

EXPLORANDO O USO DO GeoGebraAR NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL COM FUTUROS PROFESSORES

Igor Rocha Siqueira

Bolsista de Iniciação Científica da FAPESP. Licenciando em Matemática
Instituto Federal de São Paulo – IFSP campus Guarulhos, Guarulhos, SP, Brasil.
igor.rocha@aluno.ifsp.edu.br

William Vieira

Doutor em Educação Matemática – UNIAN-SP. Docente e pesquisador do Centro de Pesquisa e
Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN.
Instituto Federal de São Paulo – IFSP campus Guarulhos, Guarulhos, SP, Brasil.
wvieira@ifsp.edu.br

Roberto Seidi Imafuku

Doutor em Educação Matemática – UNIAN-SP. Docente e pesquisador do Centro de Pesquisa e
Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN.
Instituto Federal de São Paulo – IFSP campus Guarulhos, Guarulhos, SP, Brasil.
roberto.imafuku@ifsp.edu.br

Resumo

Discute-se, neste artigo, as respostas de estudantes de licenciatura em matemática acerca de uma atividade investigativa de geometria espacial com o uso da realidade aumentada e a avaliação dos licenciandos sobre o uso da realidade aumentada na educação básica por meio de um questionário avaliativo sobre a atividade. O objetivo da investigação foi o de identificar potencialidades do uso da realidade aumentada como recurso para o ensino de geometria. Para isso, foram gravadas as telas e áudios dos celulares dos participantes durante a realização de uma atividade investigativa proposta no GeoGebraAR. O referencial teórico adotado na análise é o raciocínio matemático e o desenvolvimento de seus processos. De maneira geral, observou-se que a realidade aumentada influencia nos processos de raciocínio matemático, favorecendo o desenvolvimento ou revelando dificuldades dos participantes. A avaliação geral dos licenciandos indicou potencialidades e interesses no uso dessa tecnologia em salas de aulas da educação básica.

Palavras-chave: Realidade Aumentada; Geometria espacial; GeoGebraAR; Raciocínio Matemático.

EXPLORING THE USE OF GEOGEBRAAR IN THE TEACHING OF SPATIAL GEOMETRY FOR FUTURE TEACHERS

Abstract

This article discusses the responses of undergraduate mathematics students regarding an investigative activity in spatial geometry using augmented reality and the undergraduates' assessment of the use of augmented reality in basic education through an evaluation questionnaire about the activity. The objective of the investigation was to identify potential uses of augmented reality as a resource for teaching geometry. To this end, the screens and audios of the participants' cell phones were recorded during the execution of an investigative activity proposed in GeoGebraAR. The theoretical framework adopted in the analysis is mathematical reasoning and the development of its processes. In general, it was observed that augmented reality influences the processes of mathematical reasoning, favoring the development or revealing difficulties of the participants. The general assessment of the undergraduates indicated potential and interest in the use of this technology in basic education classrooms.

Keywords: Augmented reality; Spatial geometry; GeoGebraAR; Mathematical reasoning.

1 INTRODUÇÃO

Com o passar dos anos, novas tecnologias vêm sendo implementadas nas salas de aula da educação básica. O ensino de Matemática também é influenciado por essas novas tecnologias, como no caso dos softwares de geometria dinâmica. No entanto, essas novas tecnologias não são incorporadas ao ambiente escolar imediatamente, e invariavelmente passam por estudos e análises de professores e pesquisadores da área de ensino, e também devem fazer parte da formação inicial e continuada de professores, antes de chegar às salas de aula. No período recente, a tecnologia da Realidade Aumentada (RA) tem se popularizado e sido incorporada e desenvolvida por muitos aplicativos de ensino de Matemática, como o GeoGebraAR. Buscando entender as potencialidades envolvidas nesta tecnologia para o ensino de temas de Geometria Espacial, neste artigo discutimos as respostas e percepções de licenciandos em Matemática acerca de uma atividade investigativa realizada no GeoGebraAR. Além disso, também discutimos as percepções destes futuros professores sobre o uso dos recursos apresentados na Educação Básica.

A realidade aumentada (RA) é uma tecnologia que mescla a o mundo real com elementos virtuais, e pode melhorar a percepção do mundo real adicionando elementos virtuais. Essa nova tecnologia vem sendo implementada em diversos âmbitos e um deles é a educação, onde a mesma se destaca por apresentar uma possibilidade de aprendizado mais

interativo e dinâmico. Dentre os aplicativos que oferecem o uso dessa tecnologia, o GeoGebraAR se apresenta como uma possibilidade interessante para o uso em sala de aula, pois é um aplicativo gratuito e bastante difundido entre docentes e estudantes de Matemática.

