica e envolvente no ensino da Geometria. Além disso, a necessidade de desenvolver habilidades de visualização e interpretação visual precisa ser enfatizada ao longo da formação dos futuros professores, visando melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem da Geometria nas escolas.

Acreditamos que a pesquisa apresenta contribuições para o campo do ensino de Geometria, destacando a importância de abordagens inovadoras, o uso de tecnologias digitais e o desenvolvimento de habilidades criativas, imaginativas e visuais na formação de professores de Matemática. O GeoGebra emerge como uma ferramenta valiosa para promover uma aprendizagem mais significativa e envolvente no âmbito da Geometria, estimulando a construção ativa do conhecimento e o desenvolvimento de competências essenciais para o século XXI.

Entendemos que as atividades foram produtivas para o nível de ensino ao qual foram propostas. Futuras pesquisas em outros níveis de ensino poderão reafirmar as considerações aqui apresentadas.

REFERÊNCIAS

- BORBA, M. de C.; SILVA, R. S. R. da; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- DEL GRANDE, J. J. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, p. 156-167, 1994.
- DREYFUS, T. The Nature of Advanced Mathematical Thinking: Advanced Mathematical Thinking Processes. In: TALL, D. (Ed.) **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, p. 25-41, 1991.
- FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics: an educational approach**. Dordrecht: Reidel, 1987.
- KALEFF, A. M. M. R. Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. In: LORENZATO, S. (ED) **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, p. 113-134, 2006.
- LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática**. 2009. 294 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.
- LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 1. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
- MATHIAS, C. V.; DA SILVA, H. A.; LEIVAS, J. C. P. Provas sem palavras, visualização, animação e GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 8, n. 2, p. 62-77, 2019.
- MELO, A. L. C. D.; SILVA, G. S. da C. O uso do software geogebra no estudo de funções. In: ENCONTRO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 6., 2013. Aracaju. **Anais eletrônicos...** Aracaju: UNIT, 2013.
- MILLINGTON, J. **Petiscos Matemáticos**. Editora Replicação Limitada, 2008.
- OCHI, F. H.; PAULO, R. M; YOKOYA, J. H.; IKEGAMI, J. K. **O uso de quadriculados no ensino de geometria**. IME-USP, São Paulo, 2006.
- ONUICHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.
- PAIVA, V. M. Feedback em ambiente virtual. In: LEFFA, V. J. **A interação na aprendizagem de línguas**. 2. ed. Pelotas: Educat, p. 219-254, 2006.
- SAMPAIO, R. S.; OLIVEIRA, V. de. Movimento como possibilidade para a compreensão do objeto geométrico. **Hipátia**, v. 5, n. 1, p. 25-35, jun. 2020.
- SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez. 2016.
- SKEMP, R. **Psicología del aprendizaje de las matemáticas**. 2. ed. Madrid. Ediciones Morata, 1993.
- TALL, D. **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, 1991.
- THOM, J. S., MCGARVEY, L. M. The act and artifact of drawing(s): observing geometric thinking with, in, and through children's drawings. **ZDM Mathematics Education**, v. 47, p. 465-481. 2015.

Submetido em setembro de 2024.

Aprovado em julho de 2025.

José Carlos Pinto Leivas

Doutor em Educação, Universidade Federal do Paraná (UFPR), professor no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana (UFN), Santa Maria, RS, Brasil. ID Lattes: 0314545667166824. Orcid ID: 0000-0001-6876-1461.

Contato: leivasjc@gmail.com

Maurício Ramos Lutz

Doutor em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Franciscana (UFN), professor no Programa de Pós-graduação em Educação Profissional e Tecnológica do Instituto Federal Farroupilha (IFFar), Alegrete, RS, Brasil. ID Lattes: 5099730179818142. Orcid ID: 0000-0003-1215-1933.

Contato: mauricio.lutz@iffarroupilha.edu.br