Devido a relevância deste novo recurso tecnológico para o ensino de Matemática, pesquisadores da área de Educação Matemática têm se debruçado sobre o tema. Por exemplo, Batista e Monteiro (2023) trabalharam com cinco professores de Matemática de uma escola pública de tempo integral do interior de São Paulo e, por meio do estudo de aulas, organizaram encontros para apresentar a ferramenta da realidade aumentada e propor atividades para serem utilizadas nas salas de aula. No primeiro encontro, eles apresentaram aos professores um arquivo que possuía três poliedros: um cubo, um prisma de base triangular e uma pirâmide de base quadrada. No segundo encontro foram apresentados mais quatro poliedros para os docentes explorarem: dois prismas de bases hexagonal e heptagonal e duas pirâmides de bases triangular e pentagonal. Como uma de suas conclusões, os autores destacam que a realidade aumentada incentiva o trabalho em conjunto, pois, embora cada participante possuísse seu próprio iPad, eles dialogavam entre si para compartilhar suas descobertas no GeoGebraAR.

Gomes, Reis e Ferreira (2024) trabalharam atividades que envolviam o uso da realidade aumentada com estudantes do segundo ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Minas Gerais. Nas atividades exploratórias elaboradas pelos autores, os participantes trabalharam com cubos e paralelepípedos, pirâmides, cilindros, cones e esferas, e em todas as questões foi utilizado o GeoGebraAR. A pesquisa tinha como objetivo discutir possíveis contribuições do ambiente de realidade aumentada para o ensino de geometria espacial. Com as respostas dos questionários e áudios dos estudantes, os autores identificaram como ponto positivo dessa tecnologia a visualização de diferentes perspectivas dos sólidos geométricos e uma nova forma de visualizar conceitos como arestas, vértices e faces.

Em sua dissertação de mestrado, Rosa (2022) analisou o uso do GeoGebraAR com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do Espírito Santo. No primeiro encontro, pediu para que os estudantes desenhassem sólidos apenas utilizando lápis e papel. No segundo encontro, os discentes utilizaram materiais concretos (sólidos construídos com canudos). No último encontro, os estudantes utilizaram a ferramenta de realidade aumentada do aplicativo GeoGebraAR para obter uma nova perspectiva de visualização das figuras. Por meio destas três abordagens e o uso de atividades investigativas, Rosa apresentou diferentes maneiras de visualização para os mesmos objetos matemáticos. Após a realização

das atividades investigativas, os discentes avaliaram cada um dos métodos de visualização. No primeiro encontro, os participantes encontraram dificuldades em desenhar e visualizar esferas, a baixa habilidade em visualização é o grande causador das dificuldades apresentada pelos alunos. No segundo, essas dificuldades foram diminuídas pelo uso dos materiais concretos, pois os estudantes conseguiram manipular e rotacionar os sólidos. No último encontro, ficou evidenciado pelo autor as potencialidades do ambiente de realidade aumentada, pois os participantes conseguiram manipular e rotacionar os sólidos, obtendo uma nova perspectiva dos mesmos, e superando as dificuldades observadas inicialmente.

Em sua dissertação, Costa (2024) abordou o uso da RA como uma ferramenta estratégica para o ensino de matemática. A autora vê na RA uma ferramenta inovadora que promove a motivação dos estudantes. Ela trabalhou com duas turmas do oitavo ano e duas turmas do nono ano de uma escola pública de Santarém, no Pará. Costa aplicou, primeiramente, um questionário aos estudantes para coletar dados acerca das estratégias de sala de aula que eles preferiam, e ficou evidenciado que os participantes não conheciam a ferramenta de realidade aumentada. A maioria dos estudantes indicou que gostou da ferramenta apenas depois de trabalharem com a RA nas aulas de matemática, principalmente nas de geometria espacial, como, por exemplo, na classificação de poliedros e não poliedros, no cálculo do volume do cilindro, prismas retos e prismas oblíquos. Após esses encontros com os estudantes, a autora aplicou um segundo questionário para saber as opiniões dos participantes sobre a RA. Dentre os participantes, 65,4% afirmaram que a ferramenta aumentou a vontade de aprender geometria espacial e, além disso, 84,7% deles concordaram que essa motivação está relacionada à melhor visualização, pois ter uma visão real dos conteúdos facilita a aprendizagem e permite ver uma aplicação prática dos conceitos.

Essas investigações colocam em evidência a relevância do uso da RA no ensino de Matemática e apontam para a necessidade de se pensar outros tipos de atividades que possam colaborar com os processos de ensino e de aprendizagem e a formação de professores. As discussões apresentadas neste artigo são fruto de uma iniciação científica, na qual buscamos observar quais processos do raciocínio matemático emergem das respostas dadas por licenciandos em Matemática para uma atividade investigativa sobre geometria com o uso da RA. Também buscamos avaliar junto aos licenciandos as percepções destes sobre as potencialidades e limitações envolvidas nessa tecnologia e o interesse dos futuros professores em utilizá-la na educação básica.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Jeannotte e Kieran (2017) realizaram uma revisão detalhada acerca das diversas ideias e teorias sobre a definição/significado do raciocínio matemático presente na teoria da educação matemática. A partir dessa análise, elas destacaram quatro perspectivas principais: a dicotomia entre atividade e produto, a natureza inferencial do raciocínio matemático, os objetivos e funções do raciocínio matemático, e os aspectos estruturais e processuais da Matemática. Trabalhando essas perspectivas apresentada anteriormente com a perspectiva comportamental (*cognitive perspective*), elas definem o raciocínio matemático dentro das salas de aulas como “(...) um processo de comunicação com os outros ou consigo mesmo, que permite inferir enunciados matemáticos de outros enunciados matemáticos” (Jeannotte; Kieran, 2017, p. 7). As autoras definem que a interação entre os aspectos estruturais e processuais desenvolve um papel crucial no desenvolvimento do raciocínio matemático. De maneira ampla, os aspectos estruturais incluem as formas dedutiva, indutiva e abdutiva. Já os aspectos processuais envolvem processos de identificação de semelhanças e diferenças (como generalizar, conjecturar, identificar padrões, comparar e classificar), processos de validação (como validar, justificar e provar), e o processo de exemplificação (Jeannotte; Kieran, 2017).

As pesquisadoras expressam que a perspectiva comportamental unifica perspectivas anteriormente não estruturadas pelo raciocínio matemático sob aspectos estruturais e processuais, que correspondem a “(...) duas maneiras diferentes de olhar para um dado discurso que estão dialeticamente relacionados” (Jeannotte; Kieran, 2017, p. 14). De forma semelhante, Stylianides (2008; 2009) prioriza o processo de generalização e o processo de justificação das afirmações matemáticas, tendo estes dois processos papel essencial para a compreensão da matemática em todos os níveis educacionais. Desta maneira, Stylianides (2009) define a atividade de raciocinar e provar como fundamentais no processo de dar sentido e estabelecer conhecimento matemático, o que não engloba apenas a investigação de ideias ou objetos matemáticos, mas sim a busca pelas razões, ou seja, identificando as relações que sustentam a veracidade ou a falsidade de uma determinada afirmação matemática.

Embora a ideia de justificar possa ser interpretada de diferentes maneiras, seguimos a definição dada por Mata-Pereira e Ponte (2018), que definem o raciocínio matemático como o ato de realizar inferências justificadas, ou seja, o processo de utilizar conhecimentos matemáticos previamente adquiridos para, por meio de argumentação fundamentada, alcançar novos conhecimentos e conclusões matemáticas.

Dentre processo auxiliares que apoiam o desenvolvimento de generalizações e justificativas estão os processos de exemplificar e de classificar. O processo de exemplificar permite inferir afirmações acerca de um problema ao produzir elementos que apoiam estes processos. O processo de classificar é entendido como o processo de identificar pontos comuns e distintos em objetos diferentes, agrupando-os ou separando-os, com base em propriedades matemáticas ou definições (Jeannotte; Kieran, 2017).

Nas atividades desenvolvidas nessa pesquisa buscamos desenvolver processos de justificação, generalização e classificação devido ao papel central que estes desempenham no desenvolvimento do raciocínio matemático (Stylianides, 2008; 2009; Mata-Pereira; Ponte, 2017).

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia utilizada para a análise dos dados da pesquisa foi do tipo qualitativa interpretativa, na qual se busca compreender as experiências e significados atribuídos pelos participantes com base em suas vivências no contexto investigado. Essa abordagem segue a perspectiva de que o conhecimento é construído socialmente e que a realidade é interpretada a partir das interações humanas. A investigação foi conduzida por uma postura aberta a diálogos e à análise das respostas dos participantes, priorizando suas percepções, compreensões e sentidos atribuídos à prática com o GeoGebraAR no desenvolvimento das atividades sobre geometria espacial. Com isso, o foco não está na generalização dos dados, mas na interpretação da realidade estudada, valorizando a complexidade das relações envolvidas no processo de formação docente (Bogdan; Biklen, 1994).

A recolha de dados da investigação se deu em um minicurso realizado na semana científica do curso de Licenciatura em Matemática do campus onde os pesquisadores estão lotados. Neste minicurso foi apresentado aos participantes uma explanação geral do GeoGebraAR, e aplicadas duas atividades investigativas que envolvem geometrias plana e espacial, e dois questionários avaliativos sobre estas atividades.

Tivemos a participação de 24 estudantes da licenciatura, sendo estes do primeiro, terceiro, quarto, quinto, sexto e sétimo semestre do curso. Selecionamos alguns participantes previamente para realizarem a gravação de tela de seus celulares, alguns utilizaram o aplicativo AZ Screen Recorder e outros utilizaram o gravador de tela do próprio smartphone. O critério de escolha dos participantes foi a disposição e interesse destes em realizar as gravações. No início do minicurso, apresentamos e entregamos aos estudantes o Termo de

Consentimento Livre e Esclarecido e todos os participantes assinaram e concordaram com o termo.

Iniciamos o minicurso com uma explanação geral sobre as funcionalidades básicas do aplicativo GeoGebraAR, mostrando como as ferramentas do GeoGebra funcionam no ambiente da realidade aumentada, buscando nivelar os conhecimentos dos participantes sobre aplicativo. Na sequência, foi verificado quais dos participantes possuíam a tecnologia da RA em seus celulares, tendo em vista que essa ferramenta não está disponível em todos os aparelhos, e foi verificado que a maioria possuía a RA. Os participantes cujos celulares não possuíam a ferramenta realizaram as atividades com outro estudante.

Logo após essa explanação inicial foi realizada a primeira atividade, com a qual tivemos como objetivo desenvolver os processos de visualização e de classificação junto aos participantes. Na atividade, os estudantes deveriam identificar e classificar figuras planas e não planas em um arquivo do GeoGebraAR disponibilizado pelos autores. Em seguida, aplicamos um questionário avaliativo no Google Forms acerca dessa atividade e por último realizamos uma discussão coletiva sobre a atividade. Os dados coletados nesta atividade são discutidos em outro artigo.

Em seguida, demos início à segunda atividade, que discutimos neste artigo. Primeiramente, entregamos uma ficha com orientações de uma construção a ser realizada no GeoGebraAR, conforme destacado Figura 1, mais adiante. A ficha também traz duas questões que deveriam ser respondidas com base na construção realizada.

Na primeira questão, esperávamos que os estudantes, com base em seus conhecimentos prévios e nas ferramentas disponíveis no GeoGebraAR, concluíssem que a figura formada é um losango. Isso poderia ser realizado por meio das ferramentas de medição (ângulo e distância), que foram apresentadas no início da oficina. Nesse sentido, ao resolverem a questão os estudantes estariam mobilizando os processos de classificação e justificação do raciocínio matemático, uma vez que deveriam, a partir da identificação das medidas dos ângulos e dos lados, classificar o quadrilátero como losango e, desta forma, justificar sua decisão.

Na segunda questão, esperávamos que os participantes observassem o losango e, com o auxílio da ferramenta plano por três pontos construíssem planos usando três pontos distintos do losango e observassem na janela de álgebra do GeoGebraAR que as equações desses planos são equivalentes e, com isso, concluíssem que a figura é plana. Nesse sentido, há um processo de comparação de equações equivalentes e os estudantes deveriam mobilizar um

conhecimento prévio de equações do plano e equações equivalentes. Nesta investigação, abordaremos as respostas e os processos do raciocínio matemático de dois estudantes que participaram do minicurso.

Figura 1 - Roteiro para a construção da atividade 2

Construção:

- **Abra o GeoGebra 3D e projete o ambiente da realidade aumentada (AR);**
 - **Esconda os eixos coordenados;**
 - **Construa dois pontos A e B;**
 - **Utilizando a ferramenta "CUBO", construa um cubo clicando nos pontos A e B;**
 - **Obtenha os pontos médios dos segmentos AE e CG;**
 - **Construa os segmentos HI, IB, BJ, JH (você pode digitar o comando segmento(H,I) direto na caixa de comandos).**
- 1) Qual a figura formada pela união dos segmentos HI, IB, BJ, JH? Justifique sua resposta.
 - 2) A figura construída é plana? Justifique sua resposta.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Após a realização e discussão da atividade 2, disponibilizamos um questionário avaliativo sobre a atividade no Google Forms, pois nos interessa entender o que pensam os licenciandos sobre a atividade e sobre o seu interesse em utilizar este tipo de recurso em suas aulas na educação básica. Este formulário contém quatro questões dissertativas. A primeira questionava se eles tiveram dificuldades na construção dos objetos solicitados no ambiente de realidade aumentada, com o objetivo de identificar os desafios que os participantes encontraram ao usar o GeoGebraAR. Na segunda questão, perguntamos quais conceitos e ideias matemáticas os participantes acreditavam que essa atividade poderia desenvolver na educação básica, com a qual esperávamos que os estudantes explicassem quais conceitos acreditavam que poderiam ser trabalhados no ambiente de realidade aumentada. Na terceira questão, perguntamos se eles utilizariam a ferramenta em sala de aula da educação básica, e, por fim, solicitamos uma avaliação geral sobre a atividade.

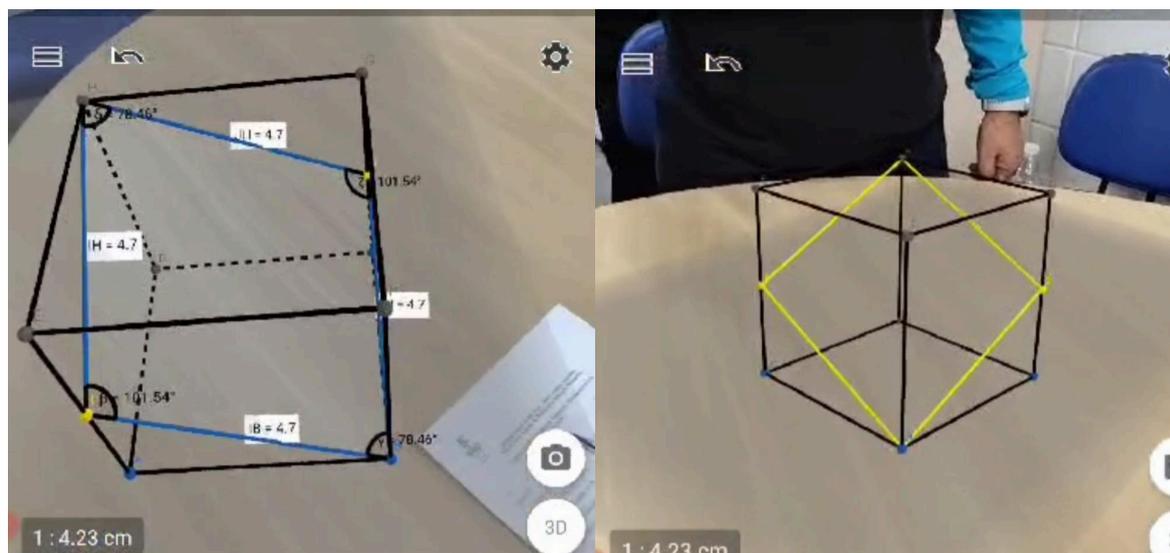
4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste item discutimos as respostas dadas por participantes do minicurso, na seção Atividades investigativas analisamos as produções de dois estudantes, João e Maria, pois são representativos no contexto da atividade, uma vez que ambos oferecem contribuições significativas que refletem padrões observados entre as produções dos demais participantes. Na análise do questionário avaliativo da atividade, discutimos as respostas dos licenciandos Mario, Marta, Pedro e Vitor, pois suas contribuições são representativas das posições colocadas pelos demais participantes da investigação.

4.1 Atividade investigativa

Os estudantes, de maneira geral, não apresentaram dificuldades na utilização da RA para a construção proposta (Figura 1). As construções realizadas por João e Maria estão destacadas Figura 2.

Figura 2 – Construções realizadas por João e Maria, respectivamente.



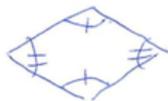
Fonte: Dados da pesquisa

Quando questionamos os participantes sobre a figura formada pela união dos segmentos, o participante João classificou a figura como losango e justificou sua escolha comentando que ela é fechada e que possui “pelo menos dois ângulos opostos iguais” (Figura 3).

Figura 3 – Resposta do estudante João para a primeira questão.

- 1) Qual a figura formada pela união dos segmentos HI, IB, BJ, JH? Justifique sua resposta.

Losango, figura fechada
pelo menos dos ângulos oposto iguais



Losango, figura fechada
pelo menos dois ângulos opostos iguais.

Fonte: Dados da pesquisa

Observando a construção realizada por João (Figura 2) e sua resposta para a primeira pergunta (Figura 3), podemos constatar que embora a conclusão esteja correta, o estudante não apresenta elementos adequados para justificar sua decisão, pois apenas os ângulos opostos serem iguais (congruentes) é insuficiente para caracterizar um losango. É curioso destacar ainda que na figura construída, João apresenta as medidas dos lados, e isso seria suficiente para garantir que estes são congruentes, fato que garantiria que a figura é um losango. Não está claro porque o participante não apresenta essa informação em sua justificativa, contudo observamos que a construção e resposta de João nos fornecem elementos para uma discussão aprofundada sobre a classificação de quadriláteros e o processo de classificar e justificar.

Por outro lado, Maria classificou a figura de maneira incorreta como um quadrado, e justificou sua escolha pelo fato dos lados formarem 90° pela vista “de cima”, conforme destacado na Figura 4.

Figura 4 – Resposta da estudante Maria para a primeira questão.

- 1) Qual a figura formada pela união dos segmentos HI, IB, BJ, JH? Justifique sua resposta.

Um quadrado, os segmentos HI, IB, BJ e JH, pois os lados formam 90° e pela visão
de cima, um quadrado é a figura formada

Um quadrado, os segmentos HI, IB, BJ e JH, pois os lados formam 90° e pela visão
‘de cima’, um quadrado é a figura formada

Fonte: Dados da pesquisa

Observamos que Maria conjecturou incorretamente que a figura construída no interior do cubo é um quadrado, e justificou sua resposta por meio da visualização da figura por uma certa perspectiva. Nesse sentido, a estudante está utilizando a RA para basear sua justificativa unicamente na visualização da figura, situação que a induziu ao erro. Tal perspectiva reforça a importância da discussão, junto aos futuros professores, do uso de tecnologias digitais para o ensino de Matemática. Num mundo fortemente baseado em imagens, cumpre também aos professores desvelar as incongruências e enganos que estas podem causar.

Para a segunda pergunta João respondeu que a figura é plana e justifica sua escolha pelo motivo da figura ser construída a partir dos vértices do cubo (Figura 5).

Figura 5 – Resposta do estudante João acerca da segunda questão.

2) A figura construída é plana? Justifique sua resposta.

sim, construída a partir de dois vértices do cubo.

Sim, construída a partir de dois vértices do cubo.

Fonte: Fonte da pesquisa.

O fato da figura ser construída a partir de dois vértices do cubo não é suficiente para justificar que é plana. De fato, isso não garante que os demais vértices do losango estão no mesmo plano construído a partir de outros dois vértices. Nesse sentido, a justificativa apresentada por João não é suficiente para garantir sua decisão.

Maria também classifica a figura formada como plana e justifica a escolha pelo fato de que apenas um plano passa pela figura, e pelo fato não ter altura (Figura 6).

Figura 6 – Resposta da estudante Maria para a segunda pergunta

2) A figura construída é plana? Justifique sua resposta.

O quadrado construído é plano, pois um único plano passa pela figura, não tem altura, caracterizando uma figura plana.

O quadrado construído é plano, pois um único plano passa pela figura, não tem 'altura', caracterizando uma figura plana.

Fonte: Fonte da pesquisa.

Observamos que Maria definiu a figura como plana pelo motivo de um único plano por ela, contudo, observando a construção realizada por Maria (Figura 2) e a gravação de sua atividade, não há registros de que tenha utilizado ferramentas de construção de planos disponíveis no GeoGebraAR (e que foram exploradas no início do minicurso) para concluir esse fato.

De maneira geral, na primeira questão João conseguiu realizar e explorar a construção proposta com medições e diferentes perspectivas, e utilizou o processo de classificação para definir a figura é um losango (Figura 3), embora sua conclusão final não contemple argumentos suficientes para sustentar essa decisão. Nesse sentido, o processo de justificar não foi usado de maneira totalmente correta. Maria, por outro lado, ao tentar usar os processos de classificação e justificação, o fez de maneira incorreta e se baseando unicamente na visualização do objeto construído, não explorando suas propriedades e características. Desta forma, a estudante revelou dificuldades e incompreensões relacionadas a esses processos.

A segunda questão evidenciou dificuldades de ambos participantes em classificar e justificar se uma figura é, ou não, plana. De fato, João retornou à definição de figura plana, mas sua justificativa não está correta, pois o fato de que o losango seja construído a partir dos vértices do cubo não é suficiente para justificar que a figura seja plana, como discutimos anteriormente. Maria repete o erro cometido na primeira questão, e classifica a figura como plana baseando-se unicamente na visualização do objeto construído e, por isso, também não apresenta uma justificativa adequada. Entendemos, com isso, que esta segunda pergunta, que mescla as geometrias plana e espacial, se mostrou bastante interessante e que possibilitou discussões sobre os conceitos de figuras planas e não planas e permitiu que os participantes, de maneira geral, compreendessem estes conceitos.

Essas perspectivas indicam que a atividade investigativa proposta mostrou grande potencial, pois fez emergir dificuldades e incompreensões destes participantes sobre conceitos e ideias fundamentais de geometria, e sobre processos de classificação e de elaboração de justificativas em Matemática.

4.2 Questionário avaliativo

Quando questionamos os estudantes sobre as dificuldades encontradas por eles na realização da construção, alguns estudantes disseram ter encontrado algumas dificuldades técnicas, como, por exemplo a figura construída “sumir”, conforme a participante Marta

relatou: “Sim, constantemente havia 'erros' que atrapalhavam o andamento da atividade, como por exemplo: a figura geométrica sumir”. Alguns estudantes relataram a dificuldade inicial com o ambiente da realidade aumentada, mas disseram que, ao longo da atividade, conseguiram se adaptar. Sobre isso, Mario afirmou: “Um pouco, achei um pouco complexo as ferramentas, mas depois eu acabei me acostumando”. No entanto, de maneira geral, os estudantes não apresentaram dificuldades, conforme observado na resposta de Vitor: “Não, segui o passo a passo que foi disponibilizado”. Entendemos que algumas das dificuldades se deve por ter sido a primeira vez que a maioria dos participantes utilizou a RA.

Na segunda questão do questionário, perguntamos quais conceitos e ideias matemáticas poderiam ser abordados com a atividade, e alguns estudantes destacaram o desenvolvimento de conceitos de figuras bidimensionais e tridimensionais e como trabalhar a diferenciação destas figuras, além do estudo das propriedades e conceitos como ângulos, planos e ponto médio. O estudante Pedro comentou: “Medidas dos ângulos internos, área, volume, e principalmente a visualização das formas geométricas”. Os estudantes também destacaram a oportunidade de analisar figuras e explorar conceitos matemáticos com rigor, não se baseando somente na visualização, conforme destacado por Vitor: “A ideia de não julgar uma figura apenas de forma visual, e buscar por medições as informações corretas”. As respostas dos participantes indicam muitos conceitos e ideias que podem ser abordados com a atividade, conforme pensamos originalmente ao elaborá-la.

Na penúltima questão do questionário avaliativo perguntamos aos licenciandos sobre a utilização da atividade na educação básica, como e para quais anos a utilizariam. Grande parte dos licenciandos sugeriu a utilização para alunos dos anos finais do ensino fundamental (7º ao 9º ano), destacando o foco em geometria plana e espacial. O estudante Vitor sugeriu: “Sim, para mostrar as características de cada figura geométrica, por exemplo mostrar como o quadrado é formado por 4 ângulos retos. Acho que é válido para turmas do 7º, 8º e 9º ano”. Outros destacaram o uso da atividade no ensino médio (1º ano ao 3º ano), o estudante Mário relatou: “Sim, quando estivéssemos trabalhando com ângulos, formas geométricas, quando estivéssemos trabalhando com geometria espacial, no segundo ano do ensino médio”. Essas colocações indicam disposição e possibilidades do uso deste tipo de atividade pelos futuros professores.

Na última questão perguntamos aos participantes quais pontos eles acreditavam que poderiam ser melhorados na atividade e alguns estudantes sugeriram a adição de novos poliedros e exercícios envolvendo planificação e exploração de corpos redondos. Houve ainda

a menção sobre a necessidade de mais aulas introdutórias para familiarizar os alunos com as ferramentas do GeoGebraAR. A estudante Marta relatou: "É necessário uma pré-aula sobre as ideias a serem trabalhadas". A ideia da familiarização dos estudantes da educação básica com o GeoGebra foi abordada nas discussões coletivas e as posições apresentadas pelos participantes indicam boa clareza destes para com a incorporação de tecnologias digitais em suas futuras aulas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio dessa investigação foi possível observar como a aplicação da realidade aumentada, por meio do GeoGebraAR, é promissora para o ensino de geometria espacial e plana, pois possibilita uma nova perspectiva de visualização e construção de conceitos e ideias geométricos. Além disso, a análise das respostas dos estudantes evidenciou que processos de raciocínio matemático, como classificação e justificação, podem ser colocados em evidência e desenvolvidos a partir da atividade proposta. As dificuldades apresentadas pelos participantes em justificar adequadamente as respostas discutidas neste artigo evidenciam essas potencialidades (Essa parte já estava acredito que seja melhor tira).

De fato, quando João responde que a figura formada era um losango (Figura 3), ele está evidenciando o processo de classificação do raciocínio matemático. Quando Maria classifica a figura construída como um quadrado (Figura 4), também observamos o processo de classificação. Mesmo ocorrendo um erro neste processo, o desenvolvimento da classificação continua sendo fundamental para o desenvolvimento do raciocínio matemático, uma vez que ele permite que a estudante revele suas incompreensões e as estratégias empregadas neste processo.

Além disso, Maria e João apresentaram dificuldades com o processo de justificação, que puderam ser observadas na segunda questão, quando os estudantes são questionados se a figura formada é ou não plana. De fato, João justifica que a figura é plana pois foi construída a partir dos vértices do cubo (Figura 5), contudo isso não é suficiente para justificar que a figura é plana. Maria também classifica a figura como plana e justifica sua decisão pelo fato de que apenas um plano passa pela figura, e pelo fato de a figura não possuir altura (Figura 6), Observando a construção realizada por Maria (Figura 2) e a gravação de sua atividade, não há registros de que tenha utilizado ferramentas de construção de planos disponíveis no GeoGebraAR (e que foram exploradas no início do minicurso) para concluir esse fato. Todas as dificuldades e conhecimentos que emergiram da atividade aplicada são evidências de como

os processos de classificação e de justificação podem emergir na discussão das questões propostas.

Nesse sentido, entendemos que o uso da realidade aumentada na educação básica tem grande potencial para o ensino de geometria, desde que seja explorado durante a formação inicial de professores. Essa perspectiva está com consonância com as posições de Batista e Monteiro (2023), que destacam ser necessário um trabalho voltado para o ensino dos docentes, para que eles possam explorar todo o potencial da RA no ensino, uma vez que os estudantes podem apresentar dúvidas sobre o aplicativo e dificuldades em justificar adequadamente suas respostas. Outra perspectiva que nossa investigação apontou é que a inclusão de novas tecnologias, como a RA, no ensino de matemática contribui para motivar os alunos, proporcionando assim uma aula mais dinâmica e interativa. Essa ideia também foi observada por Costa (2024), que destaca o papel da RA na motivação dos estudantes e sua eficácia em proporcionar um aprendizado mais dinâmico.

Com base nas respostas dos estudantes sobre o questionário avaliativo observamos que foram apresentados problemas técnicos e dificuldades iniciais com o ambiente da RA, contudo a maioria dos estudantes se adaptou rapidamente a essa tecnologia. Entendemos que as dificuldades encontradas podem ser facilmente superadas com mais atividades e usos da tecnologia, e a discussão coletiva após a realização da atividade foi bastante enriquecedora de maneira geral. Além disso, a atividade se mostrou eficaz para a introdução e aprofundamento de conceitos matemáticos, principalmente a visualização e construção de figuras bidimensionais e tridimensionais, bem como a análise rigorosa de propriedades geométricas.

Além das potencialidades do GeoGebraAR evidenciadas para os estudantes é importante destacar a perspectiva do professor no uso deste recurso. Da perspectiva dos pesquisadores, enquanto professores que organizaram e aplicaram a atividade, não houve dificuldades em organizar o uso da realidade aumentada. Desta forma, entendemos que os docentes não devem encontrar muitas dificuldades para se familiarizarem com as ferramentas do GeoGebraAR e para desenvolver atividades no ambiente da realidade aumentada em suas aulas.

Por fim, entendemos que o uso da RA em aulas de matemática da educação básica se mostra promissora, desde que os professores estejam preparados para integrar essa tecnologia de forma efetiva em suas práticas pedagógicas.

Agradecimentos

À FAPESP, pela bolsa de Iniciação Científica concedida (processo no. 2023/14362-3).
Aos revisores, pelas contribuições ao texto.

Referências

- BATISTA, C.; MONTEIRO, R. Formação do professor para ensinar matemática com Realidade Aumentada: o que se mostra? **Boletim GEPEN**. Disponível em: <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/704>. Acesso em: 1 set. 2024
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.
- COSTA, M. **Estratégias de motivação e envolvimento dos alunos na aprendizagem da matemática utilizando realidade aumentada**. 2024. 171 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Licenciatura em Matemática, Instituto Politécnico de Santarém Escola Superior de Educação de Santarém, Santarém, 2024.
- GOMES, L.; REIS, F. S.; FERREIRA, N. A utilização integrada da realidade aumentada no software GeoGebra por meio de dispositivos móveis para a aprendizagem de geometria espacial no ensino médio. **VIDYA**, Santa Maria (RS, Brasil), v. 44, n. 1, p. 211–230, 2024. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/4771>. Acesso em: 1 set. 2024.
- JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, 96, p. 1–16, 2017.
- MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. **Educational Studies in Mathematics**, Vol. 96, Issue 2, p. 169–186, 2017.
- ROSA, T. **Do lápis e papel à realidade aumentada: uma proposta de ensino de visualização geométrica**. Dissertação (Mestrado profissional em Educação de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo. Espírito Santo. p. 162, 2022.
- STYLIANIDES, G. An analytic framework of reasoning-and-proving. **For the Learning of Mathematics**, 28(1), 2008. p. 9-16.
- STYLIANIDES, G. Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. **Mathematical Thinking and Learning**, 11(4), 2009. p. 258-288.
<https://doi.org/10.1080/10986060903253954>